BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXIII
B
43
NAPOLI

Digitized by Google

Google

THEORIA
ENTIUM SENSIBILIUM
SIVE
PHYSICA UNIVERSA
SPECULATIVA, EXPERIMENTALIS
SYSTEMATICA ET GEOMETRICA

OMNIUM CAPTUI ACCOMMODATA.

Acceſſit rerum index alphabeticus, cujus
ope totum hoc opus lexici
phyſici vices gerit.

AUCTORE
ABBATE PARA DU PHANJAS

E Gallico ſermone in Latinum
vertit F. T.

TOMUS QUARTUS.

THEORIA CÆLI, SIVE ASTRONOMIA
GEOMETRICA, ET PHYSICA.



B. R. NEAPOLIS

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

VENETIIS.
APUD LAURENTIUM BASILIUM
Superiorum permiſſu, ac Privilegio.
MDCCLXXXIII.

Digitized by Google

THEORIA ENTIUM SENSIBILIUM,

SIVE

PHYSICA UNIVERSA.

TRACTATUS SEPTIMUS.

THEORIA CÆLI SIVE ASTRONOMIA.

1108. DEFINITIO I. ASTronomia eſt ſcientia corporum cæleſtium opacorum, & lucidorum. Eam partiemur in *aſtronomiam geometricam*, ſeu ſpeculativam, qua theoriam phænomenorum pertractabimus, & in *aſtronomiam phyſicam*, quæ cauſarum theoriam complectetur. In prima aſtrorum motum, ordinem, magnitudinem, figuram, diſtantiam trademus. In altera cauſam phyſicam inveſtigabimus, a qua rerum univerſitas motum habet, & magna, quæ videmus, phænomena oriuntur.

Etſi paucis ſummo ingenio viris dumtaxat profunda aſtronomiæ arcana penetrare datum ſit; confidenter aſſerimus, ea perutilia, quæ hoc tractatu complectemur, neminis in re philoſophica verſati, & ſtudio dediti captum excedere.

Corpora cæleſtia opaca, & lucida.

1109. DEFINITIO II. Sole modo excepto, qui ſeorſim conſiderandus videtur, aſtra divi-

duntur in ſtellas fixas, in planetas, & cometas.

I. *Stellæ fixæ* vocantur aſtra per ſe lucida eandem inter ſe diſtantiam ſervantia: quædam ſtellarum collectio dicitur *ſignum*.

II. *Planetæ* vocantur aſtra quædam opaca, quæ perpetuo per cælos errant modo ad aliquas ſtellas fixas accedendo, modo ab illis recedendo: unde eorum nomen πλανητης, quod *aſtra errantia* ſignificat.

III. *Cometæ* vocantur aſtra quædam opaca planetarum inſtar, quæ in cælis aliquo tempore apparent, deinde occultantur diuturniore tempore, ut deinde iterum appareant, ſicuti regularis, & periodica eorum circa ſolem revolutio poſtulat. Aſtra hæc, quæ non ſemper, ut planetæ, viſibilia ſunt, caudata paſſim, aut comata ſunt; unde illis cometarum nomen inditum fuit a κομητης, *aſtra comata*.

Plana & axis circuli.

1110. DEFINITIO III. Quum ſæpius toto hoc tractatu de plano, & axe circuli agendum ſit, horum prius nitida notio tradenda eſt.

I. *Planum circuli* dicitur duplex ejus ſuperficies plana profunditate carens. Linea, ſeu punctum eſt in plano circuli, quum linea hæc, aut punctum hoc confunditur cum parte ſuperficiei circuli. Exempli gratia, ſi circulum immenſum concipiam per terræ centrum tranſeuntem; terræ centrum, & partes omnes circulum hunc tangentes, quæ cum ſua ſuperficie confundentur, erunt in hujus circuli plano.

II. *Axis circuli* dicitur recta per ejus centrum tranſiens, & utrinque ejus ſuperficiei perpendicularis. Exempli cauſa, ſi per centrum circuli horizontalis tranſeat linea verticalis, erit hæc axis circuli.

Aſtro-

Aſtronomiæ origo, & hiſtoria.

1111. OBSERVATIO. Aſtronomia orbi coæva dicenda eſt, cujus tempus dimenſa eſt, & anni tempora diſtribuit. At lente progredi debuit, quum ante teleſcopia inventa ægre admodum corpora a nobis adeo diſtantia accurate obſervari potuerint, quæ & motus habent complicatos, & viſu difficilia ſint.

Inter populos, qui ſcientiam hanc antiquitus coluerunt, recenſendi ſunt *Chaldæi*, qui plures obſervationes fecerunt, quæ interierunt; *Ægyptii*, quorum nonnullæ ſatis accuratæ obſervationes ad nos uſque pervenerunt; & *Sinenſes*, apud quos nulla vetus obſervatio attentione digna invenitur, & apud quos aſtronomia ineunte ſæculo decimo ſexto ab infantia nondum exceſſerat (520, 521, 522). Scientia hæc apud Romanos, apud Arabas, eorumque populorum ſucceſſores in mediocri illo ſtatu perſeveravit, ad quem illam advexerant Chaldæi, & Ægyptii: quæ gentes Sinenſibus ſibi coævis hac in re multo doctiores erant. Præclari aſtronomiæ progreſſus teleſcopiorum inventionem, quæ nobis cælum veluti proximum fecerunt, epocham agnoſcunt.

Tres ſummi viri præcipue aſtronomiam poſtremis hiſce temporibus ad eum perfectionis apicem, ad quem in Europa evecta eſt, extulerunt. *Copernicus*, qui verum mundi ſyſtema, ſeu verum corporum cæleſtium ordinem invenit; *Keplerus*, qui veras ſuorum motuum leges detexit; *Neutonus*, qui veram horum motuum cauſam phyſicam oſtendit.

I. Ante Copernicum ſolem, ſtellas, planetas circa tellurem in centro mundi immobilem converti contendebant: inde aſtris præpoſterus, & omnium motuum legibus oppoſitus motus tribuebatur. Copernicus tellurem inter planetas ſuo

vero loco conſtituit: ſtellas fecit totidem ſoles immotos, a quibus planetæ alii, ſive aſtra opaca circa illas revoluta illuſtrarentur.

II. Ante Keplerum, poſt Copernicum ipſum, planetarum revolutio, quæ circularis putabatur, imperfecte admodum agnoſcebatur. Keplerus detexit, planetas modo magis, modo minus a ſole remotos revolutiones ſuas periodicas circa illum non in circuiis, ſed in ellipſibus peragere ad duas leges generales, quæ omnes eorum motus calculo ſubiiciebant. Alibi de celebribus hiſce legibus ſermo erit.

III. Ante Neutonum, poſt Copernicum, & Keplerum ipſum, principium ignorabatur, & cauſa phyſica, qua planetæ dum circa ſolem convertuntur in ſua orbita detinentur. Detexit Neutonus, eſſe hanc eorum in ſolem ſui motus centrum gravitationem: oſtendit ipſe, hanc planetæ cujuſvis gravitationem, puta telluris, aut Jovis, ſemper eſſe in duplicata inverſa ratione planetæ a ſole diſtantiæ; & ab hac planetarum in ſolem gravitatione phænomena omnia cæleſtia proficiſci.

SE-

SECTIO PRIMA ASTRONOMIÆ.

ASTRONOMIA GEOMETRICA,

SIVE

THEORIA PHÆNOMENORUM CÆLESTIUM.

SPHÆRA ASTRONOMICA: *ejus natura*, *& uſus*.

CORPORA CÆLESTIA: *Stellæ*, *planetæ primarii*, *& ſecundarii*, *cometæ*, *parallaxis*, *refractio aſtronomica*, *lunæ anomalia*, *eclipſes*.

LEGES KEPLERI: *Sive duarum celebrium legum natura in cælis explicatio*, *& demonſtratio*.

MUNDI SYSTEMATA: *Syſtematis Copernicani explicatio*, *& demonſtratio*.

TELLUS PLANETA: *Ejus figura*, *ejus in cælo locus*, *tres ejus motus*, *menſura temporis*, *& ſpatii*, *&c.*

SECTIO PRIMA.

ASTRONOMIA GEOMETRICA, SIVE SPECULATIVA.

1112. OBSERVATIO. NEmo intelligentia præditus globos hos lucidos circa nos converſos non admirabitur, & harmonicos eorum motus dignoſcendi deſiderio non tenebitur, quibus dies, & anni menſuram obtinent, quibus terra, marique peregrinantes diriguntur, quibus agricola ſuorum laborum tempus agnoſcit, quique privatæ, & ſociali vitæ plurima afferunt adjumenta. At quam ſublimi, ac ſagaci ingenio præditus ille fuit, qui primus cælum univerſum complecti auſus eſt, ut illud ſuis obſervationibus, ſuoque calculo ſubijceret! Jam vero ſcientiæ hujus originem, & *fundamenta* inveſtigemus. Puncta duo immobilia, ſeu quæ talia primis obſervatoribus viſa ſunt; omnium hac in re noſtrarum cognitionum baſes erunt. Puncta hæc duo ſunt *centrum terræ*, & *polus viſibilis*.

Etſi puncta hæc re ipſa immobilia non ſint, nihil eorum mobilitas theoriæ, quam illa modo immobilia conſiderantes ſtatuere pergimus, officiet, ut in tractatus decurſu apparebit. Itaque cum primis aſtronomis, & obſervatoribus terram tamquam in centro univerſi immobilem conſideremus; & cælum tamquam motu diurno ab oriente in occidentem converti circa terram, & circa puncta duo in cælo fixa, quorum alterum ſemper, alterum nunquam nobis viſibile eſt, quæ *poli mundi* dicuntur, quod totum cælum circa illa quotidie converti videatur. Hoc nomen a græco πολεω, *verto* derivatum eſt.

Po-

Poli mundi, & telluris.

1113. OBSERVATIO. I. Cælum ſtellatum nocte conſpiciens adnoto, ad quandam borealem altitudinem prope ultimum ſidus ſigni cujuſdam, quod urſa minor nuncupatur, punctum eſſe immobile P, quod nec oritur, nec occidit, quod ſemper ad eandem ſupra horizontem altitudinem permanet, quod in ſe ipſum tantum converti videtur, & circa quod quotidie ab oriente in occidentem tota cæleſtis machina converti videtur. Punctum hoc P eſt mundi *polus borealis*; vocatur quoque polus arcticus, quod urſæ majori, græce *ἄρκτος* dictæ propinquum ſit; borealis vero, quod boreas a ſeptentrione in meridiem perflet (*Fig.* 1.).

II. Linea a polo P per terræ centrum T tranſiens indefinite producatur. Recta hæc PTM, quam voco *axem mundi*, in firmamento ad aliud immobile punctum M pertinget, circa quod pariter quotidie tota cæleſtis machina ab oriente in occidentem converti videbitur. Punctum hoc M eſt alter mundi polus, ſeu *polus auſtralis*, qui quoque antarcticus nuncupatur.

III. Pars *pm* axis mundi terram traijciens eſt *axis terræ*: puncta vero bina, quibus linea hæc e terra emergit, ſunt *poli terræ*, alter *p* ad ſeptentrionem eſt polus arcticus, ſeu borealis; alter *m* ad meridiem eſt polus antarcticus, ſive auſtralis.

Aſtronomiæ fundamenta.

1114. HYPOTHESIS. Ut qua ratione mens humana aſtronomicas cognitiones aſſequi potuerit videamus, ad antiquiſſima tempora regredior, & ſola ratione duce aſtra obſervo, & nonnullos circulos in cælo, & in tellure deſcribo, quibus certa quædam puncta ſtatuam, & accu-

ratis quibuſdam diviſionibus rerum univerſitatem partiar (*Fig.* 1.).

Sit in aperta planitie punctum *n*, quod mihi erit ſpecula. Totam cæli partem HPCR ſupra meum horizontem HTR poſitam intuitu complectar. Hemiſphærium cæleſte ſuperius videbo: punctum Z erit mihi verticale.

I. A ſemper viſibili, & immobili polo P per centrum terræ rectam P TM duco: eſt hæc terræ, & mundi axis, in quo quotidie cælum totum ab oriente in occidentem convertitur, aut converti videtur. Linea hæc *puncta duo fixa* in cælo mihi exhibet, polos ſcilicet P, & M (1113).

II. A centro terræ rectam T*n* mente duco per meam ſpeculam tranſeuntem, & indefinite ſuperius productam in Z, & inferius in N. Recta hæc *duo alia* mihi exhibet in firmamento *puncta fixa*: *zenith* Z ſuperius, *nadir* N e diametro inferius.

Lineæ duæ P TM, Z T N ad quatuor puncta fixa in firmamento terminatæ, ſe in terræ centro ſecantes ſunt, aut eſſe poſſunt in eodem plano: in centro terræ ſiquidem angulos duos ad verticem oppoſitos efficiunt: porro anguli duo ad verticem oppoſiti ſemper in eodem plano eſſe poſſunt, puta, in circulo, cum quo eorum lineæ confunduntur. Duas itaque lineas ad quatuor puncta fixa in cælo terminatas in eodem circuli plano conſtituo.

III. Itaque ductis a polo boreali P ad zenith Z, hinc ad polum auſtralem M, inde ad nadir N, & ab hoc ad polum borealem quatuor rectis, concipio lineam a centro terræ ad unum ex his punctis ductam converti ſecus lineas, quibus quatuor ea puncta fixa junguntur. Radius hic TP, exempli gratia, ſua revolutione circulum PZAMNBP deſcribet, cujus planum per meum zenith Z, per nadir N, & per duos mundi polos tranſibit: eſt hic *meridianus* cæ-

cælum, & terram bifariam dividens, parte una ad orientem, altera ad occidentem vergente, ſub quo quotidie totum firmamentum tranſire videbo.

IV. A centro terræ aliam rectam duco T A meridiani radio æqualem, & mundi axi perpendicularem, eamque circa hunc axem converti concipio. Linea hæc alium circulum ATB deſcribet, cujus axis PM per polos terræ tranſiens ad mundi polos pertinget; & cujus planum ab oppoſitis polis æque diſtabit: erit hic *æquator*, qui terram, & cælum bifariam dividet altera parte auſtrum, altera boream reſpiciente: hunc vero ſub diverſis angulis a planetarum orbita in annua revolutione biſectum videbo.

V. Adhuc a centro terræ aliam rectam TH duco radio meridiani æqualem, & lineæ ZTN meum zenith, & nadir attingenti perpendicularem; hanc vero concipio circa lineam ZTN revolutam. Linea hæc TH tertium circulum HTR deſcribet, cujus axis meum zenith, & nadir attinget, planum vero ubique a duobus hiſce punctis æquæ diſtabit: erit hic meus *horizon*, in cujus plano ſolem, & planetas ad diverſa puncta orir, & occidere modo magis boream, modo magis auſtrum verſus videbo. Circulus hic, ut & duo præcedentes cælum, & terram in duo *æqualia hemiſphæria* partitur.

VI. Facile quotquot libuerit circulos in cælo mente ducam eadem methodo: his *ſphæra aſtronomica* conficietur, quæ aliqua materia ſolida conſtructa etiam *ſphæra armillaris* nuncupatur. (*Fig.* 58)

Sphæra armillaris aſtronomicæ imago *ſex maximis circulis* conſtat: ſunt hi meridianus MN, æquator AB, horizon HH, Zodiacus DE, & duo coluri (1133); & *quatuor circulis minoribus*, qui ſunt duo tropici CD, EF; & duo circuli polares M, & N. Maximorum circulorum centrum eſt ipſum terræ centrum: minores

extra centrum terræ centrum habent, puta in axe mundi, aut in alia linea centro terræ ad firmamentum ducta.

His indicatis de ea ratione, qua mens humana aſtronomicas cognitiones aſſequi potuit, præclaras hac de re cognitiones acquiſitas per partes exponemus. Toto hoc tractatu id præſtabimus, in quo præ ceteris omnibus ordine, & perſpicuitate opus eſt. Prima hac ſectione in quinque articulos diſtributa de ſphæra cæleſtium corporum, de legibus Keplerianis, de vero mundi ſyſtemate, de tellure planeta ſermo erit.

ARTICULUS PRIMUS.

THEORIA SPHÆRÆ.

1115. DEFINITIONES. *Sphæra* ſolidum eſt ſeu verum, ſeu apparens ſemicirculi PBM circa ſuum axem PTM revolutione genitum. Talis eſt, aut eſſe videtur mundus viſibilis, quem veluti a pluribus circulis rectum conſiderare pergimus. (*Fig.* 1.)

In immenſo hoc orbe, qui quotidie circa tellurem convertitur, aut converti videtur, *poli mundi* vocantur puncta duo immobilia P, & M circa quæ diurnæ revolutiones fiunt; *axis mundi* linea recta PTM per centrum terræ ad polos terminata; *zenith* punctum cæli Z, aut C, aut A nobis imminens, ad quod pertingit recta T*n*Z a terræ centro per pedes noſtros ad cælum ducta; *nadir* punctum cæli nobis inferius, ad quod pergit recta *ng*N, vel *cf*F a noſtris pedibus per centrum terræ ad cælum inferius ducta; *antipodes* punctum ſuperficiei terreſtris *g* vel *f*, ubi linea hæc inferius e terra emerget, ut ad nadir producatur: *firmamentum* fornix ille ſeu verus, ſive apparens, cui corpora

cæ-

cæleſtia affixa videntur; *ſpatia cæleſtia* ſpatium omne inter terram, & firmamentum interceptum.

Ex his definitionibus apparet, duo tantum in cælo puncta eſſe, quæ mundi poli dici mereantur, ſcilicet puncta P, & M; verum totidem haberi diverſa zenith, & nadir, quot in terreſtri ſuperficie puncta ſunt, quibus inſiſtere obſervator poſſet. Hic in *n* ſitus nadir habet punctum N, zenith vero punctum Z; in *p* poſitus zenith habet punctum P, nadir vero punctum M. Idem dicas de antipodibus: obſervator in *b* antipodas habet in *a*: obſervator in *a* antipodas habet in *b*; ſi in *e* ſit, ejus antipodes erunt in *f*; ſi in *m*, antipodas habebit in *p*; atque ita de ceteris. Hinc ſequitur, Pariſiorum, exempli gratia, zenith, nadir, & antipodas nihil cum iis Romæ, Mantuæ Carpetanorum, aut Petropoleos habere commune.

SPHÆRÆ CIRCULI MAXIMI.

Meridianus.

1116. DEFINITIO. (*fig.* 2.) Loci cujuſque *meridianus* eſt circulus maximus, cujus planum per loci zenith, & nadir tranſit, per centrum terræ, & per terræ, & mundi polos. Circulus hic meridianus dicitur, propterea quia quum centrum ſolis in ejus plano eſt in ſua ſupra horizontem revolutione hoc in loco meridies eſt, ſole tunc ab horizontis punctis ſui ortus, & occaſus æque diſtante. Æque tunc meridies eſt in terreſtribus locis omnibus in plano hujus circuli ſupra horizontem ſitis.

Patet, totidem meridianos dari, quot in telluris peripheria *ſtſ* puncta ſunt; meridianus enim ſemper, & ubique per zenith tranſit; & totidem ſunt zenith, quot in terræ peripheria *ſtſ* puncta ſunt. Quare loci alicujus meridianus

nus non erit alterius loci magis orientalis, aut occidentalis meridianus: verum loci alicujus meridianus eſſe poteſt alterius loci magis borealis, aut auſtralis meridianus; meridiani enim planum a borea in auſtrum, non vero ab oriente in occidentem directum eſt.

Horizon.

1117. DEFINITIO. Duo horizontes (*) diſtinguendi ſunt, alter horizon rationalis, & aſtronomicus, alter ſenſibilis. (*fig.* 1)

I. Loci cujuſque *horizon rationalis* eſt circulus maximus, cujus axis ad loci hujus zenith, & nadir terminatur, & cujus planum per terræ centrum tranſiens ubique a loci hujus zenith, & nadir diſtat (1114, V). Hujus circuli planum cælum, & terram biſecat in duo hemiſphæria æqualia, alterum ſupra alterum infra hoc planum. Hujus circuli peripheria ubique a zenith, & a nadir diſtat gradibus 90. Horizon rationalis puncti *n* eſt circulus HTR.

II. Horizon ſenſibilis cujuſque loci eſt circulus eundem axem habens cum horizonte rationali, & cujus planum poſtremi hujus plano parallelum non jam per terræ centrum, ſed per ſuperficiem tranſit in ipſo puncto, cujus eſt horizon. Horizon ſenſibilis paulo minor horizonte aſtronomico ab hoc ubique diſtat toto telluris radio, leucis ſcilicet ferme 1430: quæ differentia in cælo nulla eſt, ubi duo hi horizontes ad ſenſum confunduntur. Si linea *hnr* ſemper perpendicularis perſeverans lineæ TZ circa punctum

(*) ETYMOLOGIA. *Horizon ab* ὁρίζω, *finio.* ὁρίζων, *circulus hemiſphærium noſtrum, & cæli aſpectum terminans, ſeu cælum in duas æquales partes ſecans, quarum altera ſemper viſibilis eſt.*

ctum *n* converteretur, circulum deſcriberet, qui eſſet puncti *n* horizon ſenſibilis aſtronomico HTR ejuſdem loci parallelus.

Quum a loco ad locum tranſimus, utrumque horizontem mutamus; aliud enim zenith, aliudque nadir habemus: axis vero horizontis ſemper per duo hæc puncta tranſit.

Linea meridiana.

1118. DEFINITIO. Plana meridiani, & horizontis ſenſibilis ſe ad angulos rectos ſecant; axis enim horizontis eſt in plano meridiani, & eorum communis ſectio eſt linea recta: *hac linea recta*, ſeu alia quævis linea huic parallela in plano meridiani ſupra horizontem, eſt *linea meridiana*.

Æquator.

1119. DEFINITIO. *Æquator* (*fig.* 2) eſt circulus maximus A *a* B *a* A T, cujus axis PTM tranſit per centrum terræ, & per terræ, ac mundi polos; & cujus planum ubique ab his polis æque diſtat. Pars hujus circuli terram attingens eſt æquator terreſtris / *t*: dicitur hic *linea æquinoctialis*: hanc prætergredi eſt a parte boreali ad auſtralem æquatoris tranſire (494, IV.)

I. Æquator dicitur quoque *circulus æquinoctialis*; quum enim in ipſo eſt ſol, ubique dies noctibus æquales ſunt: hoc bis in anno contingit, initio veris quum ſol ab auſtro in boream tranſit, aut tranſire videtur; & initio autumni, quum a borea ſol in auſtrum redit.

II. Æquator diurna ſua circa tellurem revolutione ab oriente in occidentem dies metitur. Jam vero quum æquator, ut quivis circulus, in gradus 360 diviſus ſit, & dies horas habeat 24, ſi per 24 dividantur 360, inveniemus 15 gradus æquatoris horæ uni reſpondere. Quare hora una

ali-

aliquod æquatoris punctum ab horizonte ſuperius, aut inferius feretur per gradus 15, duabus horis per gradus 30; atque ita porro. Idem dicas de circulis KN, RS, aliiſque æquatori parallelis.

1120. NOTA I. Horizon ſemper a zenith determinatur; hoc vero ſemper gradibus 90 ab horizontis peripheria diſtat (1117. Quare. (*fig.*1)

I. *Quum zenith A, aut B eſt in æquatore*; planum horizontis per mundi polos tranſit P, & M. Tunc tantum æquator A B A, & horizon P M P ad angulos rectos ſeſe interſecant.

II. *Quum zenith eſt inter polos, & æquatorem*, puta in Z; horizon H T R infra unum ex polis P deprimitur, ſupra alterum M attollitur, & æquatori A T B inclinatur; arcus vero P H, vel R M polo viſibili, & horizontis plano interceptus ſemper altitudini poli P ſupra horizontem viſibilis æqualis eſt.

III. *Quum zenith eſt in ipſis polis* in P, aut in M; plana horizontis, & æquatoris confunduntur: æquator, & horizon ſunt idem circulus A T B, cujus planum a polis gradibus 90 ubique diſtat.

1121. NOTA II. Zenith cujuſque loci, & polus viſibilis ſemper in plano ſunt meridiani ejus loci (1116). Jam vero quoniam polus gradibus 90 ab æquatore diſtat, & zenith quoque gradibus 90 ab horizonte (1117); patet quantum zenith Z ad viſibilem polum P accedit, tantundem horizontem TH infra hunc polum viſibilem P deprimi; & poli altitudinem P H æqualem eſſe diſtantiæ Z A zenith ab æquatore. H P Z = 90 gradibus: P Z A = 90 gradibus aufer partem communem P Z: remanet utrinque, H P = Z A. (*fig.* 1)

Hinc ſequitur, *diſtantiam zenith ab æquatore eſſe altitudini poli æqualem; & diſtantiam zenith a polo eſſe complemento altitudinis poli æqualem*. Exempli gratia, ſi in meridiano polus P

30 gradus ſupra horizontem H attollitur; zenith Z diſtat ab æquatore A gradus 30, & a polo P 60.

Ecliptica.

1122. DEFINITIO. *Ecliptica proprie curva eſt, quam in annua ſua revolutione centrum terræ circa ſolem deſcribit, a centro ſolis immobilis viſa, & ad firmamentum relata*: aut, ſi apparentiæ ſtemus, *ecliptica* circulus eſt, quem centrum ſolis in annua ſua revolutione in firmamento deſcribere videtur ab auſtro in boream, & a borea in auſtrum. Curva hæc telluris, hic ſolis circulus idem ſunt: linea ſcilicet R *a* N *n* R in firmamento. (*fig.* 2)

Poſita terra immobili, ſi toto anno obſervaremus cuinam firmamenti puncto centrum ſolis ſingulis diebus reſpondeat eadem hora, puta meridie; appareret centrum ſolis non jam quotidie eidem puncto *a* firmamenti reſpondere, ſed quotidie meridie in puncto eſſe gradum unum orientem verſus magis vergente: hodie in *a*, cras in *r*, poſt cras in *b*, deinde in *c*, in N, in *d*, in *e*, in *n*, in *f*, in g, in R, in *h*, in K, in *a*; horum vero punctorum meridie obſervatorum ſummam anni unius decurſu peripheriam circuli R T N in firmamento deſcribere, cujus planum per terræ centrum tranſiret, & ad planum æquatoris A T B gradibus 23, & minutis ferme 28 inclinatum eſſet. Circulus hic RTN eſt *ecliptica*, in cujus plano ſolis, & telluris centra ſemper ſunt. Eclipticæ nomen illi eſt a ſolis, & lunæ eclipſibus, quæ omnes in ejus plano contingunt.

I. Eclipticæ R T N planum (1110) æquatoris A T B plano nec parallelum eſt, nec perpendiculare, ſed obliquum. Hanc eclipticæ obliquitatem ad æquatorem metitur angulus R T B, vel N T A, qui anno 1770 erat ferme graduum 23, 28′, 7″, 7‴. Alibi num hæc eclipti-

cæ

cæ obliquitas variabilis ſit inveſtigabimus; num angulus NTA augeatur, aut minuatur, an idem ſemper maneat. (138r)

II. Eclipticæ axis DTE, & æquatoris axis PTM eum inter ſe angulum faciunt, quem eorum plana ſe in centris ad terræ centrum ſecantia: axes hi ergo eam inter ſe, quam plana inclinationem habent. Puncta duo cæli, ad quæ eclipticæ axis pertingit ſunt *poli eclipticæ*; puncta hæc ergo D, E a polis mundi P, M anno 1770 diſtabant ferme gradibus 23°, 28′, 7″, 7‴.

III. Quum ecliptica, & æquator ſe in centris ad terræ centrum ſecent, patet, *eclipticam dimidiam TN ad æquatoris partem borealem eſſe, alteram dimidiam ad auſtralem.*

Sol qui anno uno eclipticæ peripheriam percurrit quotidie gradum ferme unum ab occidente in orientem progrediens, erit ergo æquatori modo ad boream, modo ad auſtrum, quum bis in anno per æquatoris ATB planum tranſeat.

Circuli æquatori paralleli.

1123. OBSERVATIO. I. Quum ſol eſt in *a* in æquatoris, & eclipticæ interſectione initio veris; ea die *diurnam revolutionem* facit in æquatore cum puncto *a*, quod in ecliptica cæleſti occupat. (*fig.* 2.)

II. Quum ſol ſingulis diebus gradum unum ferme in ecliptica progrediens, & ſucceſſive in ſingulos dies pergens ab *a* in *r*, ab *r* in *b*, a *b* in *c* pervenit in N ad ſolſtitium æſtivum, & ad æſtatis initium; eo die *revolutionem diurnam* circa terram peragit ad borealem æquatoris partem in circulo NKN cum puncto N, quod in firmamento, & in ecliptica occupat, aut occupare videtur.

III. Quum ſol quotidie gradum unum ab occidente in orientem in ecliptica progrediens poſt eclipticæ puncta omnia *denfg* percurſa pervenerit.

rit in R intio hyemis; eo die *revolutionem diurnam* circa terram peraget ad partes æquatoris auſtrales in circulo R S R cum puncto R, quod in cælo occupare videtur, & quod cum ſole circa terram ab oriente in occidentem converti videtur, in circulo R S R æquatori A B parallelo.

IV. Si ſol in revolutione ſua circa eclipticam ab occidente in orientem a gradu ad gradum ſaltu tranſiret integram diem in eodem puncto perſiſtens, & ſequenti die ad aliud punctum gradum unum diſtans ſaltu tranſiens; in diurnis ſuis circa terram revolutionibus tot circulos R S, A B, N K *æquatori parallelos* deſcriberet, quot dies annus habet. At vero quum annuus ſolis motus in ecliptica ſucceſſivus, & perpetuus ſit; patet, ſolem in motu annuo cum diurno compoſito non jam peripherias invicem ſejunctas 365 deſcribere, & æquatori parallelas, ſed *ſpirales duas continuas*, quarum una in R incipit, in N deſinit, altera in N incipit, in R deſinit.

Quamobrem ſolis motu apparente ut vero conſiderato, quælibet hujus aſtri diurna circa terram revolutio ſpiralis eſt paululum æquatori inclinata, quæ tamen tanquam circulus æquatori parallelus ad ſenſum cenſeri poteſt, quum inſenſilis ſit ejus inclinatio. Sol ergo diurnis ſuis ſeu veris, ſive apparentibus revolutionibus unius anni curriculo ſpiras deſcribit ferme $365\frac{1}{2}$, quæ tanquam totidem circuli æquatori paralleli haberi poſſunt: hinc totidem in ſphæra aſtronomica *circuli æquatori ad ſenſum paralleli*.

Poli eclipticæ.

1124. PROBLEMA. *Poli borealis eclipticæ poſitionem nullo inſtrumento aſtronomico proxime invenire.* (*fig.* 2)

SOLUTIO. Ex dictis de ecliptica ſequitur, ſi in.

ſi in cælo circa mundi polum P deſcribatur DGD, cujus radius *v*, G ab axe mundi procedens ad gradus 23, 28, 7′, 7″ protendatur in cæleſti peripheria circa polum P, polum eclipticæ futurum in peripheria circuli hujus DGD. At quodnam in hac peripheria punctum eclipticæ polus eſt? hoc inveniendum eſt. (*fig.* 3)

Omnibus in cælo notum eſt ſignum perpetuo apparens, quod *urſa major* nuncupatur, ſeu *currus David*: re ipſa aliquatenus currus figuram præſefert: ſtellæ quatuor A B C D rotas referunt, aliæ tres F G T temonem.

I. Si per ſtellas A, B ducatur mente recta indefinita B A X ad boream, linea hæc ſtellæ polari P proxima tranſibit, quæ tantum a ſtella A diſtat, quantum A a ſtella T. Polaris hæc eſt in cauda alterius ſigni æque ſtellis ſeptem, minus tamen lucidis, compoſiti, quod dicitur *urſa minor*, græce *αρκτος*, unde propinquus polus arcticus dictus fuit. Stellæ duæ *a*, & *b* urſæ minoris magis a polare remotæ, quæ caudæ *c* P poſtrema eſt, dicuntur *urſa minoris cuſtodes*.

II. Si altera linea ducatur indefinita C D Z, hæc *polo boreali ecliptica* proxima tranſibit, qui eſt in linea DZ, & in linea per ſtelles *a*, & *b* ducta. Erit ergo polus hic in Z.

III. Recta ab hoc eclipticæ polo ad terræ centrum ducta, & ad oppoſitam firmamenti partem indefinite producta pertingit *ad auſtralem ecliptica polum* nobis inviſibilem.

Poli hi eclipticæ D, & E (*fig.* 2), qui ſunt duo puncta in firmamento definita, & quorum auxilio aſtrorum latitudinem metimur, quotidie aut re, aut apparenter circa æquatoris, & mundi polos ab oriente in occidentem convertuntur. Sella polaris P (*fig.* 1) non eſt in ipſo polo, ſed proxima eſt, & ex ipſa invenitur, (1355)

Zodiacus, & duodecim ſigna.

1125. DEFINITIO. *Zodiacus* eſt zona circularis DTED in firmamento ſexdecim ferme gradus lata, & in toto ſuo ambitu ab ecliptica biſecta (*fig.* 58). Zona hæc præter eclipticam, ſive annuam ſolis orbitam, ſeu mavis terræ, annuam orbitam continet planetarum omnium primariorum, quæ ſingulæ eclipticam ſub diverſis angulis bifariam ſecant, & quæ modo paulum accedentes, modo recedentes in cælo veſtigia ſignare videntur iis ſimilia, quæ in ampla via currus prætereuntes relinquunt. Zodiacus duodecim illuſtria ſigna complectitur, quæ *duodecim zodiaci ſigna* nuncupantur. Nomina, quibus inſigniuntur, & notæ, quibus indicantur ſunt hujuſmodi. Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpius ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Piſces ♓. Duobus ſequentibus verſibus eorum nomina, & ordo continentur.

Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo,
Libraque, ſcorpius, arcitenens, caper, amphora, piſces.

I. Etſi duodecim ſigna hæc totum Zodiaci ambitum complectantur, non tamen æquale ſpatium in cælis occupant. Veteres aſtronomi ſingulis æquale ſpatium aſſignarunt, gradus ſcilicet 30 eclipticæ, incipiendo a ſigno arietis, cujus primum punctum tunc temporis æquinoctio verno ſatis accurate reſpondebat. Hoc itaque primum arietis punctum tanquam primum eclipticæ punctum aſſumptum fuit, ſive illud, a quo ſigna ab occidente in orientem numerari inciperent directione *a* N *n* R *a*. Quamobrem ordo ſignorum eſt ab occidente in orientem: aries *ab* eſt tauro *bc* magis occidentalis, hic vero

ro magis geminis c N atque ita porro. (*fig.* 2)

II. At duodecim ſigna, quæ antiquis aſtronomis puncta fixa erant, modo non amplius in cælo ſunt reſpectu æquatoris, & æquinoctiorum, ut tunc (bis mille jam annis) erant. Signum enim arietis, quod tunc totum erat in $a\,b$, modo totum eſt in $b\,c$; & ſignum piſcium, quod tunc erat in Ka, modo totum eſt in $a\,b$. Signa hæc reſpectu æquatoris AaBnA mobilia, ad quem lentiſſimo motu ſemper accedunt, aut a quo recedunt, nequeunt ergo eſſe amplius punctum fixum reſpectu æquatoris. Quare recentiores aſtronomi, neglectis his ſignis reſpectu æquatoris mobilibus, pro primo ſigno aſſumunt primos triginta gradus $a\,b$ eclipticæ ad boream æquatoris a puncto æquinoctiali verno numerando; pro ſecundo ſigno ſequentes 30 gradus $b\,c$ ab Occidente in orientem procedendo; atque ita porro.

Duodecim hiſce eclipticæ diviſionibus vetera nomina aſtronomica remanſerunt. Exempli cauſa, adhuc *ſignum arietis* vocatur prima diviſio $a\,b$, etſi totum arietis ſignum modo ſit in ſecunda diviſione $b\,c$. Adhuc *ſignum tauri* nuncupatur diviſio $b\,c$, etſi totum hoc ſignum in tertia diviſione c N ſit; atque ita porro. Quare nomen ſigni arietis, aut libræ, exempli cauſa, non amplius reſpicit ſigna, quæ exprimit; ſed tantum primam, & ſeptimam zodiaci diviſionem, ſingulas graduum 30, exprimit.

III. Quum ecliptica, & zodiacus ab æquatore bifariam ſecentur: patet, dimidum zodiacum eſſe æquatori borealem, dimidium auſtralem Sex prima ſigna primo verſu incluſa vocantur *ſigna borealia*, quum ſemper ſint in boreali zodiaci parte a Nn; ſex alia altero verſu incluſa ſemper in auſtrali zodiaci parte ſunt, & *ſigna auſtralia* dicuntur.

IV. Quum centrum ſolis ſemper in eclipticæ plano ſitum illam anno uno percurrat, ſol ſucceſ-

ceſſive menſem ſingula ſigna tenet, ſeu ſingulas 30 graduum diviſiones. Quum dicimus, *ſol eſt in hoc ſigno*, puta, in data ſtella arietis, ſignificat hoc, ſolem e terra viſum videri in eodem cæli puncto, in quo ſtella illa; ſive ſolem medium inter tellurem, & ſtellam illam eſſe in recta, quæ per centra telluris, ſolis, & ſtellæ illius tranſiret.

V. Quum ſol in annua ſua revolutione ſucceſſive in ecliptica ſigna omnia zodiaci percurrat, hæc vero alia magis, alia minus ſupra horizontem noſtrum elevata ſint, *ſigna aſcendentia* dicuntur, quæ ſol percurrit ſupra horizontem noſtrum in dies magis aſſurgendo, *ſigna* vero *deſcendentia* quæ ſol percurrit in dies minus ſupra horizontem aſſurgendo. Signa aſcendentia R *a* N ſunt capricornus, aquarius, piſces, aries, taurus, gemini; deſcendentia N *a* R ſunt cancer, leo, virgo, libra, ſcorpius, ſagittarius (*Fig.* 2).

1126. NOTA. Si annus dies haberet tantum 360, ſicuti ecliptica, & circulus quivis 360 tantum gradus habet, ſol in annua circa zodiacum revolutione ſigni gradum ſingulis diebus percurreret. At quum annus habeat dies 365, horas 5, minuta 48, & ſecunda ferme 45, plures ſunt in anno dies, quam in ecliptica gradus. Non ergo quotidie gradum integrum eclipticæ percurret, ſed aliquanto minus.

Parum admodum aſtronomiæ intereſt ſcire quare veteres aſtronomi Græci, & Ægyptii iis nominibus ſigna zodiaci inſigniverint. Hic itaque tantum monebimus, quum plæraque ſigna animalium nomine vocentur, ideo eorum zonam zodiacus (ζωδιακὸν) dictam fuiſſe a græca voce ζῶον, *animal*, quaſi *animalium zonam*.

Quu-

Puncta cardinalia, æquinoctialia, ſolſtitialia.

1127. DEFINITIO I. *Quatuor puncta cardinalia* ſunt: ſeptentrio, meridies, oriens, & occidens æquinoctiorum (*Fig.* 2).

Sit PtM/P planum meridiani : $AnBaA$ planum æquatoris : horum circulorum axes (1110) dant quatuor puncta cardinalia. Axis P T M æquatoris dat in cælo ſeptentrionem P, & meridiem M. Axis A/TtB meridiani dat in cælo verum orientem A, & verum occidentem B: eſt hic oriens, & occidens æquinoctiorum ab illo ſolſtitiorum diverſus. In ſolſtitio hyemali ſol oritur, & occidit magis meridiem verſus in S R.

1128. DEFINITIO II. *Puncta æquinoctialia* ſunt puncta duo *a*, & *n*, ubi ecliptica, & æquatur ſe in cælo ſecant; alterum *a* eſt *punctum æquinoctiale vernum*; alterum *n punctum æquinoctiale autumnale*.

Quum ſolis centrum in alterutro horum punctorum eſt, dies toto orbe nocti æqualis eſt: hinc eorum nomen. Puncta æquinoctialia variabilia ſunt, ut quamprimum explicabimus; neque enim ſemper eidem cæli puncto reſpondent (*Fig.* 2).

1129. DEFINITIO III. *Puncta ſolſtitialia* ſunt in ecliptica puncta N, & R omnium proxima polis mundi P, & M. Punctum N eclipticæ omnium polo arctico P proximum eſt *punctum ſolſtitiale æſtivum*; punctum R eclipticæ omnium polo antarctico M proximum eſt *punctum ſolſtitiale hyemale*.

Puncta ſolſtitialia ſemper ab æquinoctialibus diſtant gradus 90. Quare, ut hæc, mobilia, & variabilia ſunt.

1130. DEFINITIO IV. Æquinoctia, & ſolſtitia peculiarem definitionem poſtulant, qua probe intelligantur (*Fig.* 3). I.

I. *Æquinoctium* dicitur momentum temporis, quo ſol eſt in plano æquatoris A B: contingit hoc bis in anno. Sol a meridie ad boream æquatoris tranſiens efficit in *a* æquinoctium vernum, quod contingit ad diem 20 martii: dies, & momentum, quo fit hic tranſitus, dies eſt, & momentum æquinoctii. Sol deinde a borea ad auſtrum æquatoris tranſiens efficit in *n* æquinoctium autumnale, quod ad diem 23 ſeptembris contingit: dies & momentum hujus tranſitus dies eſt, & momentum hujus æquinoctii.

II. *Solſtitium* dicitur momentum, quo centrum ſolis eſt in duobus punctis ſolſtitialibus N, & R. Quum centrum ſolis eſt in puncto ſolſtitiali N ad primum punctum cancri, ſeu quarti ſigni, habetur ſolſtitium æſtivum, quod ad diem 21 junii contingit. Quum ſol eſt in puncto ſolſtitiali R ad primum punctum capricorni, ſeu decimi ſigni, habetur ſolſtitium hyemale, quod ad diem 21 decembris contingit (*Fig.* 2.).

Eclipticam R *a* N *n* R ſol revolutione annua percurrendo ſucceſſive ad æquatorem A B accedit, & ab eo recedit. Verum duo ſunt tempora, quibus per aliquot dies veluti *ſtationarius* videtur, ſeu nec ad æquatorem accedere, nec ab illo recedere: contingit hoc duobus, aut tribus diebus ſolſtitia tum præcedentibus, tum ſequentibus. *Solſtitium*, quaſi *ſolis ſtatio*.

Præceſſio æquinoctiorum.

1151. OBSERVATIO. Supponamus primo in ecliptica *a* N *n* R *a* ſtellas eſſe 25740 omnes invicem æque diſtantes, ſecundis ſcilicet 50, & tertiis 20. Supponamus deinde in telluris diaphanæ centro T oculum quovis anno æquinoctium vernum obſervantem, ſeu momentum, quo ſol ab auſtro ad boream æquatoris A T B tranſit. Oculus hic videbit quæ ſequuntur (*Fig.* 2).

I. Si hoc anno in ipſo æquinoctio verno cen-

trum ſolis in firmamento reſpondet ſtellæ *a*; anno proximo in ipſo æquinoctio verno reſpondebit centrum ſolis ſtellæ ſequenti, magiſque occidentali *x*, quæ in ipſo æquinoctio erit in plano æquatoris. Inde ſequitur, *puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia quotannis regredi in antecedentia ſignorum ferme ſecundis quinquaginta cum* 20 *tertiis*; adeoque puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia præſentia *præcedere* in diurna revolutione ſive oriundo, ſive occidendo, ſive meridianum attingendo antiquiora puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia: eſt hæc *præceſſio æquinoctiorum*, a qua æque ſolſtitia afficiuntur, quæ ſemper ab æquinoctialibus punctis anni decurrentis 90 gradibus diſtant.

Juxta celebrem Abbatem Cailleum præceſſio media æquinoctiorum eſt ſecundorum 50, & tertiorum 20: importat hæc regreſſum gradus unius annis 71, & menſibus ſex; gradus duos annis 143; gradus 360 annis 25740 (*Fig.* 2).

II. Stella *a*, quæ anno proxime ſuperiore erat in plano æquatoris in ipſo æquinoctio verno, hoc anno in ipſo æquinoctio erit paulo æquatori borealis; hoc enim æquinoctii verni momento ſtella *x* eſt in plano æquatoris, & ſtella *a* quinquaginta ferme ſecundis in orientem proceſſit in boreali parte eclipticæ. Hinc ſequitur, eclipticam, adeoque firmamentum totum *præter revolutionem diurnam ab oriente in occidentem* circa mundi axem P T M; *aliam lentiſſimam revolutionem ſubire ab occidente in orientem* circa eclipticæ axem D T E. Alibi oſtendemus, binos hos motus tantum apparentes eſſe; & totum cælum ſtellatum eſſe perpetuo immobile.

III. Quum ex eclipticæ revolutione circa ſuum axem ab occidente in orientem, puncta omnia *h k y x* eclipticæ ſucceſſive fiant puncta æquinoctialia verna; ſequitur, *ſtellas quaſdam meridionales h k y x perpetuo ad æquatorem accedere; alias quaſdam ſeptentrionales a r b c perpetuo ab*

æqua-

æquatore recedere. Quare poſt aliquot ſæcula totum firmamentum poſitionem mutaſſe videri debet: ſicuti re ipſa eſt. Signum enim piſcium, quod erat in *k y x a* ad auſtrum æquatoris ante annos 2000, modo eſt in *a r b* ad boream æquatoris. Ipſum annis 71 $\frac{1}{2}$ ab occidente in orientem gradum unum progreditur.

Itaque ſi ſtella *a* modo eſt in æquatore ad punctum æquinoctiale vernum; eadem ipſa erit in N poſt annos 6435; in *n* poſt annos 12870; in R poſt annos 19305; iterum in *a* ad punctum æquinoctiale vernum poſt annos 25740.

Quum ſtella *a* eſt in eclipticæ, & æquatoris interſectione *a*, aut *n*; ſuas diurnas revolutiones peragit in plano æquatoris. Quum hæc eadem ſtella *a* eſt in N ad punctum ſolſtitiale æſtivum, ſuas diurnas revolutionesperagit in tropico cancri N K N ad boream æquatoris. Quum hæc eadem ſtella *a* eſt in R ad punctum ſolſtitiale hyemale, ſuas diurnas revolutiones peragit in tropico capricorni R S R ad auſtrum æquatoris; atque ita porro.

IV. Quum puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia cujuſque anni temporis initium, & finem definiant, ipſaque retrograda ſint, & ſolem veluti præcedant in ſua annua revolutione, ſequitur, *ſolem totam eclipticam non percurrere a puncto æquinoctiali verno ad punctum æquinoctiale vernum anni ſequentis tranſeundo*: tantum eclipticæ gradus percurrit 359, minuta 59, ſecunda 9, tertia 40.

Exempli cauſa, ſit hoc anno æquinoctium vernum in puncto *a*. Sol ut adveniat ad ſequens æquinoctium vernum, eclipticæ partem tantum *a* N *n* R *x* percurret; punctum enim *x* erit anno proximo in plano æquatoris quum centrum ſolis ab auſtrali in borealem eclipticæ partem tranſibit. Hac itaque annua revolutione ſol totam eclipticam percurret, dempto arcu *x a* ſecundorum 50, & tertiorum 20. Hac obſerva-

tione quam primum oſtendemus quare annus tropicus anno ſidereo brevior ſit.

1132. DEFINITIO. Ex hac obſervatione ſequitur, *præceſſionem æquinoctiorum* eſſe tantum motum realem, ſive apparentem in firmamento circa eclipticæ axem D T E ab occidente in orientem; ex quo motu puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia per hos dies ſemper ſunt quotannis in puncto magis occidentali eclipticæ in antecedentia ſignorum; & puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia anteriora tantundem poſteriora antecedere in conſequentia ſignorum ab occidente in orientem. Semper punctum poſtremi æquinoctii verni ſumitur pro primo eclipticæ puncto. Ab Hyparcho ad nos uſque puncta æquinoctialia, & ſolſtitialia retroceſſerunt gradibus ferme 27.

Coluri.

1133. DEFINITIO I. *Colurus æquinoctiorum* dicitur circulus, cujus planum tranſit & per mundi polos P, M, & per puncta æquinoctialia *a*, *n* (*Fig.* 2).

Planum hujus circuli perpetuo regreditur ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum, non ſecus ac puncta æquinoctialia, quibus ſemper affixum eſt. Arcus ſui regreſſus eſt ſecundorum 50, & tertiorum 20 quotannis (1131).

II. *Colurus ſolſtitiorum* dicitur circulus, cujus planum per mundi polos P, M tranſit, & per duo puncta ſolſtitialia N, & R: circulus hic quotannis regreditur in antecedentia ſignorum, ut præcedens.

Circuli hi duo ſe ad angulos rectos ſecant a ſuis centris ad terræ centrum; & quotannis eclipticam ſecant in punctis *a x y k* in occidentem progredientibus in antecedentia ſignorum. Dicuntur *coluri*, ſeu mutili, quia toti non videntur ſupra horizontem ab iis, qui regiones citra, aut ultra æquatorem incolunt: itaque in pa-

parte ab obſervatore magis remota veluti truncati apparent κόλοι τὴν οὐρὰν : *mutili cauda*.

Circuli minores ſphæræ.

1134. DEFINITIONES. I. *Tropicus cancri* dicitur circulus N K N æquatori A B A parallelus, cujus axis eſt ipſe axis mundi, & cujus planum tranſit per primum punctum cancri, ſeu per æſtivi ſolſtitii punctum N (*Fig.* 2).

II. *Tropicus capricorni* dicitur circulus R S R æquatori parallelus, cujus axis eſt ipſe mundi axis A T M, & cujus planum tranſit per primum punctum capricorni, ſeu per ſolſtitii hyberni punctum R (494).

Circuli hi duo æquatori, & inter ſe paralleli diſtant ſinguli ab æquatore gradibus 23, 28′, 7″, 7‴. Arcus N A S, ſive R B K motum annuum verum, ſive apparentem ſolis metitur ab auſtro in boream, & a borea in auſtrum. Arcus hic dimidius maximam hodiernam eclipticæ obliquitatem æquatori metitur.

III. *Circuli polares* dicuntur circuli duo D G D, F E F æquatori, & inter ſe paralleli, quorum axis eſt axis mundi, radius recta a polis eclipticæ ad axem mundi perpendicularis, & cujus peripheria ubique a polis mundi P, & M tantundem diſtat, quantum puncta ſolſtitialia N, R ab æquatore A B, ſcilicet 23°, 28′, 7″, 7‴.

Quatuor hi minores circuli æquatori, & inter ſe paralleli cælum, & terram dividunt in ſex zonas, de quibus jam alibi (494): hic iterum earum geneſim, & principia aſtronomica proferam.

Zonæ terreſtres, & cæleſtes.

1135. HYPOTHESIS (*Fig.* 1). Si diameter G T F ſphæræ cæleſtis revolutionem complet circa axem mundi P T M ſemper eandem inclina-

nationem C T P ſervans ad hunc axem, patet, diametrum C T F deſcripturam conos duos CTDC, FTEF vertice ad centrum terræ oppoſitos. Jam vero conos hos in cæleſti, & in terreſtri ſuperficie perpendamus.

I. Dum punctum C in cælo peripheriam CDC deſcribit, ejuſdem radii T C punctum *c* in ſuperficie terreſtri peripheriam *c d c* deſcribit. Peripheriæ hæ duæ C D C, *c d c* inter ſe, & æquatori parallelæ ſunt angulus C T P, vel *cTp*, qui eas a polis ſeparat, utrique idem eſt; ſicuti & angulus C T A, vel *c T a*, a quo ab æquatore ſejunguntur.

II. Dum punctum F in firmamento deſcribit peripheriam F E F, punctum *f* in ſuperficie terreſtri peripheriam *f e f* deſcribit. Duæ hæ peripheriæ F E F, *f e f* inter ſe, & æquatori parallelæ ſunt: peripheria cæleſtis diſtat a polis mundi, & ab æquatore cæleſti quantum minor peripheria diſtat a terræ polis, & æquatore.

III. Quum duæ majores peripheriæ C D C, F E F ubique ab æquatore, A T B æque diſtant, etiam a polis cæleſtibus P, M æque diſtant. Ita quoque minores peripheriæ terreſtres *c d c*, *f e f* ab æquatore terreſtri *a b a*, & a terreſtribus polis *p*, & *m* æque diſtant.

Hinc ſequitur, *revolutionem diametri, aut radii ſphæræ cæleſtis circa axem mundi eaſdem facere diviſiones in cæleſti, ac in terreſtri ſuperficie*. Corollarium hoc memoria retineri meretur; aſtronomiæ ſiquidem, & geographiæ lucem ſæpius affert.

1136. PROBLEMA. *Zonarum cæleſtium, & terreſtrium geneſim explicare, & magnitudinem determinare* (*Fig.* 2).

SOLUTIO. Tellure hic quoque immobili ſuppoſita in centro firmamenti, ut eſſe videtur, plures radios concipiamus a terræ centro ad cælum ductos, & ſub angulis quibuſdam conſtantibus ſeſe circa mundi axem P T M convertentes:

tes: cælum, & terram videbimus in proportionales circulares zonas dividi ab occidente in orientem (494).

I. Radius T B axi mundi perpendicularis circa hunc axem converſus cæleſtem æquatorem B A B, & terreſtrem *t ſ t* efficiet: cælum, & terram in duo hæmiſphæria æqualia boreale unum, auſtrale alterum dividet.

II. Radius T N a centro terræ ad punctum ſolſtitiale æſtivum ductus circa axem mundi converſus deſcribet in cælo, & in tellure peripheriam tropici cancri ubique ab æquatore diſtantem 23°, 28′, 7″, 7‴. Spatium inter æquatorem, & tropicum cancri in cælo æque, ac in tellure eſt *zona torrida borealis*.

III. Alter radius T R a terræ centro ad punctum ſolſtitiale hybernum ductus circa axem mundi converſus in cælo, & in tellure peripheriam tropici capricorni deſcribet ab æquatore æque cum præcedente diſtantem. Spatium inter æquatorem, & tropicum capricorni in cælo æque, ac in tellure eſt *zona torrida auſtralis*.

IV. Axis eclipticæ D T E circa axem mundi converſus in cælo, & in tellure duas circulorum polarium peripherias deſcribet ubique in cælo, & in tellure ab æquatore diſtantes gradus ferme 90, 32′, a polis vero 23°, 28″.

Spatium inter tropicum cancri, & circulum polarem borealem in cælo, & tellure eſt *zona temperata borealis* lata ferme 43°, 4″.

Spatium inter tropicum capricorni, & circulum polarem auſtralem in cælo, ac in tellure eſt *zona temperata auſtralis* æque lata ac præcedens.

V. Spatium inter polos, & circulos polares æque in cælo, ac in tellure duas zonas efficit, quæ *frigidæ* nuncupantur a diro frigore, quo in orbe noſtro corripiuntur. Singulæ hinc inde a polis protenduntur per gradus 23, 28′, 7″, 7‴,

altera circa polum arcticum, altera circa antarcticum. Harum zonarum latitudo a circulis polaribus ad polos eadem ipſa eſt, quæ zonarum torridarum. His nomen eſt ab immani calore, quo ferme toto anno torrentur.

Annus aſtronomicus, & civilis

1137. DEFINITIO. Annus aſtronomicus eſt revolutio ſeu vera, ſeu apparens ſolis circa R *a* N *n* R: dividitur præcipue in annum ſydereum, & in annum tropicum. (*fig.* 2)

I. *Annus aſtronomicus ſydereus* eſt integra ſolis revolutio circa eclipticam ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum, enumerandi initium faciendo a tranſitu centri ſolis per ſtellam quamvis *a* uſque ad ſolaris centri reditum ad hanc eandem ſtellam *a*. Annus hic juxta Caillium eſt dierum 365, horarum 6, minutorum 8', ſecundorum 58: aliquanto ſequenti longior eſt, a quo anni tempora dividuntur.

II. *Annus aſtronomicus tropicus* eſt vera, aut apparens ſolis revolutio circa eclipticam numerando a centri ſolis tranſitu per unum ex punctis æquinoctialibus, aut ſolſtitialibus uſque ad reditum centri ſolis ad idem punctum æquinoctiale, aut ſolſtitiale. Annus hic, ut alibi indicavimus (527) habet dies 365, horas 5, minuta 48, ſecunda 43, vel 45. Brevior eſt præcedente minutis ferme 20, ratione regreſſus punctorum æquinoctialium, & ſolſtitialium.

Exempli cauſa, ut habeatur annus ſydereus, ſol totam omnino eclipticam percurrere debet: ut vero habeatur annus tropicus ſol eclipticam percurrere debet, dempto arcu *x a* regreſſus. Ut arcum hunc *x a* percurrat, ſeu ut totam eclipticam perluſtret, illi adhuc deſunt viginti ferme minuta temporis. (1131, IV.)

Quum revolutio tropica anni tempora ſucceſſive reducat, aptior eſt, quam ſyderea ad tempus in uſus civiles, & politicos dividendum.

Hac

Hac ratione aſtronomicæ ſupputationes tropicæ revolutioni potius, quam ſydereæ accommodantur: & revolutio hæc tropica pro anni aſtronomici menſura ſumitur.

III. *Annus civilis* eſt tempus periodicum a nationis cujuſque conſuetudine, & legibus definitum. Omnium optimus eſt, qui anno aſtronomico tropico magis congruit. Nobis annus civilis incipit, & completur diebus aliquot poſtquam ſol per punctum ſolſtitiale hybernum tranſiit. (528)

Dies naturalis, dies civilis.

1138. DEFINITIO. *Dies naturalis* eſt vera, aut apparens ſolis revolutio circa terram ab oriente in occidentem, numerare incipiendo a tranſitu centri ſolis per meridianum quemvis, uſque ad reditum ejuſdem centri ad eundem meridianum. Hæc revolutio horas 24 continet, modo æqualiter, modo inæqualiter in diem, & noctem diviſa, quæ duo ſimul diem naturalem efficiunt.

Dies civilis nobis, & plæriſque populis idem eſt, ac dies naturalis. Diem civilem nos incipimus a media nocte, quum centrum ſolis eſt in inferiori parte noſtri meridiani, procedentes uſque ad reditum centri ſolis ad eandem inferiorem meridiani partem. Plærique aſtronomi diem ſumunt a meridie ad meridiem, quum tranſitum ſolis per ſuperiorem meridiani partem obſervant.

Arcus diurnus, & nocturnus.

1139. OBSERVATIO. Sol eclipticam ab auſtro in boream, & viciſſim percurrens, re, aut apparenter quotidie circa mundi axem PM convertitur: bis in anno in plano æquatoris; reliquo tempore in plano circuli CDC, vel FEF ad ſenſum æquatori AB paralleli. (*fig.* 1)

Ponamus obſervatorem in *n* : ejus horizon erit circulus H T R obliquè ſecans & æquatorem A B, & omnes æquatori parallelos, nempe F E F, & C D C. Pars æquatoris, & circulorum æquatori parallelorum eſt ſupra horizontem H T R : altera eorundem circulorum pars infra ipſum horizontem eſt. Pars *t* C *x*, vel *v* E *ſ* horum circulorum ſupra horizontem eſt *arcus diurnus*, & diem metitur : pars eorum altera *x* D *t*, vel *ſ* F *v* infra horizontem eſt *arcus nocturnus*, & noctis menſura.

I. Ratio diei ad noctem ſemper rationi arcus diurni ad nocturnum æqualis eſt circuli, exempli gratia, C D C, quem ſol in diurna revolutione circa axem mundi P M percurrit. Quum arcus diurnus *c* A *f æqualis* eſt arcui nocturno *f* B C, dies nocti æqualis eſt. Quum arcus diurnus *t* C *x major* eſt arcu nocturno *x* D *r*, dies nocte longior eſt. Quum arcus diurnus *v* F *ſ minor* eſt arcu nocturno *ſ* F *v*, dies nocte brevior eſt.

II. Quum circulus a ſole percurſus totus ſupra horizontem eſt, neque arcus nocturnus, neque nox habetur ; quum hic circulus totus infra horizontem eſt, neque arcus diurnus, nec dies habetur.

In duobus hiſce caſibus, qui tantum zonarum frigidarum incolis contingunt, ut mox explicabimus, dies naturalis eſt dies ſine nocte, & nox ſine die, horarum 24.

Hyems, æſtas, ver, autumnus.

1140. OBSERVATIO. Annus aſtronomicus, & civilis in quatuor tempeſtates dividitur inter ſe & ob annuam ſolis per eclipticam revolutionem, & ob ea, quæ hinc conſequuntur, diverſas. (*fig.* 1)

A puncto ſolſtitiali hyberno F ad punctum ſolſtitiale æſtivum C ſol quotidie magis ſupra hori-

horizontem noſtrum H T K attollitur, & dies nobis affert ſemper creſcentes. A puncto ſolſtitiali æſtivo C ad hybernum F ſol in dies minus ſupra horizontem attollitur, & dies affert ſemper decreſcentes. Hinc tempeſtatum diverſitas, ſeu temperiei in tellure modo magis modo minus a ſole calefacta, & ab ipſo modo ab inertia ad fœcunditatem, modo a fœcunditate ad inertiam traducta.

I. *Hyemem* dicimus tempus, quo ſol a puncto ſolſtitiali hyberno R ad punctum æquinoctiale vernum *a* tranſit. Hoc anni tempus nos a breviſſimis diebus ad æquinoctium traducit. (*fig.*2)

II. *Ver* dicimus tempus, quo ſol a puncto æquinoctiali verno *a* ad punctum ſolſtitiale æſtivum N tranſit; ſive a primo puncto arietis ad primum punctum cancri. Hoc anni tempus nos ab æquinoctio ad longiſſimos dies traducit.

III. *Æſtatem* dicimus tempus, quo ſol a puncto ſolſtitiali æſtivo N ad punctum æquinoctiale autumnale *n* tranſit; ſive a primo puncto cancri ad primum punctum libræ. Hoc anni tempus a longiſſimis diebus nos ad æquinoctium traducit. Quare duo hæc anni tempora, ver, & æſtas, ceteris duobus diebus ferme octo longiora ſint alibi explicabimus. (1321)

IV. *Autumnum* dicimus tempus, quo ſol a puncto æquinoctiali autumnali *n* ad punctum ſolſtitiale hybernum tranſit R; ſive a primo puncto libræ ad primum punctum capricorni. Hoc anni tempus nos ab æquinoctio ad breviſſimos dies deducit, quibus ſol paucis horis ſupra horizontem apparens, & radios ad nos admodum obliquos vibrans minimum calorem parit.

Ex ſequentibus apparebit, anni tempora eſſe relativa, atque illud, quod alicui regioni eſt hyems, alteri æſtatem eſſe poſſe. Idem anni tempus, quod nos æſtatem nuncupamus, antipodibus noſtris hyems eſt; modo in antipodibus incolæ ſint.

Tres ſphæræ poſitiones.

1141. OBSERVATIO. Æquator horizonti aut perpendicularis, aut obliquus, aut parallelus eſſe poteſt pro diverſis regionibus, in quibus zenith, & horizon aſſumetur. Hinc tres diverſæ ſphæræ poſitiones diverſas terræ regiones, earumque incolas reſpicientes. (*fig.* 1)

I. *Sphæra recta* eſt, quum æquator, ejuſque paralleli ſunt horizonti perpendiculares. Ita ſphæra eſt incolis *a* æquatoris, cujus horizon PMP perpendiculariter ab æquatore, ejuſque parallelis FEF, CDC ſecatur.

II. *Sphæra parallela* eſt quum æquator, & horizon ſunt in eodem plano, aut ſimul concurrunt. Ita eſt ſphæra polorum *p*, & *m* incolis, ſi incolæ ſub polis ſunt; eorum quippe horizon aſtronomicus eſt ipſe æquator, & horizon ſenſibilis eſt circulus æquatori parallelus: poli mundi ſunt eorum zenith, & nadir.

III. *Sphæra obliqua* eſt, quum æquator, ejuſque paralleli ab horizonte oblique ſecantur. Ita ſphæra eſt omnibus populis *n* inter polos, & æquatorem ſitis; eorum enim horizon HTR, cujus planum infra unum polum eſt, & ſupra alterum, neceſſario æquatori AB, ejuſque parallelis CDC, EFE obliquus eſt.

Sphæra recta.

1142. OBSERVATIO. Populi, qui ſub ipſo æquatore ſunt, ſphæram habent: æquator ATB eſt horizonti PTM perpendicularis, cujus planum per terræ, & mundi polos tranſit. In ſphæra recta, exempli gratia, in *a*, (*fig.* 1)

I. Perpetuum eſt æquinoctium, noctesque toto anno diebus æquales ſunt; circuli enim omnes EFE, CDC, quos toto anno ſol circa mundi uſum deſcribit, ſunt, ut æquator, hori-

zon-

zonti P M P perpendiculares, a quo bifariam ſecantur: & harum æqualium partium una eſt arcus diurnus, & diem metitur, & altera arcus nocturnus noctis menſura. (1139)

II. Omnia anni tempora duplicia ſunt. Æquatoris incola hyemem habet quum ſol minime elevatus eſt ſupra ſuum horizontem PMP: quod bis in anno contingit, quum ſcilicet ſol eſt in tropico cancri C D C, & quum ſex menſibus poſt eſt in tropico capricorni F E F. Idem æſtatem habet quum ſol maxime ſupra ſuum horizontem P M P elevatus eſt; quod adhuc bis in anno contingit, quum ſcilicet ſol a tropicis ad æquatorem revertitur. Eadem ratione duplex habebit ver, & duplicem autumnum.

Illi *prima hyems* eſt quum ſol ab E in K tranſit: *primum ver* quum ſol magis ſupra horizotem aſcendens tranſit a K in A: *prima æſtas* quum ſol ab A tranſit in L: *primus autumnus* quum ſol a zenith recedens tranſit ab L in C. Solis reditus *a* C in E illi adhuc affert quatuor anni tempora: alteram hyemem in C L, alterum ver in L A, alteram æſtatem in A K, alterum autumnum in K E. At hæ tempeſtates, quæ nobis trium menſium ſunt ſingulæ, æquatoris incolæ ſunt tantum menſis unius & dimidii.

III. Poli mundi P, & M conſpiciuntur radere horizontem P M P, & ſtellæ omnes firmamenti ſucceſſive ſupra horizontem tranſire: hoc nobis non accidit, qui in *n* ſiti citra æquatorem nec polum auſtralem M nec ſtellas R M N unquam videmus, quæ circa polum M convertuntur.

Sphæra parallela.

1143. OBSERVATIO. Sub utroque polo in *p* aut in *m* ſphæra eſt parallela: horizon A B confunditur cum æquatore A B. In ſphæra parallela, exempli gratia ſub polo arctico P, (*fig.* 1)

I. Za-

I. Zenith eſt polus P, nadir alter polus M, uterque 90 gradibus ab æquatore A B diſtans, qui eſt polorum horizon. Toto anno conſpiciuntur eædem ſtellæ circa axem mundi converti, quæ ſcilicet in boreali hemiſphærio BPA ſunt: quæ in auſtrali hemiſphærio BMA ſunt toto anno ſub horizonte A B latent. Omnia hæc oppoſita ratione ſub altero polo M contingunt.

II. Quum ſol eclipticam percurrens ſex menſibus citra, ſex aliis ultra æquatorem ſit, qui polorum *p*, & *m* horizon eſt; jam ſol ſex continenter menſibus ſupra, ſex aliis infra polorum horizontem erit: quare ibi annus conſtat unico die, & unica nocte ſingulis ſex menſium. (*fig.*1)

III. Solem in ſex ſignis borealibus ſequamur ſupponentes nos eſſe in *p* ſub polo arctico P. Quo die ſol eſt in eclipticæ, & æquatoris interſectione ad punctum æquinoctiale vernum, diurna ſolis revolutio fit in plano æquatoris A B, qui eſt horizon aſtronomicus poli *p*. Toto hoc die incola poli *p* videt centrum ſolis converti in toto ſuo horizonte A B A. Sequenti die videt centrum ſolis deſcribere circa horizontem circulum heſterno parallelum, aliquanto tamen ad polum accedentem, & ſupra horizontem elevatum. Tribus continenter menſibus videt ſolem circa ſe revolutiones facere in circulis ſemper horizonti A B A parallelis, in dies tamen ſupra horizontem magis elevatis uſque ad ſolſtitium æſtivum, in quo ſol deſcribit parallelum C D C gradibus ferme 23, 28″ ſupra horizontem A B A.

Quum ſol ad punctum ſolſtitiale æſtivum C advenit, non ultra ad polum P accedit, ſed ad æquatorem A B accedere incipit, quotidie tribus continenter menſibus circulos parallelos deſcribens, qui tamen ad eum magis, magiſque accedentes tandem in æquinoctio autumnali cum ipſo æquatore confunduntur. Toto hoc tempore poli *p* incola ſolem perpetuo videt circa ſe con-

converti per circulos horizonti ſuo, qui eſt æquator A B A, parallelos.

Poſt æquinoctium autumnale ſol tribus menſibus circulos diurnos deſcribit æquatori parallelos magis magiſque ab æquatore recedens ad partes tropici capricorni F E F; deinde aliis tribus menſibus ſuos diurnos parallelos deſcribit in dies ad æquatorem accedens donec æquator fiat iterum circulus eius diurnus. Toto hoc tempore ſol perpetuo infra horizontem poli *p* latet, qui ſex continenter menſibus in denſis tenebris verſaretur, niſi lucida crepuſcula aſtri hujus abſentiam compenſarent.

IV. Idem oppoſita ratione incolæ poli *m* contingit: nunquam videt niſi polum M, qui ejus zenith eſt, & ſtellas A M B, quæ perpetuo ſupra ſuum horizontem A B A in circulis horizonti parallelis convertuntur. Polus *m* ſex menſibus noctem habet, quum polo oppoſito dies ſex menſibus lucet.

1144. NOTA. Alibi diximus, crepuſculum mane incipere, veſpere deſinere, quum ſol gradus ferme 18 infra orizontem eſt, & quo magis ad polos accedimus, eo crepuſcula eſſe longiora. (1036)

Quare quum ſol gradus tantum 23, 28′′ infra polorum horizontem deſcendant, qui æquator eſt, quivis polus *p*, aut *m* in ſua nocte ſex menſium *crepuſculum diverſæ lucis per menſes quatuor aut quinque quotannis habere debet*.

Sphæra obliqua.

1145. OBSERVATIO. In regionibus omnibus inter æquatorem, & polos ſphæra eſt obliqua; horizon quippe H T R diverſa obliquitate ſecatur a 365 parallelis C D, A B, E F, quos ſol quotannis in diurna circa axem mundi revolutione deſcribit. Quum hæc ſphæræ poſitio univerſam tellurem afficiat, dempta linea una,

quæ

quæ æquator eſt, & punctis duobus, quæ poli ſunt, peculiarem explicationem poſtulat. Illam itaque in ſuis phænomenis expendemus, (*fig.* 1)

I. *In univerſa zona torrida c d f e*, ſpatio ſcilicet tropicis incluſo (1136): bis in anno ſol verticalis eſt: hinc in hiſce regionibus, ut ſub æquatore, duplicia quotannis anni tempora; hoc tamen diſcrimine, quod in regionibus zonæ torridæ hinc inde ab æquatore hæc anni tempora diuturnitate inæqualia ſunt: ad tropicos ab una ad alteram æſtatem dies aliquot tantum intercedunt.

II. *In zonis temperatis, & frigidis* (1136) nunquam ſol eſt verticalis, zenith enim Z, vel P, vel H ubique magis diſtat ab æquatore, quam ſol eclipticam percurrens ab illo recedat. (1122)

III. *In univerſo orbe* æquinoctium eſt iis duobus diebus, quibus ſol in æquatoris, & eclipticæ interſectione verſatur in plano æquatoris revolutionem diurnam peragens. Æquator enim A T B ab horizontibus quibuſque HTR, PTM, CTF, D T E, Z T N bifariam ſecatur, & pars ſupra horizontem ſita infra jacentem æquat; quarum prima diei, altera eſt noctis menſura (1139): quum itaque duo hi æquatoris arcus ſint æquales, ubique nox diei æqualis eſt, quum ſol in æquatoris plano verſatur.

Hinc quoque ſequitur, *ſi toto anno ſol in plano æquatoris verſaretur, æquinoctium perpetuum futurum*, ver quoque perpetuum, & eandem in univerſo orbe perpetuam tempeſtatem. Sol vero permanenter in æquatore verſaretur (*Fig.* 2), ſi planum eclipticæ R T N non amplius æquatori A T B inclinatum, ſed parallelum eſſet, & cum illo confunderetur. *Si ergo ecliptica cum æquatore confunderetur, ubique terrarum perpetuum ver eſſet.*

I. *Ubique* æquinoctium ceſſat ſimul ac ſol extra æquatoris planum verſatur (*Fig.* 1). Horizon

zon enim H T R, exempli gratia, tunc non amplius a ſolis diurna revolutione C D C, vel F E F extra æquatorem bifariam ſecatur. Partes inæquales *t* C *x*, *x* D *t*, quarum altera eſt arcus diurnus, altera nocturnus, dies noctibus inæquales faciunt (1139) regionibus omnibus, quæ ſub ipſo æquatore non ſint. Circulus diurnus C D C, exempli gratia, pari modo inæqualiter ſecabit horizontes ceteros quoſcumque Z T N punctorum R & H, dempto PTM horizonte æquatoris, ubi æquinoctium perpetuum eſt. (*Fig.* 1)

V. *In zona torrida, & temperata boreali* die, quo ſol eſt in tropico capricorni F E F, a diem, quo eſt in æquatore A B A, dies *r* E noctibus *ſ* F *v* breviores ſunt (1139). Deinde a die, quo ſol eſt in æquatore A B A, ad diem quo eſt in tropico cancri C D C, dies *t* C *x* noctibus *x* D *t* longiores ſunt. Dies, qui a ſolſtitio hyberno ad æſtivum progreſſione quadam creverunt, eadem deinde progreſſione a ſolſtitio æſtivo ad hybernum decreſcunt.

VI. *In zona torrida, & temperata meridionali* oppoſitum contingit. Exempli gratia; in *g* a die, quo ſol eſt in tropico capricorni F E F, ad diem, quo eſt in æquatore A B A, dies *ſ* F *v* noctibus *v* E *ſ* longiores ſunt. Deinde a die, quo ſol eſt in æquatore, & æquinoctium efficit, ad diem, quo eſt in tropico cancri C D C, dies *x* D *t* noctibus *t* C *x* breviores ſunt. Redeunte ſole ad æquatorem, & ad tropicum capricorni dies creſcunt, ut decreverunt pro puncto *g*, cujus zenith eſt in N.

VII. *Sub circulis polaribus* (*fig.* 2) omnia zenith D G F E, ut poli eclipticæ D, E (1136) diſtant a polis mundi P, M gradibus ferme 23, 28″. Horizontes omnes R T N, vel K T S ſecabunt ergo æquatorem A B A ſub angulo æquali ipſi N T A inter æquatorem, & eclipticam comprehenſo: omnes ergo hi horizontes attingent hinc tropicum cancri N K N, illinc tropicum capri-

cor-

corni R S R; quandoquidem hi duo circuli tantum ab æquatore diſtant, quantum circuli polares a polis mundi. (*fig.* 2)

Circulorum polarium incola horizontem habebit RTN ſi ejus zenith ſit punctum D & horizontem KTS, ſi zenith ſit G. Patet, ambos hos horizontes eſſe infra tropicum cancri NKN, & ſupra tropicum capricorni R S R. Ergo ſub circulo polari boreali dies habebitur horarum 24 quum ſol erit in tropico cancri; & nox horarum 24 quum ſol erit in tropico capricorni. Incolæ circuli polaris auſtralis oppoſitum continget.

VIII. *Ultra circilus polares*, puta ad gradus 80 ab æquatore horizon ab æquatore diſtat gradus 10 dumtaxat. Quamdiu ergo ſol ſupra 10 gradus citra æquatorem eſt polum arcticum verſus, perſeverat ſupra horizontem incolarum zonæ frigidæ ad gradus 80 ab æquatore; quamdiu ergo ſupra 10 gradus ſol ultra æquatorem eſt polum antarcticum verſus, perpetuo infra illorum incolarum horizontem eſt: quare hi per aliquot continenter menſes noctem habent, & per totidem menſes perpetuum diem.

Idem oppoſita ratione contingit incolis in telluris parte auſtrali gradus 80 ab æquatore diſtantibus: dies perpetuus his incipit, quum illis incipit perpetua nox; & viciſſim. (*Fig.* 2)

Facile intelligimus, hanc diei, & noctis perpetuitatem eo citius incipere, & eo diutius perdurare, quo loca polis propinquiora ſunt, ubi hæc viciſſitudo eſt menſium ſex (1143). Exempli cauſa, quo locus polo arctico propinquior eſt eo minus horizon ab æquatore diſtat; adeoque citius, & diutius hic horizon totus eſt infra parallelos, quos ſol citra æquatorem deſcribit, & ſupra parallelos, quos ſol ultra æquatorem deſcribit.

Lon-

Longitudo, & latitudo terreſtris.

1146. OBSERVATIO. In ſphæra, cujuſmodi eſſe concipitur tellus, vel cælum quævis dimenſio æque longa, & lata eſt. Nihilominus *longitudo* dicitur dimenſio ab occidente in orientem capta: *latitudo* dimenſio ab auſtro in boream ſumpta.

Primorum geographorum temporibus tellus nota, & habitata magis ab oriente in occidentem protendebatur, ab Indis ad extremam Hiſpaniam, quam ab auſtro in boream a notis regionibus Scytharum, ſive a Lybia ad extremam Germaniam. Hac profecto ratione geographi illi primam dimenſionem longitudinem nuncuparunt, alteram latitudinem.

I. Æquator punctum fuit, a quo *terreſtrem latitudinem in meridiano* metiri, & numerare inciperent, hinc ad boream, aut ad auſtrum procedendo.

II. *Primus quidam meridianus* aſſumptus punctum fixum fuit, a quo *terreſtrem longitudinem in æquatore* metiri, & numerare inciperent ab occidente in orientem procedendo. At vero quum in æquatoris peripheria nihil primum ſit, nihil ultimum; punctum in æquatore ſtatuendum fuit, quod communi conſenſu pro primo meridiano haberetur, a quo gradus ab occidente in orientem numerari inciperent.

Punctum hoc æquatoris non idem eſt omnibus nationibus. Angli primum meridianum eum faciunt, qui Londini meridianus eſt: Belgæ eum, qui per montem Teneriffe tranſit: Galli eum, qui per mediam inſulam Ferri Heſperidum magis occidentalem tranſit.

Punctum æquatoris, per quod meridianus inſulæ Ferri tranſit, erit ergo nobis primum punctum æquatoris; atque ab hoc ab occidente in orientem procedentes gradus longitudinis a 0 ad 360

360 numerabimus. Quas diviſiones in tellure pariant longitudo, & latitudo ſequentibus definitionibus oſtendemus.

1147. DEFINITIO I. Si æquatore in 360 gradus diviſo, tranſeat per quodvis diviſionis punctum meridianus (1116); erit terreſtris ſuperficies ab occidente in orientem, & a polo ad polum in 360 partes æquales diviſa. Hæ diviſiones ab auſtro ad boream, & a polo ad polum ductæ erunt aliæ aliis orientales, ſicuti & regiones quavis diviſione interceptæ. Hinc longitudinis differentia.

Quare *loci terreſtris longitudo*, puta Pariſiorum, eſt arcus æquatoris inter inſulæ Ferri, & Pariſiorum meridianos interceptus. Si arcus hic eſt 20 graduum dumtaxat, Pariſii, & puncta telluris omnia a polo ad polum, quæ ſint ſub eodem ſemicirculo meridiani Pariſiorum, longitudinem habent graduum 20, ſive ſunt gradibus 20 magis orientalia, quam puncta ſuperficiei terreſtris poſita ſub ſemicirculo meridiani inſulæ Ferri.

1148. DEFINITIO II. Si diviſo meridiani cujuſque ſemicirculo a polo ad polum in gradus 180, traducatur per quodvis diviſionis punctum circulus æquatori parallelus: habebimus ſuperficiem terreſtrem a polo ad polum in partes 180 diviſam, quarum 90 æquatori boreales erunt, aliæ 90 auſtrales. Quum diviſiones hæ parallelæ ab occidente in orientem vergant, puncta omnia telluris, quæ ſub eadem diviſione erunt, æque ab æquatore diſtabunt, ſeu eandem latitudinem habebunt. Loca terreſtria, quæ ſub eadem diviſione ad polum arcticum vergent, eandem *latitudinem borealem*, quæ ſub eadem diviſione erunt alterum polum verſus, eandem habebunt *latitudinem auſtralem* (*Fig.* 1).

Quare *loci terreſtris latitudo*, puta urbis *n*, eſt arcus *an*, vel AZ meridiani hujus loci, æquatore, & loco hoc interceptus, ſive inter

æqua-

æquatorem cæleſtem, & zenith hujus loci. Si arcus *a n*, vel A Z eſt graduum 40, locus habebit gradus 40 latitudinis. Latitudo ad 90 gradus protenditur, ad polum uſque. Loci latitudo, & longitudo ejus poſitionem in terreſtri ſuperficie definiunt.

1149. PROBLEMA. *Loci terreſtris latitudinem, ſive ejus ab æquatore diſtantiam in gradibus, & minutis invenire* (*Fig.* 1).

SOLUTIO. Sit locus quivis *n* ſub meridiano P A M, & ſub zenith Z: invenienda eſt amplitudo arcus *a n*, quo ab æquatore ſeparatur.

I. Angulus P T A polo cæleſti P, & æquatore cæleſti A B A interceptus eſt graduum 90: angulus *p* T *a* polo terreſtri *p*, & æquatoris terreſtris puncto *a* interceptus eſt quoque graduum 90, hi enim duo anguli recti ſunt, quum æquator gignatur a revolutione radii T B, vel T A axi mundi P T M perpendicularis (1136).

II. Patet, rectam T *n* Z a terræ centro ad zenith loci *n* ductam eandem diviſionem efficere in arcu meridiani cæleſtis P Z A, & meridiani terreſtris *p n a*. Nota arcus Z A quantitate, innoteſcet quoque arcus *n a* quantitas, qui illi graduum, minutorum, & ſecundorum numero æqualis eſt; ſunt enim arcus *n a*, Z A ſimiles in peripheriis concentricis (*Math.* 340).

III. Arcus Z A quantitatem, ſeu graduum, minutorum, & ſecundorum numerum noſcere facile eſt: arcus hic eſt inter zenith Z, & æquatorem A concluſus. Statis ad hoc eſt quadrante in meridiano collocato (*Math.* 737) poli P viſibilis altitudinem, ſive arcum P H meridiani polo P, & horizonte H interceptum metiri: arcus hic P H arcui Z A æqualis eſt. Siquidem,

Arcus H P Z inter zenith, & horizontem eſt graduum 90: arcus P Z A inter polum, & æquatorem eſt graduum 90: ab his æqualibus au-

fer communem partem P Z; reſidua H P, Z A erunt æqualia. Si ergo altitudo poli, ſive arcus P H ſit, exempli gratia, graduum 30, 20′; arcus Z A, illi æqualis erit quoque graduum 30, 20′.

IV. Arcus inter zenith alicujus loci, & æquatorem cæleſtem ſimilis eſt arcui inter eundem locum, & æquatorem terreſtrem: ergo arcus *n a* ſimilis eſt arcui Z A; ſi ergo arcus Z A eſt 30°, 20′; arcus quoque *n a* erit 30°, 20′.

Hinc apparet, latitudinem facile inveniri, ſeu loci cujuſque *n*, aut *c* poſitionem reſpectu ad æquatorem *a b*, & polos *p*, *m*; locus enim quivis *n*, aut *c* ſemper in meridiano terreſtri *a n p* eandem poſitionem obtinet, quam ſuum zenith in cæleſti meridiano A Z P.

V. Hinc ſequitur, latitudinem loci terreſtris cujuſque ſemper poli altitudini æqualem eſſe, ſive arcui P H ſumpto ex meridiano, & polo viſibili, atque horizonte concluſo. Alibi oſtendemus qua ratione poli altitudo (1355) accurate inveniatur. Loci *n* latitudo eſt borealis, ſi locus ad polum arcticum vergat: loci *c* latitudo eſt auſtralis, ſi locus ad polum antarcticum vergat.

Longitudo, & latitudo cæleſtis.

1150. OBSERVATIO. Puncta omnia *a b*, *c d*, *e f*, *m p*, *n g* terreſtris ſuperficiei (*Fig.* 1), eandem ſemper poſitionem ſervant reſpectu æquatoris *a b a*, vel A B A, qui ſemper gignitur a revolutione radii T A axi telluris, & mundi perpendicularis ad centrum terræ.

Non eadem eſt reſpectu æquatoris ſtellarum immobilitas. Hæ ob lentam circa polos eclipticæ converſionem poſt datum annorum numerum, aut ſæculorum modo magis, modo minus ſunt æquatori A B A boreales, aut auſtrales (1131). Æquator ergo, qui punctum fixum eſt ad capien-

piendam *terreſtrem latitudinem*, nequit *latitudini ſtellarum* capiendæ inſervire.

Hac ratione ducti aſtronomi ſtellarum, planetarum, cometarum latitudinem, imo inſignis cujuſque puncti cæleſtis capiunt in ecliptica; ſicuti ſequentibus binis definitionibus explicabimus (*Fig.* 2).

1151. DEFINITIO I. Si ecliptica R N T dividatur in gradus 360; & ſumpto quotannis pro primo diviſionis puncto initio arietis, ſeu puncto æquinoctiali verno *a*, ducatur per quodvis diviſionis punctum ſemicirculus, cujus planum D T E tranſeat per eclipticæ polos D, E; erit cælum diviſum in partes æquales 360 ſingulas ſingulis verticales: hinc habebimus earum differentiam in longitudine procedendo in conſequentia ſignorum ab occidente in orientem, & incipiendo a primo puncto *a* arietis graduum enumerationem uſque ad 360. Puncta omnia cæleſtia, quæ erunt in eadem diviſione, ſeu in plano ejuſdem ſemicirculi a polo ad polum eclipticæ, eandem longitudinem habebunt.

Quamobrem *longitudo aſtri*, ſeu puncti cujuſque cæleſtis eſt arcus eclipticæ inter primum punctum arietis, & ſemicirculum ab aſtro ad polos eclipticæ ductum. Hæc ſignis, gradibus, minutis, ſecundis numeratur, a primo puncto arietis, ſeu æquinoctiali poſtremi veris procedendo ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum. Dicemus, exempli cauſa, aſtrum eſt ad quartum ſignum, & gradus 13 35′, 40″ longitudinis: indicat hoc, illud eſſe in plano ſemicirculi eclipticæ perpendicularis tota hac quantitate diſtantis a ſemicirculo per primum arietis punctum ſeu per poſtremum æquinoctium vernum tranſeunte, & eclipticæ perpendiculari.

1152. DEFINITIO II. Si in 180 gradus dividatur ſemicirculus per eclipticæ polos tranſiens, & per quodvis diviſionis punctum ducatur circulus eclipticæ parallelus, erit cælum di-

viſum in partes 180, alias eclipticæ R T N boreales, alias auſtrales: hinc habebitur earum diverſa latitudo.

Quamobrem *latitudo aſtri*, ſeu puncti cujuſque cæleſtis, eſt arcus circuli eclipticæ perpendicularis inter aſtrum, & eclipticam. Latitudo aut *borealis* eſt, aut *auſtralis* pro aſtri poſitione aut polum verſus borealem D, aut auſtralem E. Hæc gradibus, minutis, & ſecundis numeratur: exempli cauſa, dicemus: aſtrum habet gradus 26, 13′, 45″ latitudinis borealis: indicat hoc, illud eſſe in plano circuli per polos eclipticæ tranſeuntis; & circuli hujus arcum inter aſtrum, & eclipticam boream verſus eſſe graduum 26, 13′, 45″. Aſtra, quæ ſunt in ipſo eclipticæ plano, nullam habent latitudinem, ſive in N; ſive in R; ubi declinationem habent, de qua infra (*Fig.* 2).

Aſtrorum declinatio, & aſcenſio recta.

1153. OBSERVATIO. Stellæ in diverſa revolutione quotidie (ſaltem diuturno tempore) eundem circulum N K N, vel R S R æquatori A B A parallelum percurrunt, neque ad ſenſum in dies aut ad boream, aut ad auſtrum deflectunt. Integra ſæcula tranſeant oportet, ut eæ præſerrim, quæ longitudinem habent graduum ferme 90, vel 270 æquatori acceſſiſſe aut ab illo receſſiſſe dignoſcantur (1172).

Non ita ſoli, & planetis evenit, qui perpetuo æquatori accedunt, aut ab eo recedunt tanta quantitate, ut paucis diebus aſtra hæc appareant converti in parallelis a præcedentibus diverſis. Exempli cauſa, ſi ſol modo diurnas revolutiones facit in R S R, poſt tres menſes illas faciet in A B A; poſt tres alios in N K N; ac ſtella, quæ modo diurna revolutione convertitur in R S R, in A B A non convertetur, niſi poſt annos 6435; in N K N non convertetur

tetur niſi poſt annos 12870 (1131). Quare ſol percurrit arcum graduum ferme 47 menſibus ſex; ſtella vero non niſi annis 12870 hinc inde ab æquatore (*Fig.* 2).

Eſt hæc aſtrorum declinatio *in ſtellis diutius conſtans*, *in ſole*, *& planetis ad ſenſum in dies varia*. Declinatio hæc aut in meridiano obſervatoris, aut in alio quovis ſumi poteſt.

1154. DEFINITIO I. *Præſens aſtri declinatio* eſt in meridiano, in quo aſtrum eſt, arcus inter aſtri centrum, & æquatorem.

Eſt hæc aut *borealis*, aut *auſtralis* pro aſtri poſitione reſpectu æquatoris. Si aſtrum, exempli gratia, ſit in N, ejus declinatio borealis eſt arcus N A meridiani P A M. Si aſtrum ſit in S, ejus declinatio auſtralis eſt arcus A S inter aſtri centrum, & æquatorem.

1155. DEFINITIO II. Ad aſtri poſitionem in cælo determinandam obſervatur quoque ejus *aſcenſio recta*, quæ eſt aſtri diſtantia a primo puncto arietis numerata in gradibus, & minutis æquatoris.

Quare *aſcenſio recta alicujus aſtri* eſt arcus æquatoris inter meridianum per primum arietis *a* punctum tranſeuntem, & meridianum per centrum illius aſtri tranſeuntem. Exempli cauſa, ſi aſtrum ſit in S in meridiano P A M, ejus aſcenſio recta eſt arcus *a* A æquatoris; & ſi aſtrum ſit in K in meridiano P B M, ejus aſcenſio recta eſt arcus *a* A *n* B æquatoris.

Azimut, & amplitudo aſtrorum.

1156. DEFINITIO I. A zenith loci cujuſque ad ejus horizontem ubique diſtantia eſt graduum 90. Arcus circuli a zenith ad punctum quodvis horizontis perpendiculariter ductus vocatur *verticalis*.

Patet, infinitos dari poſſe *verticales*. *Primus verticalis* ille dicitur, qui a zenith pergit ad

æquatoris, & horizontis interſectionem: hic meridianum ad zenith ad angulos rectos ſecat. Primus verticalis eſt promiſcue meridiano orientalis, aut occidentalis.

1157. DEFINITIO II. *Azimut aſtri* dicitur arcus horizontis inter loci, in quo, exempli gratia, obſervatur, meridianum, & verticalem per aſtri centrum tranſeuntem.

1158. DEFINITIO III. *Amplitudo aſtri* dicitur arcus horizontis inter primum verticalem, & punctum in quo aſtri parallelus horizonti occurrit. Amplitudo aſtri eſt aut *ortiva*, aut *occidua*, juxta aſtri aut in ejus ortu, aut in occaſu obſervationem.

Definitiones hæ neceſſariæ ſunt ad intelligenda quæ de aſtri alicujus motu diurno, aut annuo quæri poſſunt. Idearum perſpicuitas hanc nominum varietatem in circulis, ſemicirculis, & arcubus aſtri poſitionem definientibus poſtulavit.

ARTICULUS SECUNDUS,

THEORIA CORPORUM CÆLESTIUM.

ARticulo hoc in quinque paragraphos diviſo de ſtellis, de planetis generatim, & ſpeciatim, de ſolis, & lunæ eclipſibus, de aſtronomica parallaxi, & refractione agemus.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

STELLÆ FIXÆ.

1159. OBSERVATIO. MAgnæ inter corpora cæleſtia varietates ſunt: magis genericas hic indicabimus, quibus ſtellas a ceteris cæleſtibus corporibus diſtinguemus.

I. Corporum cæleſtium alia opaca ſunt, alia lucida. *Lucida* ſunt ſol, & ſtellæ: *opaca* planetæ primarii, & ſecundarii, & cometæ.

Stellæ, quæ totidem ſoles ſunt immenſum a nobis diſſiti, a planetis, & cometis diſtinguuntur *ſcintillatione*, qua coruſcant. Planetæ, & cometæ, qui ſunt opaci, ut tellus, luce tantum a ſole mutuata lucent, quæ non ſcintillat, uniformis, & placida eſt: hanc ad nos inæquali copia reflectunt pro diverſa partis eorum illuminatæ reſpectu noſtrum poſitione.

II. Corpora cæleſtia alia fixa ſunt, alia errantia. *Fixa* ea ſunt, quæ eandem inter ſe diſtantiam ſervant: hæc ſunt ſtellæ. Arcus inter ſtellas duas quaſcumque idem modo eſt, qui ante annos bis mille erat Hiparchi temporibus. *Errantia* ſunt, quæ perpetuo poſitionem mutant, quæ ad ſtellas perpetuo accedunt, aut ab iis recedunt. Hæc ſunt planetæ, & cometæ.

A fulgida, & frequenti ſcintillatione, & ab eadem immutabili reſpectiva diſtantia ſemper ſtella a planeta diſtinguetur.

Jucundum ſane ſpectaculum philoſopho nox ſerena: at magnum ſane conſuetudinis imperium dicendum eſt, qua mira hæc cæli ſpecies non amplius in nobis admirationem creat. Hic ſtellas tantum conſiderabimus.

Earum numerus.

1160. OBSERVATIO. I. In nocte ſerena ſtellas numero infinitas nos videre putamus. Verum nocte omnino innubi, & ſub æquatore ipſo, ubi integrum cæleſte hemiſphærium conſpicitur (1142), oculus vel lynceus non niſi ſtellas ferme mille, & centum, vel ducentas numerare poteſt in viſibili hemiſphærio: quare in toto cælo ſtellæ viſibiles erunt bis mille, & ferme ducentæ.

Illuſio fortaſſe a frequenti, & multiplici ſtellarum ſcintillatione oritur, a quarum proximis, & frequentibus in oculo impreſſionibus ideæ enaſcuntur non ſatis diſtinctæ. In hoc vividarum, & frequentium ſenſationum tumultu anima diſtracta obiectorum numerum veluti auget in ratione numeri ſenſationum, quas ſimul habet; & quum ſenſationes has numerare nequeat, objecta earum quoque innumera arbitratur.

II. Quum arduum dignoſcerent aſtronomi cujuſvis ſtellæ ſeorſim poſitionem mente retinere, ſtellas in plures collectiones diviſerunt, quas *conſtellationes*, ſeu *ſigna* nuncuparunt, & quas variis nominibus inſigniverunt, quorum originem detegere nihil intereſt.

Ptolemæus aſtronomus cælum ſtellatum in 48 ſigna partitus eſt, quibus recentiores aſtronomi duodecim alia ad auſtralem polum addiderunt ea in cæli parte, quæ Ptolemæo in Ægypto obſervanti immobilis erat. Inter ſigna hæc præcipua ſunt duodecim in zodiaco diſtributa (112), & urſa major, & minor ad polum arcticum (1124).

III. Teleſcopiis catoptricis, & dioptricis inventis (1032) plures aliæ ſtellæ detectæ fuerunt, quæ inermem oculi aciem effugiebant. Flamſtedius aſtronomus anglus eas initio hujus ſæculi ad 3000 adduxit; celebris vero Abbas Caillius numerum adhuc auxit.

IV.

IV. Præter ſtellas, quæ inermi oculo, aut teleſcopiis deteguntur, maculæ quædam albicantes in cælo apparent, quæ *ſtellæ nebuloſæ* nuncupantur, & ingens zona albicans, quæ *via lactea* dicta fuit.

Aſtronomi nonnulli cenſuerunt, maculas has albicantes, & viam lacteam eſſe tantum ſtellarum aut minimarum, aut remotiſſimarum præ ceteris congeriem. Hugenius maculam in Orione obſervavit: in ea nonnullæ parvæ ſtellæ apparuerunt, quæ tamen albedinem illam parere ineptæ videbantur. Sex ſimilium macularum, quarum quinque teleſcopio catoptrico octo pedes longo obſervatæ fuerunt, una tantum inventa eſt, quæ ſtellarum exiguarum congeries dici poſſit. Quare de viæ lacteæ, & ſtellarum nebuloſarum natura nihil adhuc certi ſtatui poteſt.

Earum natura.

1161. OBSERVATIO. Veroſimillimum eſt, ſtellas eſſe totidem ſoles noſtro ſimiles ad diverſas diſtantias in immenſo vacuo diſpoſitos, quorum munus ſit planetas, aut orbes opacos illuſtrare, & calefacere, qui circa illorum centrum convertantur; ſicuti planetæ noſtri circa ſolem ſuas periodicas revolutiones peragunt. Num rationi conſonum dicamus, Creatorem, cujus eſt infinite magna, & infinite fœcunda mente complecti, immenſos hos orbes unice creaſſe, ut punctum dumtaxat, cujuſmodi eſt exiguus globus noſter, noctu illuſtrarent? Cum ſacris literis profecto ſentit, qui rerum univerſitatem credat ad terræ pulcritudinem, & ad hominis bonum conferre; at qui rerum univerſitatem ad hominem unice, & ad tellurem referri velit, hic Dei ſapientiam, & potentiam circumſcribit, & ſacras literas perperam interpretatur.

Quod vero ad viam lacteam, & ad ſtellas nebulo-

buloſas ſpectat, num ſuſpicari liceret, in iis cæleſtibus plagis magnam eſſe lucis primigeniæ congeriem nondum in corpora lucida conformatam? Ita celebris Hallejus ſuſpicabatur, qui ex hoc phænomeno ea geneſeos verba apte explicari cenſet, quibus dicitur, lucem ante ſolem creatam fuiſſe (883). Immenſi tractus materiæ, qua ſol, & ſtellæ conſtant, per cælos diffuſæ, nec ita denſæ, aut fermenteſcentis, ut in lucidis corporibus, candorem parerent pro denſitatis, & motus diverſitate varium.

Earum magnitudo.

1162. OBSERVATIO. Stellæ inter ſe comparatæ nobis magnitudine diverſæ apparent: quare paſſim in ſeptem claſſes decreſcentes diſtribuuntur. *Stellæ primæ magnitudinis* dicuntur quæ nobis plurimum lucent. Ceteræ inermi oculo viſibiles dicuntur *primæ*, *ſecundæ*, *tertiæ*, *quartæ*, *quintæ*, *ſextæ magnitudinis* pro diverſa apparenti magnitudine, & luce. *Septimæ magnitudinis* dicuntur quæ teleſcopiis tantum videntur; quum vero in his aliæ aliis lucidiores ſint, aliquando ulterius etiam dividuntur, & *ſeptimæ*, *octavæ*, *nonæ magnitudinis* nuncupantur.

Hic, ut patet, apparentem dumtaxat ſtellarum magnitudinem conſideramus: earum abſoluta magnitudo prorſus ignota eſt. Fortaſſe quæ minores apparent, re ipſa majores ſunt; ſed ratione diſtantiæ apparens earum diſcus minuitur in duplicata ratione diſtantiarum. Quare ſi ſtella quadruplo a nobis diſtet, quam ſibi proxima, remotior ſexdecies minor apparebit, quam ſi ad proximæ diſtantiam eſſet (919).

Nulla ratio probat æqualem, aut inæqualem ſtellarum magnitudinem. At figuræ, & magnitudinis diverſitas, quæ in naturalibus corporibus obſervatur a planetis ad teredinem conjicere

re facit, inæquales eſſe ſtellas magnitudine, quæ totidem ſoles noſtro majores, aut minores erunt.

Earum diſtantia.

1163. OBSERVATIO. Stellæ inter ſe comparatæ nobis ad ſenſum æque diſtare videntur: ſi nempe arcus duabus ſtellis interceptus hodie eſt graduum 10, ſemper eodem intervallo diſtare inter ſe videbuntur, demptis ſecundis aliquot: quæ levis differentia ab earum apparente aberrationis motu procedit, de quo infra. Arcus hic graduum 10 ſtellarum, quibus interjacet, diſtantiam abſolutam non determinat; neque enim radii, quo a nobis diſtant, longitudinem novimus. Quod de *ſtellarum a tellure diſtantia* ſcimus eſt, illam immenſam eſſe. Obſervatio, & ſuppoſitiones duæ aliquo pacto immenſitatem hanc patefacient (*Fig.* 5).

I. Obſervatores duo ad duo terræ extrema alter in A, alter in B ſub æquatore ad graduum 180 diſtantiam eodem inſtante eandem ſtellam obſervent, exempli cauſa, polarem P. Habebunt hi triangulum A P B, cujus baſis A B eſt major terræ diameter, leucarum ſcilicet ferme 3000, & cujus duo latera A P, C P illis ad ſenſum parallela videbuntur: quare angulus P erit veluti infinite parvus. Atqui ex trigonometria (*Math.* 701) conſtat, in hoc triangulo iſoſcele A P B ſinum anguli P eſſe ad baſim A B, ut ſinus anguli A, vel B eſt ad latus oppoſitum B P, vel A P, diſtantiam ſcilicet ſtellæ a tellure. Ergo baſis A B leucarum ferme 3000 eſt veluti infinite parva, ſeu *punctum* lateribus A P, B P veluti infinite magnis comparata. Exempli cauſa, ſi angulus P eſſet duorum ſecundorum, eſſet latus A P, vel B P leucarum 535, 478, 197. At quum angulus P nulla comparatione minor ſit angulo duorum

 ſe-

ſecundorum, jam latera A P, B R leucis 535 478, 197 immenſum majora ſunt (*Math.* 718).,

Quo remotior erit ſtella P a tellure, ſeu a baſi A B, eo minor fiet angulus P (916). At quum baſis diſtantia a trianguli vertice immenſa eſt, anguli P imminutio omnino inſenſilis evadet. Hinc ſtellæ inæqualiter a terra diſtantes exquiſitiſſimis inſtrumentis obſervatæ omnes æque diſtare videntur; nec ulla opticæ, aut geometriæ ope diſtantia hæc dignoſci poteſt; quin non niſi conjectura, aut hypotheſi aliqua mens humana quidpiam in hac re ſtatuere poteſt. Hujuſmodi ſunt ſequentes hypotheſes.

II. Notum eſt, lucis intenſitatem decreſcere in duplicata ratione diſtantiarum (898). Si ergo ſtellæ ſupponantur eſſe totidem ſoles magnitudine, & luce noſtro ferme æquales, hæc analogia inſtitui poterit: ſtellæ lucis intenſitas eſt ad ſolaris lucis intenſitatem, ut quadratum diſtantiæ ſolis a terra (122), ad quadratum diſtantiæ ſtellæ a terra. Tres primi termini aliquo pacto noti quartum dabunt, cujus radix quadrata immenſam ſtellæ a terra diſtantiam exprimet.

III. Notum eſt, duorum æqualium objectorum diſtantiam eſſe in ratione inverſa ſuarum apparentium diametrorum (918). Poſitis ergo ſtellis totidem ſolibus, altera analogia inſtitui poterit; apparens ſtellæ diameter (quæ non niſi punctum lucens vel optimis teleſcopiis apparet) eſt ad apparentem ſolis diametrum, ut diſtantia ſolis a terra ad diſtantiam ſtellæ a terra. Tres primi termini noti quartum dabunt, cujus immenſitas quæſitam diſtantiam exprimet.

IV. Hac theoria, ac præſertim theoria parallaxeos orbis annui (1340) celebris Abbas Caillius deprehendit, *ſtellas primæ magnitudinis*, quas terræ omnium proximas cenſere debemus, *diſtare ſaltem ſupra leucas* 2, 800, 000, 000, 000. Veroſimile eſt, ſtellas ſextæ, & ſepti-

ptimæ magnitudinis magis adhuc immenſum a terra diſtare.

Præſumptio contra telluris immobilitatem.

1164. OBSERVATIO. Si tellus eſt immobilis, evidens eſt, ſtellas omnes quotidie circa tellurem converti deſcribentes curvam B A B, N K N, G D G, S R S, E F E, cujus radius T A ſub æquatore eſt ſaltem leucarum 2, 800, 000, 000, 000. (*Fig.* 2)

Si velocitas ſtellarum in revolutione diurna in æquatore A B A calculo expendatur, quiſque tellurem mobilem, ſtellas immobiles ſibi perſuadebit. Si enim ſtellarum velocitas cônſtans ſupponatur illa, qua globus bellicus ex majori tormento in mœnia fertur (391), invenies, ſtellas terræ proximas in revolutione diurna inſumere debere ſupra annos 11349000, dies vero ſupra 4, 142, 385, 000. Stellæ ergo, quæ diurnam revolutionem faciunt in æquatore, & terræ proximæ, ac omnium lentiſſimæ velocitate moveri deberent vicibus 4, 142, 385, 000, majore, quam globus bellicus in mœnia a tormento projectus.

Quid de velocitate tanta, quam ratio ejurat, dicamus, quum evidens ſit, ſimplicem telluris circa ſuum axem converſionem ab occidente in orientem phænomena omnia exhibere poſſe, quæ a diurna ſtellarum circa tellurem ab oriente in occidentem converſione repetuntur? Quænam vis centralis excogitari poteſt ſtellas determinans ad motum per curvam circa tellurem contra motus omnis naturam rectam affectantis? Qua ratione ſtellæ omnes quotidie circulos deſcribentes aliæ majores B A B, aliæ minores N K N, G D G, S R S, E F E, arcus ſimiles circulorum inæqualium eodem tempore percurrunt; & omnes diurnam revolutionem incipiunt, & complent horis omnino 23, 56′, 4″? Qua præcipue

cipue ratione ſtellæ, quæ modo majorem circulum B A B deſcribunt, velocitatem imminuunt ad minorem circulum N K N tranſeuntes; & quæ modo minorem circulum NKN percurrunt, velocitatem augent ad majorem circulum B A B tranſeuntes? Profecto ſi vera ſit, non tantum apparens hæc diurna ſtellarum revolutio, nihil hactenus in motus theoria, ceteroqui tam evidenter demonſtrata, profecimus. Quare quum ita ſit, de illuſione jam ſuſpicari incipiamus in omnibus ſtellarum motibus; quum earum motus ſimpliciſſimus, magiſque conſpicuus verus eſſe nequeat, quin rationi adverſetur, & omnes motus, & phyſicæ leges evertat.

Earum motus.

1165. OBSERVATIO. Plures motus ſeu veri, ſive apparentes in ſtellis obſervantur, quos noſcere oportet, quoſque de ſyſtemate Copernicano agentes explicabimus. (*fig.* 2)

I. *Motus diurnus ab oriente in occidentem*, quo ſingulæ circulum æquatori parallelum circa axem mundi P T M deſcribere videntur horis ferme 24; ſeu accuratius horis 23, 56′, 4″ ferme: quo fit, ut ſtella *x*, quæ heri cum centro ſolis per meridianum tranſiit, hodie *minutis ferme* 4 *ante ſolem* ad meridianum adveniat, qui adhuc a meridiano diſtat ferme gradum unum; quo fit, ut hæc eadem ſtella ferme gradum unum quotidie præcurrens, poſt tres menſes occidat ſole ad meridianum adveniente; poſt novem menſes oriatur ſole in meridiano exiſtente; poſt annum per meridianum tranſierit vicibus 366, quum ſol tantum 365 per meridianum tranſierit.

Idem ſtellis omnibus evenit, ſive æquatorem percurrant, ſive tropicos, ſive circulos polares, ſive alios circulos quoſvis æquatori parallelos. Omnes earum diurnæ revolutiones fiunt tempori-

ribus æqualibus tum in magnis parallelis ABA, tum in parvis GDG; & omnes hæ revolutiones ſolari revolutione citius complentur minutis 3, & ſecundis ferme 56.

II. *Motus ecliptica parallelus ab occidente in orientem* lentiſſimus, quo eclipticæ, ſeu circuli eclipticæ paralleli gradum percurrere videntur annis 71, & menſibus ſex; totam vero eclipticam, aut circulum illi parallelum annis 25740. Eſt hæc *præceſſio æquinoctiorum* (1131) appellata; ſive quod puncta æquinoctialia noſtrorum temporum antiqua præcedant; ſive quod puncta æquinoctialia antiqua recentiora præcedant in conſequentia ſignorum. (*fig.* 7)

Hoc motu firmamenti circa axem eclipticæ D T E, ſtella R magnam ſuam revolutionem peragit in ecliptica R *a S n* R: ſtella G magnam ſuam revolutionem peragit in circulo G H G eclipticæ parallelo: polus ipſe mundi P magnam ſuam revolutionem peragit in circulo P *q r ſ* P adhuc eclipticæ parallelo. Idem dicas de alia quavis ſtella K, aut M. Singulæ annis 25740 circa axem eclipticæ convertuntur in circulo eclipticæ parallelo, cujus planum a terræ centro inæqualiter diſtat.

III. *Motus aberrationis*, quo ſtellæ aliquo gradus ſecundo a vero loco, quem in cælis occupant, removentur. Motus hujus periodus anno ipſo completur. Hoc motu, qui, ut præcedentes, tantum apparens eſt:

Primum ſtellæ C *in plano ecliptica* poſitæ quotannis lineam, aut arcum deſcribere videntur *g h* ſecundorum ferme 40, procedentes a *g* in *h* in conſequentia ſignorum menſibus ſex, & ab *h* in *g* redeuntes ſex aliis menſibus in antecedentia ſignorum; nec niſi bis in anno in vero loco C apparentes.

Stellæ deinde, quæ ſunt *in ipſis ecliptica polis* D, E, quotannis circa verum ipſarum locum deſcribere videntur circellum D, cujus diameter

ter eſt ferme ſecundorum 40; procedentes & ipſæ menſibus ſex in conſequentia ſignorum, & ſex aliis in antecedentia. Hæ nunquam in vero loco videntur: ab eo ſemper diſtant ſecundis ferme 20. (*fig.* 7)

Tandem quæ ſunt *inter eclipticam*, *& polos*, puta, in *v*, videntur quotannis deſcribere circa verum earum locum ellipſim 1, 2, 3, 1, cujus primus axis plano eclipticæ parallelus eſt ferme ſecundorum 40, & axis ſecundus eo minor eſt, quo ſtella eſt eclipticæ plano propinquior, & ab ejus polis remotior. Hæ nunquam in vero loco videntur, a quo modo magis, modo minus recedunt procedentes & ipſæ ſex menſibus in conſequentia ſignorum 1, 2, aliis ſex in antecedentia 3, 2.

Alibi oſtendemus, motum hunc aberrationis annuæ, qui ſane ſingularis eſſet, ſi verus eſſet, quique vix a ſæculo innotuit, eſſe tantum conſectarium motus annui telluris circa ſolem in plano eclipticæ. (1331)

IV. Quum ſol noſter circa proprium axem rotetur in centro mundi noſtri planetarii diebus $25\frac{1}{2}$ (1181): probabile admodum eſt, ſtellas quoque *motu rotationis* agi circa proprium axem alias majori, alias minori celeritate; unde illis figura eveniat a ſphærica magis, minuſque diverſa. Hæc hypotheſis ſequenti phænomeno explicando aliquatenus inſervit.

Stellæ quædam evaneſcentes.

1166. OBSERVATIO. Phænomenon, quod ſemper phyſicis mirabile viſum fuit, eſt quarundam novarum ſtellarum *apparitio*, & quarumdam veterum *evaneſcentia*.

I. In ſigno tauri ſex ſtellæ ſunt *plejades* nuncupatæ. Notum eſt, plejadas olim ſeptem fuiſſe, quarum una prorſus evanuit.

II. Anno 1572 in Caſſiopea nova ſtella appa-

ruit,

ruit, quæ quatuor menſibus ſtellas primæ magnitudinis luce ſuperabat, & ſubinde decreſcens tandem poſt annos duos prorſus evanuit. Par phænomenon in eadem cæli regione apparuerat annis 945, & 1264: fortaſſe tres hæ ſtellæ una, eademque ſunt, quæ fortaſſe iterum apparebit poſt annos 120. (*)

III. Apparent quoque in aliis ſignis ſtellæ, quum lux certa periodo augeri, & minui videtur. Phænomena hæc omnia ab eadem probabiliter cauſa ſunt, quæ per plures jam annos obſervatores inveſtigantes eludit, fortaſſe ſemper eludet. Interea en tibi de hac re conjecturas.

1167. EXPLICATIO. I. Num cum Neutono ſuſpicari licet, ſtellas has alternis apparentes, & evaneſcentes, creſcentes, & decreſcentes non eſſe ſoles undequaque lucidos, ſed corpora mixta *in uno hemiſphærio lucida*, *in altero opaca*? Quarenam natura, quæ nihil paſſim per ſaltum operatur, & ubique continuitatem affectare videtur a ſpecie ad ſpeciem tranſiens, ab animali ad vegetabile, ab hoc ad foſſile (547, VIII.) eundem tenorem non ſerveverit in corporibus cæleſtibus, & a corporibus lucidis ad opaca per alia partim lucida, partim opaca non tranſierit?

In hac hypotheſi, quæ nihil rectæ philoſophandi rationi habet oppoſitum, *ſoles hi mixti* partim opaci, partim lucidi circa ſuum axem revoluti, ut ſol, & planetæ noſtri (1181) periodo varia, nobis viſibiles erunt, quum nobis lucidum hemiſphærium obvertent, deinde eo tempore nobis evaneſcent, quo hemiſphærium opacum in revolutione telluri obverſum fuerit.

Iidem hi ſoles mixti modo majores, modo minores nobis apparebunt pro majori, aut minori parte hemiſphærii lucidi ad nos converſa: ſicuti pla-

(*) *De hac ſtella vide, ſi lubet, Bajerum Uranometr. Tab.* 10. Interpres.

planetæ noſtri in quadraturis minus lucidi, & minores apparent, quam quum totus eorum diſcus illuminatus terræ obverſus eſt.

1168. EXPLICATIO II. Si hæc hypotheſis non adridet, ſupponamus cum illuſtri Maupertuiſio, ſtellas has alternatim apparentes, & evaneſcentes eſſe ſoles fixos, uti noſter eſt, celeriter circa proprium axem rotatos, & planetas circa eorum centrum revolutos illuminantes.

I. Celerrimus rotationis motus circa proprium axem (1182) ſoles hos plurimum ad polos comprimere debet, quæ depreſſio magis magiſque augeri poteſt; illiſque figuram inducere circulo potius, quam ſphæræ ſimilem: lentis dioptricæ inſtar; quum enim partium motus nulla comparatione major ſit ad æquatorem, quam ad polos; patet, partes omnes niti a centro recedere, ſed multo, ac multo magis ad æquatorem, quam ad polos.

II. Evidens eſt quum hic ſol ita in cælo locatus fuerit, ut axis ſui æquatoris terram verſus dirigatur, ingentem ſuperficiem terræ obverſurum, diſcumque lucidiſſimum, maximeque viſibilem; quum vero ſui æquatoris planum terræ obvertetur, non niſi multo, ac multo minorem ſuperficiem oculo objecturum lineæ inſtar, quæ inſenſilis eſſe poterit ratione minimi anguli, quem ſubtendit. (921)

III. Planetæ, & cometæ, qui circa hunc ſolem convertuntur, num converti poſſunt, quin ejus in cælum locum, & poſitionem identidem mutent? Non ſane: ſicuti enim ſol hic aſtra illa errantia attrahit, & in ſuis curvis continet, ipſe quoque ab illis attrahitur, & eorum modo majoribus, modo minoribus viribus attrahentibus obſequi debet.

Ut res quanta fieri poteſt ſimplicitate exhibeamus, fingamus ſolis hujus lenticularis æquatorem directum ad ingentem aliquem planetam, ſeu cometam, qui lente ſæculi unius decurſu

cir-

circa ipſum convertatur. Patet, partem hujus æquatoris planetæ, aut cometæ proximam magis, quam partes ad centrum, aut ultra centrum, attractum iri (1420); atque æquatorem hunc magis hinc, quam inde attractum niti debere ad converſionem circa ſuum axem faciendam quo tempore circa ipſum planeta, aut cometa in ſua orbita convertetur. Hinc ſol iſte & celerrime circa proprium æquatorem & lentiſſime circa ſuos polos converſus modo magis, modo minus æquatorem ſuum, ſeu majorem diſcum nobis obvertet; ut explicavimus.

Stationes ſolis, & ſtellarum.

1169. OBSERVATIO. Sol, & ſtellæ nullam ſenſibilem latitudinis mutationem ſubeunt (1152) at perpetuas ſubeunt declinationis mutationes (1153); hoc tamen diſcrimine, quod ſtellæ longiſſimum tempus poſtulant præ ſole, ut data graduum, aut minutorum quantitate ad æquatorem accedant, aut ab eo recedant. Ut enim ſol *a* puncto æquinoctii verni, ubi nihil declinat, ad ſolſtitium æſtivum tranſeat, ubi declinat ferme gradibus 23, 28′ tribus tantum menſibus indiget: ſtellæ, ut hanc habeant declinationem annos poſtulant 6435. (1131)

At vero quamvis ſol a ſolſtitio ad proximum æquinoctium pergens magis in dies declinet, nonnulli tamen dies ſunt, quibus declinationis augmentum, aut decrementum eſt inſenſile, & veluti reſpectu æquatoris *ſtationarius* eſt. Idem quoque in ſtellis contingit: nonnullis ſæculis *ſtationaria* ſunt in circumſtantiis iiſdem, in quibus ſol diebus aliquot ſtationarius eſt; ut modo explicabimus.

1170. LEMMA. Quum circuli duo, ut æquator A T B, & ecliptica R T S ſe in centris T ſecant (*fig.* 7)

I. Patet, eorum arcus *A a ſ* a communi inter-

tex-

terſectione *n* T *a* uſque ad gradus 90 magis invicem divaricari: in gradu nonageſimo non amplius divaricari, ſed ſubinde magis invicem accedere.

II. Patet, prope puncta interſectionis arcus analogos *a d*, *a c* eſſe lineas duas divergentes: corpus ergo, quod percurrat arcum *a d* gradus unius, aut alterius, recedet ab alio circulo quantitate *d c*.

III. Patet quoque, ad gradus 90 ab eorum interſectione arcus analogos *m* A *m*, *m* S *m* ſingulos unius, aut alterius gradus eſſe lineas ad ſenſum parallelas. Si chartæ duæ circulares invicem decuſſentur in centro ſub angulo graduum 20, aut 25, ſenſibilis hic parallelismus ad gradus 88, 30′, ad 90 apparebit.

Solis ſtationes.

1171. EXPLICATIO I. Annuam ſolis revolutionem in ecliptica primum obſervemus: ab ejus motu ſtellarum motus, ab ejus notis ſtationibus, quid ſtellarum ſtationes ſint aptius intelligemus. (*fig.* 7)

Sol in æquinoctio verno *a* non declinat; ejus enim centrum eſt in plano æquatoris, ubi nullam declinationem ſubit. At ab hoc æquinoctio ad ſolſtitium æſtivum S magis magiſque ab æquatore A B A recedit; & in dies declinat magis in boream uſque in S, ubi gradibus ferme 23, 28′ declinat. At declinatio hæc non æquali quantitate in dies creſcit. In primis gradibus *a d* declinatio magna eſt; in intermediis *d m* minori in ratione creſcit: in poſtremis *m* S *m* inſenſilis eſt, ac veluti nulla. Exempli cauſa.

I. Quum ſol duobus ferme diebus primos duos eclipticæ gradus *a d* percurrit, ab æquatore recedit quantitate *d c*; analogi enim horum circulorum arcus *d a c* divergunt tota quantitate *d c*.

II. Quum ſol tribus menſibus poſt percurrit ecli-

eclipticæ *m S m* gradum nonageſimum, & nonageſimum primum, ab æquatore ad ſenſum non recedit: duo enim arcus analogi *m S m*, *m* A *m* non divergunt, ſed ſunt ad ſenſum paralleli. Idem parallelismus habetur ſole exiſtente in R inter eclipticæ gradum 269, & 271.

Hinc *ſolis ſtationes ad puncta ſolſtitialia*, ad gradus ſcilicet longitudinis 90, & 270. Sunt hi dies ſolſtitiorum. Uno, aut altero die ante, & poſt ſolſtitia ſol eandem ad ſenſum declinationem, ſeu ab æquatore diſtantiam habet. Arcus AS, vel BR hujus declinationis menſura idem ad ſenſum eſt, graduum ſcilicet 23, 28′ ferme, ſive in puncto ſolſtitiali, ſive in gradu uno citra aut ultra hoc punctum obſervetur.

Stellarum ſtationes.

1172. EXPLICATIO II. Age vero magnam modo ſtellarum revolutionem circa eclipticæ axem D T B ab occidente in orientem conſideremus, quæ annis tantum 25740 completur (1137) & quæ ſolari revolutione cui tamen ſimilis eſt, vicibus 25740 lentior eſt. Stellæ, ut ſol, & diurnam in circulo æquatori parallelo, & magnam illam revolutionem in circulo peragunt eclipticæ parallelo.

I. Sit primo ſtella quævis in plano eclipticæ. Stella *a*, quæ modo in eclipticæ plano eſt ad punctum æquinoctii verni, nullam habet declinationem, quum ſit in plano æquatoris; nec longitudinem habet, quum in primo arietis puncto ſit.

Stella hæc ab *a* in S tendens ratione magnæ ſuæ revolutionis circa eclipticæ axem D T E arcum *a d* gradus unius percurrit annis $70\frac{1}{2}$, & a plano æquatoris recedit quantitate *d c*, quæ eſt ejus declinatio: arcus enim analogi *a d*, *a c* eclipticæ, & æquatoris divergunt. Stella hæc annis 70 eam tantum obtinet declinationem, quam ſol unico die. Quum

Quum ſtella *a* erit in *m S m* inter gradus longitudinis 89, & 91, annis 143 percurret gradus duos eclipticæ ab æquatore A B toto hoc tempore ad ſenſum non declinans; arcus enim analogi *m S m*, *m A m* eclipticæ, & æquatoris ſunt ad ſenſum paralleli (1170). Idem ſtellæ huic contingit in R. Hinc *diuturna ſtella hujus ſtatio*, quæ *ſtelliſtitium* dici poſſet, ad gradus 90, & 270 longitudinis: ſtelliſtitium ſolſtitio vicibus 25740 diuturnius.

II. Sit modo alia quævis ſtella K extra planum eclipticæ in circulo latitudinis per primum arietis punctum tranſeunte: longitudinem nullam habebit; & diurnas revolutiones peraget in parallelo TST, a quo ejus ab æquatore declinatio habetur. Porro hæc declinatio magis magiſque augebitur a puncto K; ubi nullam habet longitudinem, uſque ad H, ubi habebit longitudinis gradus 90.

Quum ſtella hæc primos ſui eclipticæ paralleli gradus K *d* percurrit, declinationem non parum auget; arcus enim analogi paralleli eclipticæ, & paralleli æquatori K *d*, K *c* ſunt divergentes. At vero quum arcum *m* H *m* percurrit graduum duorum, vel trium, declinationem ad ſenſum non immutat; arcus enim analogi *m* H *m*, *m* A *m* ſunt ad ſenſum paralleli. Idem huic ſtellæ in G continget.

Eadem theoria ſtellæ cuivis accommodari poteſt ejus eclipticæ parallelum cum ejus æquatori parallelo comparando. Omnes eodem modo ſtationariæ ſunt ad gradus 91, & 270 longitudinis. Hinc apparet, ſtellas has eſſe puncta in cælo fixa, quibus utamur ad obſervationes longum tempus complectentes comparandas.

Lux Zodiacalis.

1173. DEFINITIO. *Lux zodiacalis* eſt ſplendor, ſive albor ſæpius viæ lacteæ albori ſimilis,

lis, qui ſtatis anni temporibus ante ſolis ortum aut poſt occaſum apparet lanceæ, aut fuſi forma ſecus zodiacum, in quo ſemper cuſpide, & axe continetur, baſi vero horizonti oblique inſiſtens.

Phænomenon hoc a celebri Caſſino detectum, atque deſcriptum ingenioſo Mairano ſpeculandi argumentum dedit, qui magna veriſimilitudine arbitratur, eſſe ipſam ſolis athmoſphæram valde ad aſtri hujus polos compreſſam, ad æquatorem vero admodum elongatam. Huic auctori eſt illa materia maxime fluida per ſe lucens, aut fortaſſe a ſolis radiis tantum illuſtrata, quem anuli lenticularis figura complectitur. Anulus hic fuſi forma apparet, cujus apices angulum comprehendunt graduum modo 26, modo 45, modo 100, pro magis directa, aut obliqua reſpectu noſtrum poſitione. (919.)

§. II.

PLANETÆ IN GENERE.

1174. OBSERVATIO. Circa ſolem in centro mundi noſtri planetarii immobilem *ſex primarii planetæ* ad varias ab illo diſtantias convertuntur. (*Fig.* 4.)

Eorum nomina, ordo, & notæ ſunt hujuſmodi *Mercurius* ☿, *Venus* ♀, *Tellus* ♁, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, *Saturnus* ♄. Curva a quovis planeta circa ſolem tamquam ſui motus centrum deſcripta non eſt circulus, ſed ellipſis. (1276.)

Inter planetas primarios tres ſunt, qui *planetas ſecundarios* habent, nempe Tellus, quæ lunam habet, Jupiter, qui quatuor ſatellites, ſeu lunas habet, & Saturnus, qui quinque ſatellites, aut lunas habet. Planetæ ſecundarii circa primarium tamquam ſui motus centrum conver-

tun-

tuntur, dum primarius ipſe circa ſolem convertitur. Centrum motus ſecundariorum perpetuo locum mutat; primarius enim circa ſolem converſus ſecundarium ſecum trahit. Curva, quam ſecundarii circa primarium deſcribunt, ipſa quoque ellipſis eſt. Quum curva primariorum planetarum circa ſolem, & ſecundariorum circa primarios ſit ellipſis; operæ pretium eſt hujus curvæ hic notionem addere, quæ in parte mathematica amplius dignoſci poterit. (*Math.* 749, 765)

Eorum curva.

1176. DESCRIPTIO. Sit in plano indefinito (*fig.* 23) recta indefinita T E, in qua capiantur arbitrio puncta duo R, S: his alligentur extremitates fili quantumvis longi. Hæmatites filum ſemper æque tendat, & plano perpendicularis convertatur circa puncta R, S. Curva T C E G T ab hæmatite deſcripta eſt *ellipſis*. (*Math.* 756), atque hæc curva eſt, quam planetæ omnes circa ſolem S deſcribunt. (1276)

I. *Axis primus* dicitur maxima diameter TE, quæ in hac curva duci poſſit; *axis ſecundus* maxima diameter CG, quæ ad medium primum axem perpendicularis duci poſſit.

II. *Foci* dicuntur puncta duo R, S in axe primo: *centrum* punctum O in axe primo a focis æque diſtans: *excentricitas* diſtantia RO, vel SO inter alterutrum focum, & centrum.

III. Poſito ſole, ſeu centro motus in alterutro foco, puta S, *abſides* dicuntur puncta, alterum omnium proximum foco S, alterum ab hoc foco omnium remotiſſimum: *abſis ſuperior* punctum remotiſſimum T: *abſis inferior* punctum proximum E: *linea abſidum* axis primus ad abſides terminatus: *diſtantia media* punctum C, aut G æque a duobus focis, & abſidibus diſtans.

1176. COROLLARIUM. Ex ellipſis conſtru-

ſtructione patet, duarum linearum quarumcunque a focis ad punctum quodvis peripheriæ ductarum ſummam ſemper eſſe primo axi æqualem: eſt enim ſumma hæc ſemper filo æque tenſo æqualis. Ergo CR + CS = TE; item DR + DS = TE, vel RCS; item RIS = TE, vel RDS.

Patet quoque ex conſtructione, differentiam inter axem primum T E, & ſecundum CG eſſe poſſe infinite variam pro diverſa focorum R, S inter ſe diſtantia: quare & excentricitas infinitum variari poteſt. In ellipſi a planetis deſcripta excentricitas exigua eſt, in deſcripta a cometis circa ſolem multo maxima.

Eorum revolutio diurna.

1177. OBSERVATIO. Planetæ, ut & ſtellæ, quotidie circa tellurem converti videntur ab oriente in occidentem in circulo æquatori parallelo; hoc duplici diſcrimine.

I. Parallelus, in quo ſtella quævis diurnam revolutionem peragit, diutius idem ad ſenſum eſt: parallelus vero, in quo planeta quivis diurnam ſuam revolutionem peragit, mutari dignoſcitur paucis diebus; quum modo cum æquatore concurrat, modo citra, modo ultra æquatorem ſit.

II. Stellæ motu ad ſenſum uniformi ſemper diurnas revolutiones complent: planetæ modo eodem tempore, quo ſtellæ, modo longiore, modo breviore convertuntur.

Eorum revolutio annua.

1178. OBSERVATIO. Præter motum diurnum, qui tantum apparens eſt, planetæ primarii *motum* habent *verum*, *&* *permanentem* modo magis, modo minus acceleratum, quo perpetuo ab occidente in orientem feruntur in conſequentia ſignorum circa ſolem, & in plano zodiaci. Hoc motu

motu cujuſque primarii planetæ centrum circa ſolem intra zodiaci fines peculiarem curvam deſcribit, quæ non niſi circulus, aut ellipſis eſſe poteſt, at circulus non eſt (*Fig.* 4, & 2).

I. *Revolutio annua* planetæ dicitur curva, quam ejus centrum ab immobili ſole viſum deſcribit in plano zodiaci, numerando ab hujus curvæ puncto, in quo planeta e ſole viſus cum data ſtella quavis concurrit, donec planeta ad idem ſuæ curvæ punctum, ſive ad eandem ſtellam redeat. Revolutio hæc quo ad tellurem revolutionem ſideream refert, quæ facile ad tropicam adduci poteſt (1137).

III. *Tempus periodicum* planetæ illud dicitur, quod in annua circa ſolem revolutione inſumit, a dato in curva puncto numerando ad reditum uſque ad idem punctum. Curva hæc, in qua centrum planetæ convertitur, dicitur *trajectoria*. Tempora periodica cujuſque planetæ ſolitarii eadem ſemper ſunt, ſed in diverſis planetis diverſa ſunt, ut quamprimum dicemus.

III. *Sex curvæ* planetarum primariorum a terra, aut a ſole viſæ intra zodiaci fines omnes continentur: & ecliptica tantum, ſeu curva telluris eſt zodiano parallela, quem biſariam dividit. Ceteræ omnes, Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni eclipticam biſariam, & oblique ſecant ſub diverſis angulis, quos quamprimum definiemus.

IV. *Nodi planetæ* dicuntur puncta duo, in quibus ejus curva eclipticam ſecat: *nodus aſcendens* eclipticæ punctum, in quo planeta ab auſtrali latitudine ad borealem tranſit: *nodus deſcendens* eclipticæ punctum, in quo planeta a boreali ad auſtralem latitudinem tranſit. In nodis nulla eſt planetæ latitudo (1152).

Eorum tempora periodica, & velocitas media.

1179. OBSERVATIO I. *Tempus periodicum* pla-

planetarum longitudine diverſum eſt pro diverſa planetæ a ſole ſui veri motus centro diſtantia.

I. Juxta Caillium tempus periodicum cujuſque planetæ, ſeu dies, horæ, minuta, ſecunda, quibus totam curvam, ſeu trajectoriam ſuam percurrit, eſt hujuſmodi.

Planeta.	Dies,	Horæ.	Minuta.	Secunda,	Ferme
Merc.	87	23	15	30	= 3 mens
Venus	229	16	48	20	= $8+\frac{1}{3}$ menſ.
Tellus	365	6	8	58	= 1 annus
Mars	686	23	30	30	= 2 anni
Jupiter	4332	12			= 12 anni
Satur.	10759	8			= 30 anni

Keplerus, Caſſinus, Neutonus, Hirius, & alii plærique aſtronomi tempora hæc periodica æque definierunt, minima quidem varietate, adeoque negligenda.

II. *Vera*, & *abſoluta* planetarum velocitas in orbita in dies varia fit exigua quantitate ordinatim creſcente, & decreſcente in quavis revolutione circa ſolem: alibi phænomeni cauſam indicabimus (1275). Vera hæc, & abſoluta planetarum velocitas mediam obtinet magnitudinem inter aphelia, & perihelia: dicitur hæc *velocitas media planetarum*.

III. Media hæc planetarum velocitas vera, & abſoluta, (ſeu ſpatium, quod planeta eodem tempore, puta die uno, percurrit), major eſt in planetis minus a ſole diſtantibus. Obſervationibus, & aſtronomicis inductionibus conſtat, mediam planetarum velocitatem eſſe in ſubduplicata inverſa ratione ſuarum diſtantiarum a ſole; exempli gratia numerum leucarum, quas uno die Mercurius percurrit, eſſe ad eum, quem uno die percurrit Mars, ut radix quadrata e diſtantiæ mediæ Martis a ſole ad radicem qua-

quadratam diſtantiæ mediæ mercurii a ſole; (1301).

Porro ſingulari hac proportione Mercurius Venere, Venus Tellure, Tellus Marte, Mars Jove, Jupiter Saturno omnium lentiſſimo celerius vero motu procedunt.

Suarum orbitarum inclinatio.

1180. OBSERVATIO. Planetæ cujuſvis *orbita*, ſeu *trajectoria* diverſo modo eſt eclipticæ inclinata, ſive ſub diverſis angulis eclipticam ſecat, quos hic Caillium ſequentes indicabimus. Orbita Mercurii eſt omnium maxime inclinata: orbita Jovis omnium minime eclipticæ inclinata. Omnium orbitarum planum per centrum ſolis tranſit, quod omnium periodicarum revolutionum centrum commune eſt: alibi hanc orbitam non circularem, ſed ellipticam eſſe oſtendemus (1276).

Inclinatio.	*Gradus.*	*Minuta.*	*Secunda*
Saturni	2	30	36
Jovis	1	19	30
Martis	1	50	54
Telluris	0	0	0
Veneris	3	23	20
Mercurii	7	0	0

Eorum motus rotationis.

1181. OBSERVATIO. Planetæ primarii, ut & tellus, motus duos veros, & permanentes habent, alterum *revolutionis* circa ſolem, & alterum *rotationis* circa proprium centrum. Sol ipſe, qui motum revolutionis non habet, motum habet rotationis, quo circa ſuum axem diebus 25 $\frac{1}{2}$ convertitur. Motus hic in ſole, & planetis nobis innoteſcit ex maculis, quas in

iis

iis deprehendimus, & quarum motus obſervatur. Exempli gratia (*Fig.* 4).

I. Si planetæ magis conſpicui exquiſitis teleſcopiis obſerventur, loca in iis apparebunt ceteris obſcuriora, quæ *maculæ* dicuntur: hæ apparebunt locum mutare, ab uno ad alium planetæ limbum progredi, poſt planetam occultari, deinde iterum ad primum limbum regredi, & eandem ſemper in planetæ diſco poſitionem ſervare. Hinc inferemus, maculas has ipſi planetæ adhærere, qui, ut tellus, eodem tempore duobus motibus veris, & permanentibus cietur, breviore altero, quo circa proprium axem convertitur, diuturniore altero, quo circa ſolem agitur. Primus *planetæ diem* efficit, ſeu tempus metitur, quo obſervatori planeticolæ videbitur firmamentum circa planetam ſuum converti. Alter *planetæ annum* efficit, ſeu tempus metitur, quo ſol in centro mundi planetarii immobilis eidem obſervatori videtur per zodiacum converti in curva a planeta deſcripta. Eſt hoc hujus planetæ tempus periodicum (931, 932).

II. Si *macularum naturam* inveſtigemus, patet, nihil eas eſſe, niſi partes ſuperficiei planetæ minus aptas ſolis lucem reflectere. Exempli cauſa: facile concipies, tellurem a ſole, aut a luna viſam apparituram maculis diſtinctam ea ratione, qua orbis partes in globo artificiali deſcriptæ ſunt: maria, quum omnem ferme lucem ebibant, viſum iri ingentes tractus obſcuros; inſulas, & ſcopulos puncta lucida, ingentes terras ſpatia magna lucida obſcuris commixta ubi lacus, aut ſilvæ ſint, partibus magis ſplendentibus diſtincta ubi terræ albicantes ſint, ſcopuli, montes nivales. Maculæ hæ a ſole viſæ nobis circa terram converti viderentur eo ipſo tempore, quo terra circa ſuum axem convertitur.

III. Sol, ut planetæ, ſuas maculas habet,

quæ ſucceſſive circa hoc aſtrum convertuntur diebus 25 $\frac{1}{2}$. Tempus eſt hoc, quo ſol circa ſuum axem convertitur. Ex ejuſdem Caillii obſervationibus motus rotationis hiſce temporibus completur.

	diebus,	*horis,*	*minutis,*	*ſecundis.*
In Sole	25	12	0	0
In Jove		9	56	0
In Marte		24	40	0
In Tellure		23	56	4 (1324).
In Venere		23	20	0
In Luna	27	7	43	5

Saturni diſtantia, & exigua lux, Mercurii parvitas, & magna ſoli propinquitas in iis maculas detegere non ſiverunt, adeoque nec rotationis tempus definire. Analogia tamen, hi quoque planetæ circa axem ſuum rotari cenſeri poſſunt. Luna quoque motum rotationis circa ſuum axem habet, de quo alibi (1243).

1182. COROLLARIUM. *Sol, & planeta ad polos compreſſi, ad æquatorem elati eſſe debent.*

EXPLICATIO. In ſole, & in planetis poli ſunt ſuperficiei puncta duo, circa quos rotantur: *axis* eſt recta per polos, & centrum ducta: *æquator* eſt circulus axi perpendicularis per centrum tranſiens (494).

Quum ſol, & planetæ motum rotationis habeant circa axem, ut tellus, patet, eos, non ſecus ac tellurem (1373) depreſſos eſſe debere ad polos, ad æquatorem elatos: in ſe enim, licet diverſo gradu, eandem cauſam habent, unde oritur hæc depreſſio ad polos, & ad æquatorem intumeſcentia in tellure, nempe circa axem revolutionem.

In Jove planetarum maximo, & in quo rotationis motus celerrimus eſt hæc depreſſio ad polos, & intumeſcentia ad æquatorem maxime con-

conſpicuæ ſunt. Ex magis accuratis obſervationibus ſui æquatoris diameter duodecima parte major eſt axe per polos tranſeunte. In aliis planetis depreſſio non deſcernitur: ſicuti telluris depreſſio non deſcerneretur ſi a planetis conſpiceretur.

Eorum directiones, ſtationes, regreſſus.

1183. OBSERVATIO. Planetæ omnes motum verum, & permanentem habent circa ſolem ab occidente in orientem, quo zodiacum percurrunt, Saturnus annis 30, Jupiter annis 12, Mars annis 2, Terra ſeu Sol anno uno, Venus menſibus 8 $\frac{1}{3}$, Mercurius menſibus 3 (1179). Si tellus in univerſi centro immobilis eſſet omnium harum revolutionum centrum; quo tempore ſol quotidie unum ferme eclipticæ gradum percurrit, Saturnus trigeſimam gradus partem in zodiaco percurrere deberet, Jupiter duodecimam, Mars dimidiam, Venus gradum cum dimidio, Mercurius gradus quatuor (*Fig.* 2).

At non ita ſe res habet: planetæ non videntur conſtanter in zodiaco progredi in conſequentia ſignorum, ut eorum periodica revolutio poſtulat. Quodam tempore in zodiaco progredi videntur ſupra quam eorum motus poſtulet: alio tempore ſtare videntur: alio tandem tempore regredi videntur, ſeu in zodiaco moveri directione periodicæ eorum revolutioni oppoſita. Exempli cauſa, ſi duobus annis quotidie tranſitus Martis per meridianum obſervetur, a quo quotidie recedere deberet magis, magiſque in orientem progrediens, inveniemus,

I. Aliquo tempore Martem, & datam ſtellam ſimul ad meridianum advenire. Tunc planeta *ſtationarius* eſt; neque enim progredi, aut regredi in zodiaco videtur. Ejus motus revolutionis annuæ in zodiaco in conſequentia ſigno-

rum ab occidente in orientem aliquot diebus ceſſare videtur.

II. Alio aliquo tempore, diebus aliquot poſt ſtationes Martem quotidie ad meridianum pervenire citius, & breviori tempore, quam datam ſtellam. Tunc planeta eſt *retrogradus*; videtur enim motum habere motui ſuæ revolutionis annuæ oppoſitum, a quo quotidie magis in occidentem in antecedentia ſignorum per zodiacum abripiatur.

III. Alio tempore, ſex, aut ſeptem menſibus poſt ſtationes, Martem, & datam ſtellam, cui in cælo conjunctus videtur, non amplius ſimul ad meridianum appellere: Mars quotidie ſerius ad meridianum pervenit. Tunc planeta eſt *directus*: quotidie enim in zodiaco progreditur in conſequentia ſignorum ab occidente in orientem tantundem, aut magis quoque, quam poſtulet ejus in zodiaco annua revolutio. Ejus motus annuæ revolutionis non jam ut antea ſuſpenſus, imo ſupra quam poſtulet auctus videtur.

Eædem ſtationes, progreſſus iidem, & regreſſus videbuntur in Saturno, Jove, Venere, & Mercurio, at aliquo diſcrimine, cujus ratio reddetur quum hoc phænomenon explicabitur adeo abſurdum in hypotheſi terræ immobilis, adeo ſimplex, & naturæ conforme in hypotheſi copernicana (1316).

Eorum perihelium, & aphelium.

1184. OBSERVATIO. Si planetæ in annua revolutione circa ſolem circulum deſcriberent, cujus ſol centrum eſſet, ſemper ab ipſo æque diſtarent: nec aphelium haberent, nec perihelium. Verum obſervationibus conſtat, ipſos in ellipſi converti, cujus focum unum occupat ſol: debent ergo modo eſſe perihelii, ſeu ſoli propin-

pinquiores, modo aphelii, ſeu a ſole remotiores. Sit ellipſis T C E G T ab annua planetæ alicujus T revolutione deſcripta circa ſolem S, qui unum ex fociſellipſeos S immotus occupat In hac curva (*Fig.* 25).

I. *Perihelium* dicitur punctum E, in quo planeta eſt maxime ſoli propinquus. Quare planeta in E eſt perihelius.

II. *Aphelium* dicitur punctum T, in quo planeta eſt a ſole remotiſſimus. Quare planeta in T eſt aphelius.

III. *Planetæ excentricitas* dicitur dimidia differentia inter maximam, & minimam a ſole diſtantiam: hujus menſura eſt pars axis primi duobus focis R, S intercepta. Exempli cauſa: R O, vel S O eſt planetæ T excentricitas.

1185. COROLLARIUM. Apparet jam, *diſtantiam cujuſque planetæ a ſole perpetuo augeri, & minui in tota ſua periodica revolutione circa ſolem;* qui ſemper in plano ellipſis eſt, ſed extra centrum in alterutro focorum (*fig.* 23).

Diſtantia hæc minuitur ab aphelio T ad perihelium E: creſcit a perihelio ad aphelium: media eſt in C, & G ad æqualem a perihelio, & aphelio diſtantiam. Quamobrem maxima diſtantia planetæ T eſt in T, minima in E, *media* in C, & G. In quavis periodica revolutione planeta bis eſt in ſua diſtantia media, quæ dimidio axi primo æqualis eſt.

Quum de planetarum diſtantiis a ſole ſermo eſt, ſemper diſtantiæ mediæ intelliguntur, niſi maxima, aut minima aperte indicetur.

Eorum diſtantia media.

1186. OBSERVATIO. Sex ellipſes, ſeu trajectoriæ planetarum primariorum etſi inter ſe non parallelæ (1180), omnes ab occidente in orientem in zodiaco circa ſolem convertuntur, qui immotus in plano eſt, & in communi foco omnium ellipſium (*Fig.* 23).

Curvæ hæ ellipticæ omnes ad diverſas a ſole diſtantias excentricitatem diverſam habent: aliæ magis, aliæ minus a circulari figura diſtant. Exempli cauſa, curva Veneris minimum excentrica eſt: ejus axis primus TE parum ab axe ſecundo CG differt. Contra vero curva Mercurii multo magis, proportione habita, excentrica eſt: ejus axis primus TE a ſecundo CG admodum differt. Curva Veneris magis ad circulum accedit: curva Mercurii hinc compreſſa, illinc elongata multo magis a circulo diſtat.

Ex Caillio ſubiicio ſex planetarum ellipſium dimenſiones telluris ellipſeos axi comparatas, quique in partes æquales 20000 diviſus ſupponitur.

Dimenſiones orbitæ	Axis primus	Axis ſecundus	Excentricitas	Diſtantia media
Mercurii	7742	7570	810	3872
Veneris	14466	14465	52	7233
Telluris	20000	19997	168	10000
Martis	30474	30342	1415	15203
Jovis	104020	103899	2505	51980
Saturni	190758	190448	5430	95302

1187. NOTA I. Ope parallaxeos ſolis inventa eſt ejus a tellure diſtantia, ſeu telluris a ſole diſtantia (1221). Hinc ex ſecunda lege Kepleri ceterorum planetarum a ſole diſtantia definita fuit (1263). Hinc ortæ cognitiones omnes diſtantiarum planetarum a ſole omnium revolutionum centro (*Fig.* 4).

I. Orbitarum ſeu planetarum dimenſiones paſſim partibus proportionalibus deſignantur; ſive ad majorem calculi ſimplicitatem; ſive quia non ſatis accurate conſtat telluris a ſole diſtantia, cui ceteræ omnes comparandæ ſunt.

II. Quum ſex orbitarum dimenſiones *in partibus proportionalibus* innoteſcunt ſupra indica-

tis,

tis, facile eſt eaſdem dimenſiones in partibus abſolutis, puta, in leucis habere. Ex parallaxi enim ſolis invenitur *diſtantia media telluris a ſole*, quæ tercenties centena leucarum millia ferme continet, quæque bis ſumpta axem primum orbitæ terreſtris æquat. Hic axis ergo omnium orbitarum communis menſura, ſeu terminus comparationis continet ſexcenties centena leucarum millia.

Quum axis hic ſupponatur partium 20000, ut cujuſque ex his partibus habeatur valor abſolutus leucæ 60000000 per 20000 dividendæ ſunt. Quotiens erit leucarum 3000. Quælibet enim ex his 20000 partibus valet leucas ferme 3000. Poterit ergo in leucis proxime haberi cujuſque planetæ *diſtantia media* a ſole, datam in partibus proportionalibus diſtantiam in leucas 3000 ducendo; ut infra.

Diſtantia Media	*In partibus proportionalibus*	*In leucis quæ ſingulæ*	*continent hexapedas*
Mercurii	3872	11616000	2287
Veneris	7133	22699000	*vel*
Telluris	10000	30000000	2140
Martis	25203	45609000	*vel*
Jovis	51980	155940000	2645
Saturni	95302	285906000	

III. Si *diſtantia media* telluris leucis 30000000 major, aut minor ſit (1221), majores, aut minores aſſumptæ leucæ aſſumendæ erunt. Exempli gratia, ſi diſtantia hæc media telluris a ſole ſit leucarum 28, 000, 000, quarum ſingulæ conſtant hexapedis 2287, leucæ a nobis indicatæ conſtabunt tantum ſingulæ hexapedis 2140. Si illa diſtantia media ſit leucarum 34, 500, 000, leucæ aſſumendæ hexapedas 2645 ſingulæ continebunt.

IV. Data planetæ *diſtantia media*, & excen-

tricitate, facile maxima, & minima diſtantia invenitur (*fig.* 23).

Siquidem diſtantia media CS, vel GS dimidio axi primo TOE æqualis eſt. Eſt ergo diſtantia media ipſi EO, vel TO æqualis: ergo *minima diſtantia* æqualis eſt diſtantiæ mediæ dempta excentricitate SO: ergo *maxima diſtantia* æqualis eſt diſtantiæ mediæ addita excentricitate SO. Ut ergo habeatur maxima diſtantia excentricitas diſtantiæ mediæ addenda eſt; ut habeatur minima, excentricitas a diſtantia media eſt ſubducenda.

1188. NOTA II. Quum ſæpius hæ *diſtantiæ mediæ* planetarum in ſupputationibus occurrant, operæ pretium eſt eas ad minimos terminos adducere, proportionaliter per 1000 dividendo. Tunc nova erit ipſarum ratio, ſive eadem minimis terminis expreſſa: ſcilicet.

Mercurii	=	$3+\frac{4}{5}$, & paulo plus
Veneris	=	$7+\frac{1}{5}$ & paulo plus.
Telluris	=	10
Martis	=	$15+\frac{1}{5}$ ferme
Jovis	=	52, & paulo minus
Saturni	=	$95+\frac{1}{3}$, & paulo plus.

Eorum apogeum, & perigeum.

1189. OBSERVATIO. Circa ſolem immotum in communi orbitarum omnium ellipticarum foco (*fig.* 4.) ab occidente in orientem convertuntur in plano zodiaci orbes ſex opaci; primo ſcilicet *Mercurius* in ellipſi *m a m*, dein a ſole remotior *Venus* in ellipſi V X V; dein *Tellus* cum ſua luna in ellipſi TBDA; tum *Mars* in ellipſi MNM; tum *Jupiter* cum quatuor ſuis ſatellitibus in ellipſi IKI; tandem omnium remotiſſimus *Saturnus* cum quinque ſuis ſatellitibus in ellipſi SZS.

Quum tellus citius remotioribus a ſole planetis,

netis, ſerius ſoli propinquioribus revolutionem ſuam compleat (1179); debet ipſa modo his planetis accedere, modo ab illis recedere, qui proinde modo perigei ſunt, modo apogei (*).

I. *Planeta perigeus* eſt quum terræ maxime propinquus eſt. Exempli gratia, quum Saturnus eſt in S, & tellus in T, Saturnus eſt perigeus. Ita ſi tellus ſit in T, Mercurius in *a*, erit Mercurius perigeus. Pari modo quum tellus erit in A, & Venus in X, Venus erit perigea (*fig.* 4).

II. *Planeta apogeus* eſt, quum a terra maxime diſtat. Exempli cauſa, poſita tellure in D, & Saturno in S, Saturnus erit apogeus in S, dum Jupiter erit perigeus in I.

III. Poſitis punctis F, *f* focis ellipſium, & ſole in F extra omnium ellipſium centrum C, ſol erit *perigeus* quum tellus erit in T; erit *apogeus*, quum tellus erit in D. Solis perigea, & apogea eo ipſo tempore habentur, quo tellus perihelia eſt, & aphelia, quum ſcilicet in ſuperiore, & in inferiore abſide verſatur. (1175)

Eorum magnitudo abſoluta, & reſpectiva.

1190. OBSERVATIO. Planetæ magnitudine inter ſe differunt. Mercurius omnium minimus eſt, Jupiter omnium maximus primariorum: Terra, & Venus ferme æquales ſunt. Notum eſt, ad ſphæræ ſoliditatem cognoſcendam ſatis eſſe ejus diametrum noviſſe. (*Math.* 577, 605)

Alibi oſtendemus qua ratione planetarum diameter dignoſci poſſit (1226): interea harum dia-

---

(*) *ETYMOLOGIA. Perihelium, perigeum:* a περὶ, prope, circum, & ἥλιος ſol, & γῆ terra. *Aphelium, apogeum:* ab ἀπὸ longe, ab, & ἥλιος ſol, & γῆ, terra.

diametrorum menſuras, & proportiones exhibebimus, quales ex aſtronomicis obſervationibus eas tradit illuſtris Maupertuiſius, fractionibus neglectis. Solis diameter, quæ ut terminus comparationis aſſumitur, diviſus ſupponitur in 3000 partes æquales, quarum quælibet eſt tertia diametri terreſtris pars, ſeu leucas communes mille continet (1225). Lunæ diameter eſt quarta pars terreſtris diametri. His rationibus obſervatione inventis, habemus

	in partibus æqualibus.	*in leucis hexapedarum*	
Diametrum Solis	$= 300$	$= 300000$	
Mercurii	$= 1$	$= 1000$	2180,
Veneris	$= 3$	$= 3000$	*vel*
Telluris	$= 3$	$= 3000$	2287
Lunæ	$= \frac{1}{4}$	$= 750$	
Martis	$= 1 + \frac{15}{17}$	$= 1662$	
Jovis	$= 33 + \frac{1}{3}$	$= 33333$	
Saturni	$= 27 + \frac{1}{4}$	$= 27250$	

II. Si modo horum orbium ſoliditates invicem comparentur ſumpta tellure tanquam termino comparationis, & ſuppoſita ejus ſoliditate $= 1$, ſequentes proportiones invenientur, quæ etſi fortaſſe non omnino accuratæ, eam tamen omnem obtinent certitudinem, quæ hac in re haberi poſſit: ſunt hæc cubi diametrorum (*Math.* 622); quæ non niſi ex datis diametris errori ſubeſſe poſſunt. Quare diametris ad cubos elevatis, hiſque per 27 diviſis, ut telluris cubus ad unitatem redigatur erit ſoliditas

Tel.

Telluris	=	1
Lunæ	=	$\frac{1}{64}$
Mercurii	=	$\frac{1}{27}$
Veneris	=	1
Martis ferme	=	$\frac{1}{9}$
Jovis	=	1331
Saturni	=	730
Solis	=	10000000

Vides hic, ſoliditatis nomine triplicem tantum orbium dimenſionem intelligi, non materiæ denſitatem, quæ probabiliter in omnibus diverſa eſt, nec dignoſci a nobis poteſt.

Eorum appoſito, & conjunctio.

1191. OBSERVATIO. Planetæ duo, puta Mars, & Jupiter, e terra viſi dum circa ſolem convertuntur, ſucceſſive in diverſis zodiaci punctis apparent: modo in eodem circulo latitudinis per eclipticæ polos tranſeunte; & tunc ſunt *in conjunctione*; modo in circulis latitudinis invicem diſtantibus eclipticæ gradus 180: & tunc ſunt *in oppoſitione*; modo in circulis latitudinis invicem diſtantibus gradus 90; & tunc ſunt in *quadratura*; modo in circulis invicem diſtantibus citra, aut ultra gradus 90, vel 180, & tunc *oppoſiti ſunt illa quantitate*, puta ſignis 4, & gradibus 13, vel ſignis 10, gradibus 17, minutis 40. Quamobrem

I. *Conjunctio* dicitur duorum aſtrorum aſpectus, quæ e terra viſa in eodem apparent circulo latitudinis, & eandem habent longitudinem (1551): ſive ambo in eodem cæli puncto appareant, ſive in duobus diverſis, quorum alterum altero magis boreale ſit.

II. *Oppoſitio* dicitur duorum aſtrorum aſpectus viſorum in circulis latitudinis invicem diſtanti-

bus eclipticæ gradibus 180. Generatim conjunctio, & oppoſitio dicuntur quoque *ſyzygia*: & aſtrum dicitur eſſe in ſyzygiis quum eſt in conjunctione, aut in oppoſitione.

III. *Quadratura* dicitur aſpectus duorum aſtrorum viſorum in duobus circulis latitudinis quartam eclipticæ partem, ſeu gradus 90 diſtantibus.

In oppoſitione tellus aſtris interjacet: in conjunctione aſtrum telluri, & aſtro remotiori interjacet: in quadraturis lineæ duæ a tellure ad aſtra ductæ angulum rectum efficiunt gradus 90 in cælo complectentem. (*fig.* 4)

1192. NOTA. Inter planetas primarios tres ſunt, Mars, Jupiter, Saturnus, qui ſemper magis tellure a ſole diſtant; ſeu quorum orbita telluris orbitam complectitur: hi *planetæ ſuperiores* dicuntur. Duo ſunt Venus, & Mercurius, qui tellure ſoli propinquiores ſemper ſunt; ſeu quorum orbitam telluris orbita complectitur: hi *planetæ inferiores* dicuntur. Sex hæ orbitæ adeo inter ſe diſtant, ut nunquam concurrere poſſint: quæ enim invicem proximæ ſunt, octuagies, aut centies centenis leucarum millibus ſemper diſtant. (1178)

I. *Tres planetæ ſuperiores* cum ſole in conjunctione, in oppoſitione, in quadratura eſſe poſſunt: circa enim terræ orbitam convertuntur, unde videntur modo in eodem circulo latitudinis cum ſole; modo in circulis latitudinis, qui ab eo, in quo ſol eſt, diſtare poſſunt uſque ad 360 gradus, ubi iterum in conjunctione erunt.

II. *Planetæ duo inferiores*, Venus, & Mercurius, duas conjunctiones habent; oppoſitionem, & quadraturam nullam. Sunt *in conjunctione ſuperiori* cum ſole, quando ſol illis, & telluri interjacet: ſunt in conjunctione inferiori cum ſole, quando ipſi telluri, & ſoli interjacent. (*fig.* 4)

Poſita tellure in T Mercurius erit in conjunctio-

ctione ſuperiori in *m*, & in conjunctione inferiori in *a*. Planetæ duo inferiores neque oppoſitionem habent cum ſole, neque quadraturam; in maxima enim eorum digreſſione a loco, ubi ſol videtur in zodiaco, Mercurius a ſole diſtare non apparet ultra gradus 28, Venus ultra 47.

Eorum phaſes.

1193. OBSERVATIO. Luna diverſis aſpectibus nobis apparet: modo pleno diſco ad tellurem converſo illuminato, modo omni luce deſtituta, modo varia ſui diſci parte collucens. Diverſi hi aſpectus *lunæ phaſes* dicti fuerunt. Hæ quoque phaſes, hæ lucis, & obſcuritatis viciſſitudines in planetis quoque a tellure viſibilibus contingunt: hinc dictæ *phaſes planetarum*.

I. Luna, tellus, planetæ e ſole viſi phaſibus carerent: eorum enim pars illuſtrata, ferme dimidia ſcilicet eorum ſuperficies, ſemper obſervatori in ſole poſito obverſa eſſet. (*fig.* 16)

II. At obſervator in tellure T ſitus phaſes in planetis videre debet; lunæ ſiquidem A B C D, aut Mercurii M N P R, aut aliorum pars illuminata modo tota obſervatori T obverſa eſt, modo ita directa, ut tota, aut partim ſaltem illi averſa ſit. Phaſes hæ in Venere maxime conſpicuæ ſunt, in Marte, ac in Mercurio, ſi quando exquiſitis teleſcopiis obſerventur.

§. III.

PLANETÆ SINGILLATIM.

PLanetis generatim conſideratis, eos quoque ſingillatim, eorumque peculiares proprietates conſiderare operæ pretium eſt. Planetarum theoriæ *cometarum* theoriam adiiciemus nobis notorum,

rum, qui a planetis non niſi ellipticæ ſuæ orbitæ, in qua perpetuo circa ſolem centrum aguntur, excentricitate, & diverſa poſitione differunt.

Sol.

1194. OBSERVATIO. *Sol* eſt globus lucidus decies centenis millibus vicibus ferme tellure major. Etſi in mundi planetarii centro ſit immotus, illum tamen ut planetam, & circa tellurem in ecliptica revolutum, ut apparet, conſiderabimus. Facile a phænomenorum aſtri hujus apparentia ad veritatem deinde tranſitus fiet. Aſtrum hoc inviſibilis Dei aliqua imago eſt: nos ſiquidem illuſtrat, ac vivificat: totum lux eſt, & beneficentia. (*fig.* 10)

I. Sol S in centro mundi planetarii immobilis quotidie horis 24 circa tellurem P ab oriente in occidentem converti videtur; propterea quia eodem tempore tellus ipſa ab occidente in orientem circa ſuum axem D P F convertitur. (932)

II. Sol immobilis in centro mundi planetarii T (*fig* 2) anno uno circa eclipticam R *a* N *n* R converti videtur ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum, propterea quia eodem tempore tellus ipſa eadem directione circa ſolem convertitur in ecliptica. Quum tellus eſt in R ſol videtur in N: quum tellus ab R in *a* tribus menſibus tranſiit, ſol videtur in *n*: quum tellus pervenit in N, ſol perveniſſe videtur in R: quum tellus ab N in *n* tranſit, ſol ab R in *a* tranſire videtur: quum tellus revolutionem ſuam complet in R, ſol revolutionem ſuam complere videtur in N. Quare ſol immobilis converti videtur in ecliptica, propterea quia tellus ipſa circa ſolem in ecliptica convertitur. (1931) (*fig.* 2)

III. Sol zodiacum percurrens non ſemper æqua-

quali velocitate procedit: dies enim ferme octo impendit in percurrendis ſex ſignis borealibus *a N n*, ſupra tempus, quod in ſex auſtralibus *n R a* percurrendis inſumit. Ratio hujus eſt, quia ſol non in ipſo eſt centro ellipſis; & telluris velocitas in ecliptica circa ſolem non ſemper eadem eſt, ſed quum modo accelerata ſit, modo retardata, efficit ut apparens ſolis T motus alternis accelerari, & retardari videatur eadem proportione.

Hæc, & alia ſolis phænomena alibi fuſius explicabuntur: quæ hic tradimus, unice tradimus, ut lector in theoria cæli a motu apparente ad verum tranſitum facere aſſueſcat.

Mercurius, & Venus.

1195. OBSERVATIO. Planetarum minimus, & ſoli proximus eſt *Mercurius*, cujus globus vicies ſepties tellure, & ducenties ſeptuagies centies millies ſole minor eſt. (*fig.* 4)

I. Mercurius *m* raro viſibilis eſt; fere ſemper enim ſolis luce immerſus eſt, a quo non niſi gradibus 27, aut 28 unquam recedit. Ejus revolutio periodica tribus menſibus completur; & in quavis revolutione duas habet conjunctiones; alteram ſuperiorem, quum ſol illi, & telluri interjacet: alteram inferiorem, quum ipſe telluri, & ſoli interjacet.

II. Mercurii orbita *m a m* eſt ellipſis, cujus planum per centrum ſolis tranſit in uno ex focis F immobilis: orbita hæc eclipticam ſecat ſub angulo graduum 7. Mercurius ergo in ſua revolutione periodica trium menſium modo ad eclipticæ boream eſt, modo ad auſtrum, totam ferme zodiaci latitudinem ſua revolutione complectens; & quum in inferioribus ſuis conjunctionibus latitudinem habet minorem minutis 16, apparet ſupra ſolis diſcum inſtar maculæ nigræ, & rotundæ: hoc evidenter oſtendit, eſſe illum

cor-

corpus opacum. Idem in Venere contingit, quum in inferioribus ſuis conjunctionibus minutis 16 diſtat a centro ſolis, cujus ſemidiametri menſura ſunt ipſa minuta 16.

III. In quavis periodica revolutione Mercurius directus eſt, ſtationarius, & retrogradus (1183). *Retrogradus* eſt in inferiore ſua conjunctione *a*, ubi eſt perigeus: *directus* eſt in ſuperiore ſua conjunctione *m*, in qua eſt apogeus: *ſtationarius* eſt aliquanto poſtquam retrogradus fuit. Idem in Venere contingit, quæ ipſa quoque directa eſt in apogeo, retrograda in perigeo, ſtationaria aliquanto poſtquam retrograda facta eſt. (1318)

IV. Mercurius minor apparet quum perigeus eſt: tunc enim quum pars ejus lucida ſoli obverſa ſit, exiguam lucis copiam ad nos reflectit, Major apparet quum apogeus eſt, & majorem latitudinem habet minutis 16; tunc enim pars ejus illuminata telluri tota obverſa eſt. Falcatus apparet inter duas conjunctiones, ut luna in quadraturis. Idem quoque Veneri contingit. Quum Mercurius triplo ferme ſoli propinquior ſit, quam tellus; jam lux ſolis in illo novies denſior eſt ea, qua tellus illuſtratur. (898)

V. Inter Mercurium, & tellurem æquali ferme diſtantia ſita eſt *Venus* (1177), alter planeta a ſole ad ſtellas progrediendo. Ejus volumen tellurem ferme æquat: ejus revolutio V X V completur menſibus ferme 8 $\frac{1}{3}$: eius rotatio horis ferme 23 $\frac{1}{4}$: ejus orbita omnium maxime ad circulum accedit. (*fig.* 4)

Tellus.

1196. OBSERVATIO. Tertius orbis a ſole ad ſtellas *tellus* eſt, quæ omnino inter planetas eſt recenſenda. Planeta hic Veneri ferme æqualis, decies centies millies ferme ſole minor (1190), vicies ſepties mercurio major, ſatellitem,

tem, qui luna eſt, ſecum vehit. Dum tellus circa ſolem immobilem ſemel convertitur, luna duodecies, aut terdecies circa telluris centrum convertitur.

Tellus planeta tres habet veros motus, qui opticis illuſionibus & ſtellis immobilibus, & planetis mobilibus motus indere videntur plane ſingulares, & abſurdos. (*fig.* 10)

I. *Motum habet revolutionis diurnæ ab occidente in orientem circa axem æquatoris, & mundi DTF* conſtantem, & uniformem, qui completur horis 23, 58′, 4″ (1181). Primus hic telluris motus, ſeu omnium ſuarum partium, & incolarum converſio circa axem DTF ſemper in dies ſibi ad ſenſum parallelum efficit, ut totum cælum directione oppoſita ab oriente in occidentem circa tellurem immobilem putatam converti videatur (932): eſt hæc revolutio diurna, ſive dies naturalis.

II. *Motum habet revolutionis annuæ ab occidente in orientem in plano eclipticæ circa ſolem* immobilem in centro mundi planetarii, PQR TP, qui completur diebus 365, horis 6, 8′, 58″. Curva hæc a tellure in plano eclipticæ percurſa ad ferme tercenties centena leucarum millia a ſole efficit, ut ſol quotidie appareat in conjunctione cum puncto illi e diametro oppoſito, in quo tellus eſt; ſive ut ſol, etſi immobilis in S, appareat totam eclipticam percurrere eo ipſo tempore, quo illam tellus immobilis putata percurrit (931): eſt hæc ſolis revolutio ſiderea, ſive annus ſidereus anno tropico minutis aliquot longior (1137).

III. *Motum habet revolutionis retrogradæ ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem* DTE (*Fig.* 6), ſive axem terreſtrem *d*T*e* ſemper plano eclipticæ FTG perpendicularem. Motus hic lentiſſimus eſt, quo tota tellus circa duo puncta terreſtria *d*, *e*, vel circa axem terreſtrem *d*T*e* ſemper axi eclipticæ DTE parallelum non convertitur, niſi annis 25740. Hoc

Hoc motu retrogrado a diurno, & annuo diverſo quodvis ſuperficiei terreſtris punctum percurrit circa axem *d* T *e* ab oriente in occidentem annis 25740 circulum eclipticæ plano parallelum. Exempli cauſa, punctum *a* quotidie ab occidente in orientem converſum circa axem terreſtrem *p* T *m* ſemper æquatori perpendicularem; & quotannis converſum circa ſolem in ecliptica, annis 25740 percurrit circa axem *d*T*e* eclipticæ perpendicularem circulum *a c* A *g a* eclipticæ plano parallelum, quotannis in hoc circulo regrediens ab oriente in occidentem ſecundis ferme 50. Pari modo punctum *b* percurrit circulum *b ſ* B *h b* eclipticæ parallelum. Pari item modo poli terreſtres *p*, *m*, ſeu puncta duo circa quæ revolutiones omnes diurnæ fiunt, percurrunt circulos duos *p q r ſ p*, *m n o k m*. Quare polus terreſtris *p*, qui modo in cælo reſpicit punctum P, annis 12870 erit in *r*, & aliud punctum R in cælo reſpiciet, quod ferme gradibus 47 a puncto P præſenti polo cæleſti diſtabit. (*fig.* 6)

Tertius hic telluris motus, ſive hæc omnium ſuarum partium, & incolarum revolutio retrograda circa axem eclipticæ, ſeu circa axem unum terreſtrem ſemper axi eclipticæ parallelum, efficit, ut totum firmamentum, etſi immobile omnino, videatur eodem tempore directione oppoſita converti ab occidente in orientem circa axem, & polos eclipticæ (932). Hinc phænomenon *præceſſionis æquinoctiorum*, quo totum cælum loco moveri videtur, quodque illuſio optica tantum eſt effecta a revolutione conica axis terreſtris *p* T *m* circa eclipticæ polos D, E. Alibi tres hos telluris motus, tertium præcipue intellectu difficiliorem fuſius explicabimus. (1327)

Ma-

Mars, Jupiter, Saturnus.

1197. OBSERVATIO. Supra telluris orbitam a ſole ad ſtellas procedendo ad diverſas diſtantias ſunt orbitæ Martis M, Jovis I, Saturni S, qui ſunt tres *planeta ſuperiores* magnitudine inæquales (1190). Orbitæ hæ, ut illæ telluris, & duorum *inferiorum planetarum* ſunt tantum puncta illa ſpatii infiniti, per quæ planetarum centra in periodica circa ſolem revolutione tranſeunt. (*fig.* 4)

Tres planetæ ſuperiores, ut & inferiores, *directi* ſunt, *ſtationarii*, & *retrogradi* (1183). Quare in eorum revolutione circa ſolem (1178) ab occidente in orientem, & in conſequentia ſignorum apparent modo celerius ferri, quam eorum verus motus poſtulet, modo omnino ſiſti; modo ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum, & contra verum eorum motum ferri: res plane ſingularis, niſi optica illuſio eſſet.

Tres planetæ ſuperiores ſunt *ſtationarii* circa tempus eorum perigei, & oppoſitionis cum ſole (1191); *retrogradi* diverſo temporis intervallo poſt ſtationes; *directi* præcipue circa apogeum, & conjunctionem cum ſole.

Quum Mars, Jupiter, & Saturnus ſimul ſunt perigei, omnes ſimul fiunt retrogradi; verum *arcus regreſſus* major eſt in Marte, quam in Jove, major in Jove, quam in Saturno. At Mars citius Jove, Jupiter citius Saturno retrogradus eſſe deſinit.

Planeta ſecundarii.

1198. OBSERVATIO. Inter planetas primarios tres ſolitarii circa ſolem convertuntur, tres alii alios planetas ſecum vehunt, qui *ſecundarii* nuncupantur. Luna ſemper nota fuit, quæ telluris

luris planeta ſecundarius eſt: at poſt inventa dumtaxat teleſcopia Jovis, & Saturni *ſatellites* innotuerunt: horum Jupiter quatuor habet, Saturnus quinque. Hi omnes circa proprium planetam, qui ipſis centrum motus eſt, convertuntur; dum planeta ipſe, qui illos ſecum vehit, periodicam ſuam revolutionem peragit circa ſolem. Ita luna circa tellurem ſui motus centrum duodecim, aut tredecim ſuas revolutiones peragit, dum tellus, quæ illam ſecum vehit, in ecliptica annuam circa ſolem revolutionem perficit. (*fig.* 4)

In magnis æque, ac in parvis, in peculiari unius planetæ ſyſtemate, ac in univerſo mundi planetarii ſyſtemate natura ſibi concors eſt. Quivis planeta primarius ſuis ſatellitibus id ferme eſt, quod ſol planetis primariis.

I. Sicuti ſex planetæ primarii circa ſolem convertuntur temporibus inæqualibus, & ad diſtantias inæquales; ita Jovis, & Saturni ſatellites circa primarios planetas ſuos convertuntur temporibus inæqualibus, & ad diſtantias inæquales. Propinquiores primario breviori tempore revolutiones ſuas perficiunt.

II. Sicuti planetarum primariorum orbitæ ſunt ellipſes, quarum planum per centrum ſolis tranſit, & quarum focus unum omnibus communem occupat centrum ſolis, ita orbitæ ſatellitum Jovis, aut Saturni ſunt ellipſes, quarum peripheriæ aliæ alias amplitudine excedunt, quarum planum per planetæ centrum tranſit, & quarum focum unum omnibus communem occupat centrum planetæ primarii.

III. Sicuti planetæ omnes eadem directione circa ſolem feruntur in orbitis eclipticæ (quæ eſt orbita apparens ſolis) inæqualiter inclinatis; ita ſatellites eadem directione feruntur circa planetam primarium in orbitis orbitæ primarii inæqualiter inclinatis.

IV. Sicuti inter diſtantias medias, & tempora

ra

ra periodica planetarum datur ratio quædam generalis (1267); ita inter diſtantias medias, & tempora periodica ſatellitum cujuſque planetæ ratio quædam datur. Exempli cauſa: quadratum temporis periodici primi ſatellitis Jovis eſt ad quadratum temporis periodici ſecundi; ut cubus diſtantiæ mediæ primi a centro Jovis ad cubum diſtantiæ mediæ ſecundi ab eodem centro.

1199. NOTA. *Primus* planetæ *ſatelles* dicitur, qui centro planetæ proximus: *ſecundus*, qui a primo minus diſtat; atque ita porro. Satellites hi dum circa planetam ſuum convertuntur, quem aliquando occultant, & a quo ſæpius occultantur, a planetæ centro inæqualiter recedunt.

Ex Caillio ſubiicio & eorum maximæ occidentalis, & orientalis digreſſionis menſuram in planetæ primarii diametris, & tempus, quo ad eaſdem partes, puta ad O, digreſſionem redeunt, in hypoteſi, qua a centro ſolis obſervarentur. (*Fig.* 4)

Satellites Jovis.	*Tempora revolutionum* *Dies.*	*Hora.*	*Min.*	*Sec.*	*Maxima eorum digreſſio occident; & orient. in ſemidiamet.*
I.	1.	18.	28.	36.	5 + $\frac{2}{3}$ Jov.
II.	3.	13.	18.	52.	9.
III.	7.	3.	59.	40.	14 + $\frac{1}{3}$
IV.	16.	18.	5.	6.	25 + $\frac{1}{3}$
Saturni.					Saturni.
I.	1.	27.	18.	27.	8 + $\frac{7}{8}$
II.	2.	17.	41.	22.	11 + $\frac{1}{4}$
III.	4.	12.	25.	12.	15
IV.	15.	22.	41.	14.	36
V.	79.	7.	48.	0.	108

Anu-

Anulus Saturni.

1200. OBSERVATIO. Quod in Saturno mirabile eſt, latus anulus eſt A S, quo ambitur: unicus eſt hic in cælo; planeta, aut cometa nullus quid tale exhibet.

Anuli hujus natura nobis prorſus ignota eſt: ſuſpicari poſſemus, eſſe hanc athmoſphæram anularem, zonam ingentem materiæ nubibus noſtris ſimilis, quæ perpetuo ad maximam elevationem circa Saturnum diſuſa nubium inſtar non diſſiparetur.

Anuli hujus figura elliptica eſt: ejus axis primus Saturni orbitæ inclinatus eſt gradibus ferme 30. Anuli hujus axis primus eſt ad Saturni diametrum (1190) ferme ut 9 ad 4: ejus axi ſecundus ſemper varius eſt, modo amplior, modo contractior. Quum Saturnus modo tellurs propinquior ſit, modo ab illa remotior, modo hac modo illa poſitione reſpectu telluris, patet, ejus anulum diverſo aſpectu nobis ſe objici debere.

Cometæ.

1201 OBSERVATIO. Præter ſex planetas primarios, quorum modo circa ſolem revolutiones explicavimus, plærique alii inter ſolem, & ſtellas globi opaci ſunt, qui circa ſolem commune ſuorum motuum centrum periodicas revolutiones faciunt in ellipſibus maxime excentricis, alii ab occidente in orientem, alii ab oriente in occidentem, hi ab auſtro ad boream, alii a borea ad auſtrum. Exempli gratia (*fig.*9).

Dum tellus, & planetæ primarii convertuntur ab occidente in orientem circa ſolem S in zodiaco A B C D A; alii globi opaci circa ipſum ſolem convertuntur ab occidente in orientem, & in conſequentia ſignorum in ellipſi MNOPM,

alii

alii ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum in ellipſi *mnopm*; hi ab auſtro in boream in ellipſi *ghklg*; atque ita de ceteris. Sol S ad ſenſum immobilis in ſpatio infinito ſpatii partem occupat, quæ omnium harum ellipſium cometarum, & planetarum primariorum focus communis eſt; attamen inter aſtra hæc opaca omnia, & errantia diſcrimina magna ſunt.

I. Planetæ omnes circa ſolem convertuntur ab occidente in orientem intra zodiaci fines, quos nunquam excedunt. Contra cometæ periodicas ſuas revolutiones circa eundem ſolem peragunt, alii hac, alii oppoſita directione, in zodiaco, extra zodiacum, alii in conſequentia, alii in antecedentia ſignorum. Cujuſque planetæ orbita definita, & conſtans eſt, eandemque ſemper in cæli ſpatio infinito poſitionem ad ſenſum ſervat: cometarum orbitæ diverſas reſpectu æquatoris poſitiones obtinent.

Inter cometas 43, quorum ſatis exactas obſervationes habemus, & quorum tabulam protulit Caillius anno 1755, 21 ſunt, qui in conſequentia ſignorum procedunt, 22, qui in antecedentia, in orbitis æquatori inæqualiter inclinatis, a gradibus 2 uſque ad 88; quare totum ferme cælum complectuntur. Poſt illos alii plures viſi ſunt partim directi, partim retrogradi.

II. Planetæ perpetuo apparent quum ſupra horizontem ſunt, nec ſolis radiis immerſi: ſive enim perihelii, ſive aphelii (1184) ſatis terræ propinqui ſunt, ut ſub angulo ſenſibili nobis appareant (921), & ſufficientem ad viſionem lucis copiam reflectant. Cometæ contra nobis viſibiles non fiunt, niſi quum prope perihelium, ſive abſidem inferiorem ſunt, ad curvæ ſuæ puncta M, *m*, G, *g*. A perihelio diſtantes, & ad aphelium O, *o*, K, *k* vergentes a ſole plurimum diſtans exigua nimis luce nitent (898), & ſub nimis exiguo angulo optico (918) obii-

ciun-

ciuntur, ut a tellure A B C D A videantur (921).

III. Planetæ in ſuis circa ſolem revolutionibus orbitam parum excentricam deſcribunt (1186): ſive perihelii ſint, ſive aphelii eundem fere caloris gradum ab hoc aſtro obtinent. Contra vero cometæ circa ſolem orbitas M N O P M, *m n o p m* maxime excentricas deſcribunt: in perihelio *g*, aut *m* alii centies, alii millies, alii fortaſſe millies millies ſoli propinquiores ſunt, quam in aphelio K, aut *o*.

IV. Curvæ planetarum omnes aliæ ſupra alias ſunt ordine diſpoſitæ, & planetæ eas deſcribentes nunquam ſibi occurrere, & confligere poſſunt. Contra cometæ curvas deſcribunt, quarum pleræque in planetarum regionem deſcendunt abſcidem inferiorem habentes in *g*, aut *m* inter ſolem, & planetas A B C D A. Auctore enim Maupertuiſio, „ cometæ fere omnes „ accuratius obſervati quum ad has cæli re„ giones advenerunt, multo magis tellure ad „ ſolem acceſſerunt. Fere omnes Saturni orbi„ tam prætergreſſi ſunt, imo Jovis, Mar„ tis, & Telluris". *Maupertuiſius*. *Tomo* III *pag.* 232.

Eorum actio, calor, frigus.

1202. OBSERVATIO. Ex Halleij ſupputationibus cometa anni 1680 ita ſoli proxima tranſiit, ut in ſuo perihelio ſexta tantum ſolaris diametri parte ab ipſo diſtaret, leucis ſcilicet ferme 50000; poſt perihelium vero die 11 novembris ita terreſtri orbitæ proxima tranſiit, ut ab ea ſemidiametrum ſolis, leucas ſcilicet ferme 150000 tantum diſtaret. Hinc duo de cometis animadvertenda ſunt (*Fig.* 9).

I. Si cometa, & planeta velocitate globi bellici centies ſaltem velociores colliderentur, quod

quod omnino ἀπλῶς non eſt, immanium harum maſſarum ictus juxta leges motus in utroque maximas perturbationes efficeret.

Verum veroſimillimum eſt, naturæ auctorem, qui in ordine a ſe ſtatuto ſtabilitatem decrevit, planetarum, & cometarum motus ita diſpoſuiſſe (quod evidenter fieri poteſt), ut in periodica eorum circa ſolem revolutione, nec ſe concurſu diſiicerent, nec nimia proximitate eorum motus perturbaretur. Exempli cauſa, quum cometa anni 1680 ita proximus tranſiit puncto B terreſtris orbitæ, tellus a puncto hoc longe diſtabat, adeoque a cometa nullam paſſa eſt ſenſibilem attractionem, unde aut ejus motus annuus, aut æquatoris poſitio in ecliptica, aut pars ejus ulla immutaretur.

II. Quum multo, ac multo ſoli propinquiores cometæ ſint in perihelio, quam in aphelio; jam immane frigus *in aphelio*, & immenſum calorem *in perihelio* perpeti debere videntur; quo calore eorum ſuperficies ſuccendi etiam poterit ſumma ſolarium radiorum intenſitate: ex Neutoni ſupputatione, quam ex lucis theoria quiſque facile inſtituet (898); cometa anni 1680 in perihelio calorem paſſus eſt vicies octies millies illo majorem, quem tellus æſtate ſubit.

Inde immanis vaporum copia inter cometam, & ſolem elevata *ingentem tractum materiæ fluidæ* efficiet aptæ ſolis lucem reflectere. Eſt hæc veroſimillima lucis illius cauſa, quæ varia intenſitate ſæpius cometas in ſuo perihelio comitatur; & eos modo *barbæ* inſtar præcedit, modo *comæ* inſtar ambit, modo *caudæ* inſtar ſequitur pro diverſa cometæ reſpectu telluris, & ſolis poſitione. Non omnes cometæ talem caudam, aut æque lucidam ſecum vehunt; ſive quod non omnes æque ad ſolem accedunt, ſive quod non omnes materia conſtant æque in vapores attollenda.

Cometarum natura. Aſtrologia judiciaria.

1203. OBSERVATIO. Semper philoſophi fuerunt, qui *cometas eſſe orbes opacos planetis noſtris ſimiles* cenſuerunt. Ita veteres Chaldæi ſenſerunt, ita Pytagorici, aliique plures, ut Apollonius Myndius, Hypocrates Chius, Eſchilus, Diogenes, Democritus, Seneca. Hoc præterea Senecæ laudi tribuendum eſt, quod nemo veterum tanta ſublimitate, ac philoſophica doctrina, quanta ipſe, de cometis diſſeruerit. Quæſtionum naturalium libro ſexto ita de cometis loquitur, ut Caillius, Lalandius, Maupertuiſius, Buffonins loquerentur.

At vero hæc apud homines eſt veritatis conditio, ut priuſquam admittatur diutius reijciatur, & impugnetur. Ariſtoteles, cometas eſſe cenſuit *meteora fortuita, & evaneſcentia*. Vicit Ariſtotelis ſententia, quæ a Ptolemæo, a Baccone, a Galilæo, a Tychone Brahe, a Keplero, a Ricciolio, ab Hirio recepta ad poſtrema hæc uſque tempora invaluit.

Vix ſæculum eſt, quum vetus opinio iterum admitti cœpit; nec niſi ineunte anno 1759 opinio hæc demonſtratione vera probata fuit. Antea cometæ cum Ariſtotele credebantur *meteora malefica* ignea, aut lucida tenuiſſimis vaporibus, & exhalationibus in ſumma athmoſphæra coaleſcentia: quæ poſtquam ibi aliquandiu fermenteſcentia ſplenduerint, diſſiparentur, & in orbem noſtrum venefica eorum principia depluerent. Inde, juxta illorum temporum præjudicia, bella, peſtes, intemperies, urbium, & agrorum vaſtationes, fames, aliaque flagella, quibus orbis ante, & poſt funeſta ea phænomena vexabatur.

Inde fortaſſe orta quoque *aſtrologia judiciaria*, ineptum humanæ mentis delirium, quæ virtutes, vitia, vitam, mortem, hominum felici-

licitatem, & infortunia corporum cæleſtium influxui tribuebat; qui influxus beneficus, aut maleficus eſſet pro diverſa aſtrorum poſitione, quo momento quis naſceretur. At præjudicia, & fatuitas tandem ceſſant, veritas æterna eſt. Modo non philoſophi tantum, ſed vulgus ipſum nullo metu aſtra, & cometas ipſos aſpicit; neque jam quidpiam beneficum, aut maleficum in terram influunt: exiguam tantum partem ſolaris lucis reflectunt æque puræ, ac illa ſit, quam rupes, & ſpecula ad nos remittunt.

1204. ASSERTIO. *Cometæ, ut tellus, & planetæ primarii, ſunt globi opaci mundo coævi, qui periodicas ſuas circa ſolem ſui motus centrum revolutiones peragunt innocui: a tellure viſibiles quum illi proximi ſunt, inviſibiles quum ab illa immenſum recedunt: iiſdem virium centralium legibus quibus planetæ ceteri, obſequentes, & in ſpatiis cæleſtibus procedentes in curvis inæqualiter excentricis, quarum planum per centrum ſolis tranſit in uno earum foco ſiti.* (*Fig. 9*).

DEMONSTRATIO. Cometæ non meteora fortuita, & evaneſcentia ſunt, ſed corpora permanentia natura, & origine planetis ſimilia, ſi ita in cælo apparent, ut eorum loco planetæ apparerent; ſi motus habent æque, ac planetæ periodicos, & regulares. Atqui aſtronomicis obſervationibus rem ita eſſe conſtat.

I. Planetarum motus circa ſolem in tota revolutione non eſt uniformis: in perihelio citiſſimus eſt, inde ad aphelium decreſcit; hinc uſque ad perihelium augetur.

Cometæ quoque quum ad perihelium diriguntur, longe adhuc diſtantes admodum exigui apparent, obſcuri, figura irregulari, motu lento. Inde magnitudine, luce, velocitate creſcunt uſque ad perihelium. Inde abeuntes ſucceſſive magnitudine, luce, velocitate decreſcunt ferme, ut antea creverant; tandem in curvæ par-

te magis a nobis remota evaneſcunt ; ut ſupra explicavimus (1201).

II. Planetæ primarii ſinguli certo, ac definito tempore revolutionem periodicam complent circa ſolem , a dato puncto ad idem punctum redeuntes, puta perihelii, ad idem perihelii punctum . At ad hoc tempus rite definiendum pluribus accuratis obſervationibus opus fuit (1178).

Idem in cometis contingit. Certo , ac conſtanti temporis intervallo a perihelio ad perihelium redeunt: non eodem tamen omnes. At hoc tempus in duobus, aut tribus accurate obſervatis definitum, nondum in aliis obſervatione definiri potuit.

Tempora periodica Cometarum.

1205. OBSERVATIO . Parum in cometis aſtronomia profecit propterea quia annis bis mille meteora reputati fuerunt , quæ in ſumma athmoſphæra exaltata irregulari , nec obſervatione digno motu cierentur. Quum jam a ſæculo planetis ſimiles haberi cœperint , ſummo ſtudio eorum motus obſervati fuerunt; unde demonſtratum fuit, eſſe illos orbes opacos circa ſolem motu regulari revolutos.

Duorum tantum cometarum tempus periodicum hactenus ſatis accurate innotuit , quorum alter anno 1759, alter anno 1680 poſtrema vice apparuit (*fig.* 9).

I. Cometa anni 1759 obſervatus fuerat annis 1531, 1607, 1682. Celebris Hallejus, qui ſummo ſtudio cometam hunc obſervaverat anno 1682 Neutoni theoriam virium centralium corporum in curvis ellipticis ſequutus , auſus eſt annos ultra 70 ante eventum cometæ hujus reditum prædicere anno 1757, vel 1758.

Clairautius magis accurata methodo, & ſupputatione cometæ hujus reditum prædixit pro anno

anno 1758, vel 1759 ineunte. Prædictionem eventus probavit: cometa hic Pariſiis viſus fuit die 21 Januarii anno 1759 in ea cæli regione, in qua expectabatur: ejus periodus eſt annorum ferme 76. Hoc reditu, qui in aſtronomia epocha erit, Ariſtotelis de cometis ſententia penitus everſa fuit, & oppoſita demonſtrata.

II. Alter cometa obſervatus fuit exeunte anno 1680. Ingenti magnitudine viſus fuit; ſive quod talis eſſet, ſive quod terræ, & ſoli proximus tranſierit (1202). Varia ab hiſtoria colligendo magna veriſimilitudine illatum fuit, eundem eſſe, qui annis 1106, 531, & in morte Cæſaris apparuit. Quare ejus tempus periodicum hiſce quatuor apparitionibus indicatum erit annorum ferme 575.

III. Venturis ætatibus tempus quoque periodicum cæterorum cometarum viſibilium innoteſcet, accurate eorum apparitiones, ſemitam, & perihelium adnotando. Intervallum inter perihelia eorum *tempora periodica* definit; tranſitus vero per perihelium a maxima eorum vera velocitate indicatur.

IV. Suſpicatus quoque eſt Hallejus, cometas annorum 1661, & 1532 unicum eſſe, cujus periodus eſſe annorum 129. Ita ſuſpicandi ratio eſt, quia cometæ annorum 1661, & 1532 eandem ferme ſemitam ſequuti ſunt, & motus ſymptomata fere eadem habuerunt. Hinc ſane cometarum identitas ſtatui poſſet, ſi rudibus illorum temporum obſervationibus fides haberi poſſet; neque enim veroſimile eſt, cometas duos eandem ipſam in cælo viam tenere, eademque lucis, magnitudinis, motus phænomena exhibere.

Hoc anno 1772 cometæ jam 52 directi, aut retrogradi aliquatenus obſervati fuerunt: de his adhuc alibi (1339).

V. Mirabuntur fortaſſe aliquando poſteri, poſt Hallcii prædictiones eventu comprobatas philo-

ſophos adhuc eſſe, qui Ariſtotelis de cometis ſententiam tueantur. Injuria poſteri mirabuntur. Sciant illi, ſemper eſſe, qui perperam ſentiant, & qui in prava ſententia pertinaces in apertiſſimas veritates conjurent.

Cometarum velocitas.

1206. OBSERVATIO. In cometis vera velocitas ab apparente diſtinguenda eſt (*fig.* 9).

I. *Vera cometa velocitas* eſt ſpatium curvæ percurſum, per tempus in eo percurrendo inſumptum diviſum. Percurrat, exempli gratia, cometa M die uno ſpatium M *v*, vel M *x* in curva MNOPM: arcus hic erit menſura velocitatis multo, ac multo majoris in perihelio, quam in aphelio.

II. *Apparens cometa velocitas* eſt arcus firmamenti, quem dato tempore e terra viſus percurrere videtur. Sit, exempli cauſa, terra A, cometa M: videbitur in cælo cometa in F.

Moveantur eadem directione terra, & cometa, & percurrat hic die uno arcum M *x*, illa arcum A *a*: cometa videbitur in I, & apparebit in cælo percurriſſe arcum F I. At ſi cometa directione telluri oppoſita uno die pergit ab M in *v*, dum tellus eodem tempore pergit ab A in *a*; cometa expleto die apparebit in E, & immenſum arcum F E percurriſſe videbitur, etſi tantum re ipſa arcum M *v*, vel M *x* percurrerit.

Hinc apparet, cometas, more planetarum, eſſe poſſe directos, ſtationarios, retrogrados (1183): etſi inæquali motu ſemper eadem directione circa ſolem procedant.

De planetis, & cometis conjectura.

1207. OBSERVATIO. „ Tellus planetarum „ nobis notiſſimus, inquit celebris Mapertui-„ ſius,

„ ſius, facile nobis ſuadere poteſt, ceteros, qui „ ejuſdem naturæ eſſe videntur, non eſſe globos deſertos in cælo ſuſpenſos, ſed, ut ipſam, „ viventes incolas habere. Auctores aliqui conjecturas *de planetarum incolis* protulerunt, „ quas nec probare licet, nec refellere. Nihil „ tamen præterea probabilitate aliqua fretum „ dici poteſt, quoties dictum ſit, immania hæc „ planetarum corpora (1190), quum tot habeant telluri communia, etiam incolas, ut „ ipſam, habere poſſe. De horum incolarum „ natura nihil, niſi temere, proferri poteſt. Si „ tot varietates in telluris incolis apparent „ (537); quid de planetarum adeo a nobis remotorum incolis dicemus? Fortaſſe eorum varietates ne cogitatione quidem aſſequi poſſumus ".

I. Fruſtra philoſophicæ huic conjecturæ religio objicietur: nihil de his incolis, neque contra ipſos religio docet. Si cometæ, aut planetæ incolas habent *entia intelligentia* aliqua ratione nobis ſimilia; Deus providus, ſapiens, & ſemper ſibi concors rerum ordinem illi decreverit ad ſuum finem conſequendum opportunum, ſive noſtro ſimilem, ſive diverſum. Quod ad divinum Meſſiam omnis gratiæ, & meriti fontem ſpectat; vel illi incolæ redemptore non indiguerunt, vel ea ratione, qua divinæ Sapientiæ placuit, ejus merita illi quoque applicata fuerunt.

II. At neque ratio contra planeticolas quidpiam habet: imo hinc Dei creatoris opera magis analoga apparent, atque ita natura univerſa viventibus frequens ea inutilitatis ſpecie exuitur, a qua prorſus abhorrere videtur. Si planetæ, & cometæ incolas habent, ut tellus, alios ratione donatos, alios deſtitutos, natura illis corporis habitum domicilio analogum impertita eſt: mercurii incolæ majori calore indigebunt: Saturni incolæ majori frigore: co-

metarum incolæ ita comparati erunt, ut a torrido perihelii calore, ad aſperrimum aphelii frigus ſenſim ſine ſenſu tranſire poſſint, ea ferme ratione, qua nos ſine detrimento a ſummis æſtatis caloribus ad maximum hyemis frigus tranſimus; ita tamen, ut eorum membra violentioribus caloris, & frigoris gradibus reſiſtant, quam quos ferre nos poſſimus.

III. Mens obſtupeſcit *terridos calores* conſiderans, quos mercurii incolæ perferrent, & quorundam præſertim cometarum, qui in perihelio mercurio ſoli multo propinquiores ſunt. Neutono auctore, cometa anni 1680 in perihelio calorem pertulit ferri candentis calore fere bis millies majorem.

At Neutonus ſupponit, ſolem nullo obſtaculo in nudum cometam agere: fortaſſe non ita erit. Nam præter probabilitatem eſt, immenſam vaporum copiam nubium inſtar denſiſſimarum ſupra cometam exaltatam, a quibus veroſimiliter id eſt, quod nos cometæ caudam dicimus, illum a torrido ſolis ardore protegere? Si nubes, quæ æſtate terras aliquando obtegunt, frigus in aere efficiunt aptum aquam in gelu conſtringere (794) citius aſperrimis hyemis frigoribus; quare immenſæ hæ nubes cometarum in perihelio ſimile phænomenon in illis non pariant?

Ceterum quum ad quandam telluris profunditatem eadem ſemper temperies ſit (301); quare in intimis cometarum viſceribus idem non contingat? In hac hypotheſi cometarum incolæ in abditis cavernis deliteſcerent, ut ſuperficiei ardorem effugerent paucis iis diebus, aut menſibus, quibus celerrimus eorum globus nimium ſoli propinquus eſt.

§. IV.

§. IV.

PARALLAXIS, ET REFRACTIO ASTRONOMICA.

1208. OBSERVATIO. Quum tellus motuum omnium cæleſtium centrum eſſe videatur, hos motus ut a tellure immobili viſos conſiderabimus. Duas oppoſitas *opticas illuſiones* parallaxis, & refractio pariunt in cæleſtibus motibus, quos noſſe oportet, ut in obſervationibus ſupputentur.

CAPUT PRIMUM.

ASTRORUM PARALLAXIS.

1209. EXPLICATIO. Sit A tellus immota, & diaphana in ſenſibili centro firmamenti: A K radius terreſtris: A, & K obſervatores duo eodem tempore aſtrum aliquod, puta lunam, aut Solem, aut Martem, aut Saturnum conſpicientes: H A G horizon rationalis obſervatoris K: P K O horizon ejuſdem ſenſibilis, (*Fig.* 12).

I. Sit L M L orbita lunæ circa tellurem. Luna in L in duobus diverſis cæli locis ab obſervatoribus A, & K videbitur. Viſa a telluris centro A, congruet in cælo ſtellæ T: viſa a puncto K, congruet in cælo ſtellæ R. Angulus R L T, ſive illi æqualis K L A eſt *lunæ parallaxis*.

II. Sit S P F ecliptica, ſive orbita apparens ſolis. Sol in S poſitus ipſe quoque in duobus

diverſis locis videbitur ab obſervatoribus A, & K: Viſus a terræ centro A, congruet in cælo puncto *a*: viſus a puncto K, congruet in cælo puncto *k*. Angulus *a* S *k*, aut illi æqualis A S K eſt *ſolis parallaxis*.

III. Sit F P S orbita planetæ, puta Veneris, aut Jovis. Jupiter in F ſitus in duobus diverſis cæli locis adhuc videbitur ab obſervatoribus A, K; a centro terræ viſus referetur ad punctum T: a puncto K viſus referetur ad V. Angulus V F T, ſive æqualis A F K eſt *planetæ parallaxis*.

Parallaxis ex etymologia eſt mutatio loci; ab ἀλλωατι, *mutatio*, & παρὰ præpoſitione diminuente. Parallaxis aſtri: *aſpectus aſtri in loco non vero*.

Diverſa aſtri loca.

1210. DEFINITIO. In aſtro, puta in luna, in ſole, in planeta quovis, in cometa perigeo, tria diverſa loca diſtinguenda ſunt (*Fig.* 12).

I. Ejus *locus verus*. Eſt hic ſpatii punctum, ubi re ipſa aſtrum eſt quum obſervatur. Exempli gratia, L eſt locus verus lunæ, S ſolis, F cometæ, aut planetæ F.

II. Ejus *locus opticus verus*. Eſt hic punctum firmamenti, in quo aſtrum a terræ centro videretur in recta ab hoc centro per aſtri centrum ad firmamentum ducta. Punctum T eſt locus verus opticus lunæ L: punctum *a* locus verus opticus ſolis S.

III. Ejus *locus opticus apparens*: eſt hic punctum firmamenti, in quo aſtrum a terræ ſuperficie videtur. Punctum R eſt locus opticus apparens lunæ L a puncto K viſæ: punctum *k* eſt locus opticus apparens ſolis a puncto K viſi: punctum V eſt locus apparens planetæ, aut com... F a puncto K viſi.

Ar-

Arcus loco optico vero, & apparente interceptus anguli parallactici, ſive parallaxeos aſtri quantitatem metitur.

COROLLARIA.

1211. COROLLARIUM I. Ex dictis ſequitur, *aſtri parallaxim eſſe angulum ad aſtrum effectum a rectis duabus, altera a centro aſtri ad centrum terræ, altera a centro aſtri ad oculum ſpectatoris ducta*; ſive *angulum huic ad verticem oppoſitum, effectum a lineis hiſce ad firmamentum productis*. Anguli hujus menſura eſt arcus circuli maximi cæleſtis duobus locis opticis incluſus, in quibus aſtrum a terræ centro, & a ſpectatore in terræ ſuperficie videretur.

1212. COROLLARIUM II. *Quo magis aſtrum a terra diſtat, eo ceteris paribus, minor eſt ejus parallaxis.* In triangulo enim KLA, vel KFA, latere AK eodem permanente, angulus huic lateri oppoſitus eo minor fit, quo reliqua duo latera majora fiunt. (*Fig.* 12)

1213. COROLLARIUM III. *Stellæ nullam ſenſibilem parallaxim habebunt.* Quum enim terræ radius AK lateribus a ſtella ad terræ centrum, & ſuperficiem ductis comparatus veluti nullus ſit, angulus lateri huic AK oppoſitus, ad diſtantiam veluti infinitam (1163, IV.) ad ſenſum nullus erit. Quare ſi ſtella F ita a terra diſtet, in triangulo parallactico AFK angulus KFA, vel VFT erit veluti infiniteſimus, adeoque ad ſenſum nullus (921); latera vero AF, KF hujus trianguli erunt ad ſenſum parallela.

1214. NOTA. I. Planum trianguli parallactici LKA, SKA, FAK ſemper ſpectatoris horizonti eſt perpendiculare; latus enim AK cum zenith, & nadir obſervatoris concurrit. Planum ergo trianguli parallactici ſemper eſt in plano circuli verticalis. (*Fig.* 12)

II. Paralaxis effectus eſt aſtrum a zenith removere, & horizonti propinquiorem facere. Exempli cauſa, verus locus opticus lunæ L eſt punctum T verticalis Z T H: parallaxis illam exhibet in R magis a zenith Z diſtantem, & horizonti H A G propinquiorem. Pari modo verus locus opticus ſolis eſt punctum *a*: parallaxis illum exhibet in K.

III. Aſtrum in zenith ſpectatoris nullam habet parallaxim: viſum enim a punctis K, & A, ſemper puncto Z ejus vero loco optico congruit.

Variatio parallaxeos.

1215. ASSERTIO. *Poſita eadem aſtri a terra centro diſtantia, ejus parallaxis maxima eſt in horizonte: imminuitur vero ab horizonte ad zenith in ratione ſinuum angulorum complementi altitudinum.* (Fig. 13)

EXPLICATIO. Sit A C terræ radius: C V horizon rationalis: A H horizon ſenſibilis cum rationali in cælo congruens: A obſervator: Z ejus zenith: Z V verticalis a zenith ad punctum ortus aſtri in horizonte ductus, & cum aſtro terram ambiens; H I K orbita aſtri obſervandi, qui veram, aut apparentem circa terram revolutionem ſuam diurnam facere ſupponitur ab oriente in occidentem in plano hujus verticalis Z V. Obſervationibus aſtronomicis, & ex geometria conſtat,

I. Aſtri parallaxim maximam eſſe quum aſtrum eſt in horizonte in H: eam vero magis, magiſque imminui, quo magis aſtrum attollitur ab H in I, K, L, Z, zenith, ubi nulla eſt.

II. Parallaxim hanc decreſcentem eſſe in H, ut X C, vel H C ſinum anguli recti H A C; in I, ut I M ſinum anguli ICZ; in K, ut KN ſinum anguli K C Z. Quare ſi anguli A H C, vel *a* H *c*, qui parallaxim horizontalem metitur,

quan-

quantitas ſupponatur partium 100000, ut ſinus totus (*Math.* 646); invenietur parallaxis aſtri ab horizonte ad zenith aſcendentis, comparando ſinui toti ſinum complementi altitudinis.

Exempli cauſa: inveniemus, aſtrum ad gradus 60 ſupra horizontem elevatum in K parallaxim habere dimidiam horizontalis in H; ejus enim parallaxis in H eſt ut ſinus totus XC = 100000; in K vero eſt ut ſinus KN anguli KCZ graduum 30 = 50000.

Quum aſſertio hæc unum ſit ex aſtronomiæ, & phyſicæ fundamentis, operæ pretium eſt illam geometrice demonſtrare. Hæc omittat, qui nimis ardua ſibi eſſe noverit; quamvis ſimpliciſſimam ſinuum, & proportionum theoriam in noſtris matheſeos elementis traditam tantum ſupponant.

DEMONSTRATIO. Notum jam eſt, triangulorum latera eſſe inter ſe ut ſinus angulorum illis oppoſitorum (*Math.* 701). Age vero tria triangula HCA, ICA, KCA invicem comparemus, quæ omnia duo habent latera æqualia, & diverſas exhibent aſtri poſitiones reſpectu zenith & horizontis ſpectatoris in A poſiti.

In triangulo HCA ad aſtrum in horizonte terminato ſinus anguli recti HAC eſt ad ſinum anguli AHC horizontalis parallaxeos menſuram; ut latus CH diſtantiæ aſtri a terrá menſura, ad latus CA terræ radium.

In triangulo quoque ICA ad aſtrum ſupra horizontem terminato ſinus anguli obtuſi IAC eſt ad ſinum anguli AIC parallaxeos aſtri ſupra horizontem menſuram; ut latus IC = HC ad latus CA. Duas jam habemus proportiones invicem comparandas.

Sin. HAC : Sin. AHC :: lat. CH : lat. CA

Sin. IAC : Sin. AIC :: lat. CI = CH : lat. CA

Quum in ambobus poſtrema ratio eadem ſit, primæ duæ rationes erunt æquales. Hinc altera proportio (*Math.* 166):

Sin.

Sin. HAC : Sin. AHC :: Sin. IAC : Sin. AIC

Et alternando,

Sin. AHC : Sin. AIC :: Sin. HAC: Sin. IAC

Ex hac analogia ſinus anguli AHC parallaxeos horizontalis menſura, eſt ad ſinum anguli AIC, parallaxeos ſupra horizontem menſuram; ut ſinus anguli recti HAC ad ſinum anguli obtuſi IAC. At ſinus anguli recti eſt omnium maximus (*Math.* 643): ergo parallaxis horizontalis per ſinum totum CX=CH expreſſa major eſt parallaxi ſupra horizontem a ſinu IM ſinu toto CX minore expreſſa.

II. Modo triangulum ICA ad aſtrum ſupra horizontem terminatum cum triangulo KCA ad aſtrum adhuc altius terminatum comparemus, eadem permanente aſtri a terræ centro diſtantia. Eodem modo duas habebimus analogias, unde duabus aliis deductis demonſtratio conſequetur.

Sin. IAC : Sin. AIC :: lat. IC : lat. CA

Sin. KAC : Sin. AKC :: lat. KC = IC : lat. CA

Sin. IAC : Sin. AIC :: Sin. KAC : Sin. AKC

Et alternando.

Sin. AIC : Sin. AKC :: Sin. IAC : Sin. KAC

Ex hac analogia Sinus anguli AIC menſura parallaxeos in I eſt ad ſinum anguli AKC menſuram parallaxeos in K; ut ſinus anguli IAC ad ſinum anguli KAC. At ſinus anguli obtuſi KAC idem eſt cum ſinu anguli acuti ICZ complementi primæ altitudinis I; & ſinus anguli obtuſi KAC idem eſt cum ſinu anguli acuti KCZ complementi alterius altitudinis K. Ergo aſtri parallaxes ad varias altitudines æque ſemper a terra diſtantis ſunt ut ſinus IM, KN angulorum ICZ, KCZ, qui complementa ſunt altitudinis aſtri ad zenith. Q. E. D.

1216. COROLLARIUM. *Data aſtri parallaxi ad quamvis altitudinem facile parallaxis horizontis habebitur.* (*Fig.* 13)

Parallaxis enim data ad quamvis altitudinem K eſt ad parallaxim in horizonte H, ut ſinus

KN

K N ad ſinum totum. Supponamus, exempli cauſa, aſtrum ad gradum 53 elevatum dum ejus parallaxis obſervatur; ſitque hæc ſecundorum 17: quænam erit parallaxis horizontalis? invenietur hac analogia: parallaxis ad gradus $53 = 17''$ ad parallaxim horizontalem; ut ſinus anguli complementi graduum 37 ad ſinum totum. In numeris

$17 : x :: 60182 : 100000$.

Diviſo extremorum producto 1700000 per medium 60182, erit quotiens $28 + \frac{1}{4}$: adeoque aſtri parallaxis horizontalis erit $28''$, & ferme $15'''$.

1217. NOTA. Quum aſtri parallaxis accurate quæritur, ea ad magnam altitudinem quærenda eſt ad refractionis incommoda vitanda, quæ prope horizontem nimia eſt; ut mox dicemus.

Aſtri ad quamvis altitudinem parallaxi inventa, ubi horizonti minor eſt, calculo horizontalis accurate invenitur; quæ quum major ſit, aptior eſt ad accuratam exhibendam aſtri a tellure diſtantiam, ut mox explicabimus.

Parallaxis lunæ, & ſolis.

1218. PROBLEMA. *Aſtri parallaxim, puta lunæ, & ſolis, invenire.* (*Fig.* 13)

SOLUTIO. Ad faciliorem opportuni hujus problematis ſolutionem ſupponamus obſervatorem A in plano æquatoris; & aſtrum diurnam revolutionem veram, aut apparentem facere in orbita X H I K L poſita in plano æquatoris, cujus portio ſit Z V X C: aſtri hujus parallaxim in I obſervabimus.

I. Accuratiſſime ſcire oportet quot horis, minutis, ſecundis, tertiis aſtrum bis ad meridianum Z L C appellit, ſive reſolutionem diurnam complet a momento, quo ejus centrum in meridiano eſt, uſque ad reditum. Sit tempus hoc omnino horarum 24.

Quum

Quum motus aſtri diurnus ſit ad ſenſum uniformis, jam ſex horis aſtrum ad horizontem deſcendet, ſex aliis ab horizonte ad nadir, ſive ad meridianum inferiorem, ſex aliis ab hoc ad horizontem, & ſex aliis tandem ad ſuperiorem meridianum redibit in L. Si in revolutione horas impendat ſupra 24; adhuc revolutio hæc complet cæleſtis circuli, quem aſtrum a terræ centro viſum percurrit, gradus 360. Semper itaque inveniemus quo ipſo momento temporis eſſe debeat in puncto illo, in quo obſervatur.

II. Supponamus, calculo nos inveniſſe, quo momento aſtrum obſervatur in I, ejus centrum eſſe debere in puncto *n* gradibus 50 a zenith Z diſtante; hoc vero aſtri centrum viſum a puncto A apparere in puncto *m* ſecundis 10 magis a zenith Z diſtante: angulus *m*I*n*, ſive illi ad verticem oppoſitus A I C erit aſtri parallaxis in I ſecundorum 10; ex hac vero major horizontalis H X invenietur. (12.6)

Hac methodo, aut ſimili ſolis, lunæ, planetarum, cometarum periheliorum, & perigeorum parallaxis invenietur. Solis, & lunæ parallaxis horizontalis eadem fere ſemper eſt; neque enim ſol, & luna plurimum terræ in perigeo propinquiores ſunt, quam in apogeo. At non ita eſt, in planetarum parallaxi horizontali, qui in perigeo multo propinquiores telluri ſunt, quam in apogeo: eorum ibi, quam hic multo major eſt. (1212)

III. Quum refractio aſtronomica parallaxis effectum imminuat, & minorem exhibeat, quam re ipſa ſit, ut mox dicemus; imminutio hæc conſideranda eſt, & inventæ parallaxi *m*I*n* id addendum, quod refractio demet in altitudine IM (1231). Exempli cauſa: ſi aſtrum in I obſervatur ad altitudinem graduum 43, vel 44: in tabula refractionum invenietur ejus parallaxis *m*I*n* imminuta ferme uno ſecundo: quare ſi parallaxis inventa ſit ſecundorum 10, erit re ipſa ſecundorum 11.

1219.

1219. NOTA. Ad aſtri parallaxim inveniendam non eſt neceſſe, aſtrum, & obſervatorem eſſe in plano æquatoris, ut ad facilem problematis ſolutionem ſuppoſuimus. Ubique aſtri in quavis latitudine parallaxis obtineri poteſt methodis magis compoſitis, quas tradere omittemus. Satis ſit oſtendiſſe, parallaxim inveniri poſſe, qua aſtrorum a tellure, & a ſole diſtantia definitur.

I Juxta ephemerides (*Connoiſſance des temps*) anni 1770, *parallaxis horizontalis lunæ* in diſtantiis mediis erat Pariſiis minutorum 47, 3'.

II. Caillio *parallaxis horizontalis ſolis* in diſtantiis mediis eſt ſecundorum 10, aut 11: aſtronomi aliqui Caillio antiquiores alii paulo majorem, alii paulo minorem ſtatuunt. In tam difficili, & complicata obſervatione rem accuratiſſime definire non licet.

Poſtremis hiſce temporibus aſtronomi plures a regibus in omnes mundi partes miſſi ſunt ad *Veneris ſupra ſolem tranſitum* obſervandum, & ad ſolis parallaxim quam fieri poſſit accurate definiendam. Ex his obſervationibus, auctore Lalandio, *parallaxis horizontalis ſolis* in ejus media a tellure diſtantia eſt ferme ſecundorum 8, 30'', ad ſummum 8'', 42'''.

Quare definitum cenſeri poteſt, horizontalem ſolis parallaxim in diſtantia media a tellure neque majorem eſſe ſecundis 10, neque minorem 8'', 30'''. In ſecundo ſequenti problemate innoteſcit, quæ nam ex hac parallaxi ſequatur ſolis a terra diſtantia. Ad duo ſequentia problemata ſolvenda methodum a nobis inventam uſurpabimus, cujus explicationem, & demonſtrationem in noſtris matheſeos elementis invenies. (*Math.* 709, 718)

Uſus parallaxeos.

1220. PROBLEMA I. *Dato terreſtri radio, & ho-*

& horizontali lunæ parallaxi, ejus a centro terra diſtantiam invenire. (*Fig.* 13)

SOLUTIO. Sit lunæ centrum H in ipſo horizonte; & angulus *c* H *a*, vel A H C, cujus eſt arcus cæleſtis *a c* menſura, ſit 57′, 3″. Sit quoque radius terreſtris datus A C hexapedarum ferme 3269985, ut ferme in Gallia eſt, ut alibi oſtendemus. (1377)

I. In triangulo parallactico H A C notus eſt angulus A rectus: centrum enim lunæ in horizonte ſupponitur: notus eſt quoque angulus H datæ parallaxeos: tandem notum eſt latus AC, radius terreſtris hexapedarum 3269985. Innoteſcent ergo tria trianguli latera, adeoque latus C H, diſtantiæ lunæ a tellure menſura, hac analogia: ſinus notus anguli H ad latus oppoſitum, & notum A C; ut ſinus notus anguli recti A ad latus oppoſitum, & ignotum C H. (*Math.* 702)

II. Ut rem arithmetice exhibeamus, duo zero cuique ſinui addenda ſunt, ut in mathematicis docuimus (*Math.* 717). Quare ſinus totus erit 1000000000: ſinus unius minuti 290900: ſinus unius ſecundi 4848.

Sinui minutorum 57 = 16579900 addo ſinum trium ſecundorum = 14545: hi in ſummam collecti dant ſinum anguli H; unde analogia:

16594445 : 3269985 :: 1000000000 : *x*

Diviſo producto mediorum per primum terminum, habetur quotiens 197,053,050 exprimens in hexapedis latus C H, ſeu diſtantiam mediam lunæ a centro terræ.

COROLLARIUM. *Diſtantia hæc media lunæ* a centro terræ ex hoc calculo eſt hexapedarum 197053050, quæ ſunt leucæ ferme 86162 æquales *mediis terræ radiis ferme* 60 + ¼.

Brevior, & facilior erit calculus ſi terreſtris radius non in hexapedis, ſed in leucis ſumatur, quarum continet 1430. Tunc erit analogia:

16594445 : 1430 :: 1000000000 : *x*.

Di-

Diviſo mediorum producto per primum terminum, quotiens in communibus leucis exprimet mediam centrorum telluris, & lunæ diſtantiam: in data parallaxi ſiquidem ſupponitur luna in media a tellure diſtantia.

Sumpto radio in hexapedis res eſt tantum aliquantulum accuratior, quod ſane minimi momenti eſt.

NOTA. Linea AH horizontem ſenſibilem refert, ut CV rationalem. Hi horizontes in cælo V congruunt, & promiſcue ſumi poſſunt.

Si tamen velis lunam, aut ſolem in X in horizonte rationali, tunc anglus V X *r* erit angulus parallaxeos datæ; & in triangulo parallactico X A C innoteſcet angulus datus X, angulus C rectus, & latus A C, radius terreſtris; His tribus notis invenietur latus A X, diſtantia obſervatoris A ab aſtro X in horizonte rationali ad ſenſum æqualis diſtantiæ C X ita, ut alterutra ſine ſenſibilis erroris metu promiſcue ſumi poſſit. Hæc, ut patet, & præcedens, & ſequens problema reſpiciunt.

1221. PROBLEMA II. *Dato radio terreſtri, & horizontali parallaxi ſolis, ejus a tellure diſtantiam invenire.* (*Fig.* 13)

SOLUTIO. Sit ſolis centrum H in ipſo horizonte, ubi ſemel eſt quotidie, & modo eſſe ſupponitur. Sit angulus parallacticus *c* H *a*, vel C H A ſecundorum 10 (1219). Problematis ſolutio eadem eſt, quæ præcedentis: tantum ſinus parallaxeos ſolis ſinui parallaxeos lunæ eſt ſubſtituendus.

I. Ponamus primo ſolis parallaxin $= 10''$. Ad habendum ſinum hujus anguli parallactici cape ſinum $10''$ (*Math.* 717). Habebis ergo in triangulo A H C analogiam (*Math.* 702); ſinus notus anguli H ad latus oppoſitum, & notum A C; ut ſinus notus anguli recti A ad latus oppoſitum, & ignotum C H. Arithmetice, $48483 : 3279985 :: 10000000000 : x$.

Di-

Diviſo mediorum producto per primum terminum, dabit quotiens in hexapedis latus CH, ſeu mediam ſolis a tellure diſtantiam: ſupponitur enim ſol in hac media diſtantia.

Eſt *media hac ſolis a tellure diſtantia* ex calculo hexapedarum ferme 67, 464, 573, 355; ſeu leucarum communium ferme 29, 499, 157.

II. Poſita ſolis parallaxi 10″, 30‴, erit angulus H = 10″, 30″; cujus ſinus erit 48483 + 2424 = 50907 (*Math.* 717). Ex ſequenti analogia; 50907 : 3269985 :: 1000000000 : *x*, habebis latus C H hexapedarum 64, 234, 486, 416, quæ dant leucas communes ferme 28, 086, 789.

Hinc apparet quanti ſit accuratam ſolis parallaxim habere: nam dimidium ſecundum additum, aut demptum in hac parallaxi diverſitatem infert leucarum quindecies centies millium, & ultra in telluris a ſole diſtantia.

III. Ponamus modo, parallaxin horizontalem = 8″, 30‴, habebimus angulum H = 8″, 30‴, cujus ſinus eſt 38787 + 2424 = 41211 (*Math.* 717). In triangulo parallactico A C H habebitur analogia; ſinus notus anguli H eſt ad latus oppoſitum notum A C; ut ſinus notus anguli recti A eſt ad latus oppoſitum, & ignotum C H (*Math.* 702); & arithmetice,

41211 : 3269985 :: 1000000000 : *x*. Mediorum producto per primum terminum diviſo emerget quotiens exprimens in hexapedis latus CH, ſeu mediam telluris a ſole diſtantiam: in data enim parallaxi ſol ad hanc mediam diſtantiam ſupponitur. Hoc calculo *media ſolis a tellure diſtantia* eſt hexapedarum 79, 347, 382, 903, ſive leucarum communium 34, 694, 964.

COROLLARIUM. Diſtantia media telluris a ſole eſt ſaltem leucarum 28, 186, 789; ad ſummum leucarum 34, 694, 903; & ſumpta parallaxi 10″, erit leucarum 29, 499, 157. Poſſunt tres hæ menſuræ ad eundem leucarum numerum redigi, quæ ſingulæ inæquali hexapedarum

rum numero conſtare ſupponentur. Ponamus mediam hanc ſolis a tellure diſtantiam leucarum 30000000.

Poſita parallaxi 10″, 30‴, quæ nimia eſt, diſtantia media leucas continebit 30000000, quarum ſingulæ conſtabunt hexapedis 2140.

Poſita parallaxi 10′, diſtantia hæc leucarum 30000000, leucas habebit conſtantes hexapedis 2250.

Poſita parallaxi 8″, 30‴, leucis illa 30000000 conſtabit ſingulis hexapedarum 2645.

Sumpto inter poſtremas duas parallaxes medio quodam, fortaſſe accuratius diſtantia hæc obtineretur.

Diſtantia terræ a ſole.

1222. OBSERVATIO. Diſtantia media ſolias a terra eſt ipſa terræ a ſole diſtantia in ellipſi a tellure quotannis circa ſolem deſcripta.

Curva C E G T telluris orbitam referat circa ſolem S immobilem; cujus excentricitas OS eſt 168 diametrorum terreſtrium (1186), leaucarum ſcilicet ferme 404000, (*Fig.* 23)

I. Tellus in C, aut in G in ſua media a ſole diſtantia ab eo diſtabit leucis ferme 3000000. Ibi tellus eſt initio veris, & autumni, quum ſcilicet libram, & arietem ingreditur.

II. Tellus E in minima a ſole diſtantia ab eo minus, quam in C diſtabit leucis ferme 404000. Ibi tellus eſt hyeme ad boream æquatoris in ſignis borealibus; ut mox explicabimus. (1224)

III. Tellus in T in maxima a ſole diſtantia ab eo diſtabit magis, quam in E leucis ferme 808000. Ibi tellus eſt æſtate ad auſtrum æquatoris ſub ſignis auſtralibus, aliquanto magis, quam hyeme a ſole diſtans.

IV. Diſtantia media CS, vel GS bis ſumpta axi primo T O E terreſtris orbitæ æqualis eſt (1176): æquat ergo axis primus 20000 telluris diametros, ſeu leucas ferme 6000000.

1223.

1223. NOTA I. Planetarum, & quorundam cometarum parallaxis eadem methodo, eodemque calculo eorum a terra diſtantiam prodet; non tamen eorum a ſole diſtantiam, quæ alia ratione eſt inveſtiganda.

Inventa media telluris a ſole diſtantia ex ejus parallaxi, invenietur *media planetarum primariorum, & cometarum a ſole diſtantia* ope ſecundæ legis Keplerianæ mox tradendæ. Semel accurate ſtatuta media hæc telluris a ſole diſtantia facile calculo exhibet planetarum, aut cometarum, quorum nota ſit revolutio periodica circa ſolem, mediam ab ipſo diſtantiam. (1263

1224. NOTA II. Obſervationibus aſtronomicis conſtat, (*) apparentem ſolis, & lunæ diametrum, tum & planetarum modo majorem eſſe, modo minorem. Exempli cauſa, apparens ſolis diameter, ceteris paribus maxima eſt in capricorno, minima in cancro, media in ariete, & libra. Horum ratio eſt, quia apparens ejuſdem objecti diameter & major eſt, quo objectum eſt ſpectatori propinquius (918); ſol vero, luna, & planetæ modo perigei ſunt, modo apogei.

Hinc apparet cur dixerimus, *ſolem a terra magis æſtate diſtare, quam hyeme*. Quum enim ex obſervationibus ſolis diameter major appareat hyeme in capricorno, quam æſtate in cancro; jam ſol in capricorno telluri propinquior erit, quam in cancro. Ergo *axis primus orbitæ telluris a borea in auſtrum vergit*. Ergo *ſol hujus orbitæ focum borealem occupat*; ut in figura quarta exhibetur.

Ex tabulis aſtronomicis Hirii apparens ſolis diameter in magnitudine media eſt minutorum

32,

(*) *Volfius tomo* III. numero 554.

32, 10″: lunæ diameter variat a minutis 29, 30″ ad 33′, 30″.

Apparentes planetarum inferiorum, & ſuperiorum diametri ita variæ ſunt pro diverſa eorum ad tellurem poſitione, ut earum magnitudo generatim definiri nequeat.

Solis vera, & apparens diameter.

1225. PROBLEMA. *Data ſolis a tellure diſtantia, ejuſque diametro apparente, veram invenire.* (*Fig.* 21).

SOLUTIO. Sit S A ſolis a tellure diſtantia leucarum 30000000; C A B angulus apparentis ſolis diametri menſura minutorum 32, 10″.

I. A puncto A, unde apparens ſolis diameter obſervatur, ducta ſit linea A S ad centrum ſolis. Hæc ſolis diametro C S B perpendicularis & veram ſolis diametrum C B, & angulum C A B bifariam ſecat.

Ita habeo triangulum C S A in S rectangulum, in quo notum eſt latus S A, diſtantia data: notus quoque angulus C S A rectus: angulus C A S anguli dati dimidius; & angulus A C S ſupplementum ad duos rectos. Datur ergo ex theoria ſinuum (*Math.* 702), hæc analogia: ſinus notus anguli C A S eſt ad latus oppoſitum, & ignotum C S; ut ſinus notus anguli A C S ad latus oppoſitum, & notum A S. Latus C S eſt ipſa dimidia ſolis diameter.

II. Facile hæc analogia arithmetice exhibetur ſinus duobus zero augendo (*Math.* 718). Sinus anguli C A S 16′, 5″ eſt = 4654200 + 24242 = 4678442. Sinus anguli ACS 89°, 43′, 55″ = 999989100: latus A C, diſtantia telluris a ſole, eſt ferme laucarum 30000000. Ergo 4678442 : *x* :: 999989100 : 30000000.

Diviſo extremorum producto per medium notum habes 140355 numerum leucarum lateris

S C,

SC, quod bis ſumptum totam dabit ſolis diametrum G S B. Hoc calculo ſolis ſemidiameter S C leucas continet 140355; tota vero diameter C S B leucas 280710.

Si ponatur telluris a ſole diſtantia leucarum 30000000, quæ ſingulæ conſtant hexapedis 2340, ut ferme eſt (1221); leucæ 280710, diametri ſolaris menſura, conſtabunt ſingulæ ipſæ quoque hexapedis 2340: quæ ferme 100 diametros medias telluris efficient; quum media telluris diameter ſit ferme leucarum 2860, quæ ſingulæ haxapedis conſtant 2287. Eſt ergo ſolis diameter centies ferme diametro telluris major, ut alibi innuimus (1190).

1226. NOTA. I. Si ſupponatur angulus M D N eſſe angulus notus a ſolis, aut lunæ, aut Jovis aut cometæ diametro ſubtenſus (*Fig.* 21),

Data planetæ, aut cometæ a tellure diſtantia L D, *eadem methodo*, *eodemque calculo invenietur vera planeta*, *aut cometa diameter*. Hac ratione ex apparente planetarum diametro M L N optimis inſtrumentis dimenſa vera quoque diameter inventa fuit. Alibi harum diametrorum veram magnitudinem dedimus (1190), quales obſervationibus haberi poſſunt, quæ maximam diligentiam poſtulant, & in quibus error vel minimus magnas in ſupputationem inducit diverſitates.

Nota vera cæleſtis alicujus orbis diametro, facile ejus peripheria, ſuperficies, & ſoliditas quam proxime invenietur (*Math.* 480, 577, 608).

II. Eadem methodo *ſatellitis a planeta centro diſtantiam proxime invenies*. Exempli cauſa quum ſatelles *n* convertitur in curva *n m n* radio L T perpendiculari, angulus D L *n* rectus eſt. Capto angulo L D *n*, habebitur analogia: ſinus notus anguli L D *n* eſt ad latus oppoſitum, & ignotum L *n*; ut ſinus notus anguli L *n* D ad latus oppoſitum, & notum L D. Ita inve-

invenies latus L *n* ſatellitis a planetæ centro diſtantiam.

Si angulus DL*n* non ſit rectus, ejus valor accuratiſſimis, & laborioſis obſervationibus inveſtigandus erit: tunc eadem utemur theoria, & analogia, iis tantum mutatis, quæ anguli D L *n* diverſitas poſtulat. Paſſim ſatellitis a planetæ centro diſtantia in planetæ ipſius diametris tantum enunciari ſolet, ut alibi indicavimus (1199).

CAPUT SECUNDUM.

REFRACTIO ASTRONOMICA.

1227. OBSERVATIO. Vidimus alibi (1044), radios lucis oblique in athmoſphæram incidentes ad terræ centrum refractione inflecti; unde oritur illuſio optica, quæ in obſervationibus conſideranda eſt. Exempli cauſa (*fig.* 95. *tomi præcedentis*).

Poſito oculo in *a*, radius lucis D *d a* veniens a puncto D, & athmoſphæram *d m v n d* ingreſſus ad terram refringitur; quare objectum D videtur in P (912) ipſi zenith propius, quam re ipſa ſit.

1228. COROLLARIUM. *Hinc refractionis effectus parallaxeos eſt effectui oppoſitus.*

EXPLICATIO. Parallaxis, & refractio objectum extra verum locum opticum exhibent; parallaxis illud horizonti propius, refractio illud ipſi zenith propius exhibet. Exempli cauſa. (*Fig.* 13).

Si Aſtrum obſervatur in I, verus ejus locus opticus (1210) erit in *n*: parallaxis illud exhibebit in *m* horizonti propius: refractio illum oſtendet in R aliquanto ſupra *m*, & ipſi zenith

propius. Ut ergo vera aſtri parallaxis habeatur, parallaxi inventæ addenda eſt quantitas R m, qua refractio illam minuet; parallaxis enim inventa eſſet major mn, niſi radii ab aſtro venientes in athmoſphæra terreſtri refringerentur.

Refractionis variationes.

1229. OBSERVATIO. Obſervationibus omnibus conſtat (*fig.* 13);

I. Nullam dari refractionem in vertice Z. Radius enim, quo tunc obſervator aſtrum videt, eſt athmoſphæræ perpendicularis: lux vero in medium quodvis perpendiculariter incidens non refringitur (987).

II. Refractionem maximam eſſe, aſtro in horizonte ſito. Radius enim, quo aſtrum videtur, longiore via vim refringentem ſubit, qua ad terræ centrum inclinatur (1045, V.).

III. Refractionem ab horizonte ad zenith magis magiſque imminui. Radius enim, quo aſtrum videtur, eo minorem athmoſphæræ partem traijcit, quo vertici propius eſt. In ſequenti tabula accuratiſſima, quantum fieri poteſt, refractionis ab horizonte ad zenith imminutionem invenies.

IV. Refractionem eandem eſſe aſtris quibuſcumque æque ſupra horizontem elevatis. Neque enim ab aſtri diſtantia, aut lucis copia refractio procedit, ſed unice a vi athmoſphæræ refractiva, quæ in radium, undecumque veniat, exercetur.

V. Ejuſdem aſtri refractionem ad idem cæli punctum non ſemper eandem eſſe; aeris enim refringentis modo magis, modo minus denſi, & vaporibus imbuti viciſſitudinibus ſubeſſe debet.

1230. COROLLARIUM. Quum refractio major in horizonte ſit, quam ſupra, *ſol, & luna in horizonte elliptici erunt; & minor diameter erit verticalis.* Radii enim a limbo infe-

rio-

riore venientes magis ſuperioribus refringentur. Vides jam, ſi aſtra hæc majora apparent in horizonte, quam ſupra; hoc refractioni non eſſe tribuendum, quum potius oppoſitum parere debeat. Phænomenon ergo ab alia cauſa alibi expoſita procedit (956).

Parallaxis huic diminutioni diametri verticalis aſtri in horizonte aliquantum opponitur; quum enim parallaxis horizontalis ſit omnium maxima (1215), limbus inferior majorem ſuperiore parallaxim ſubit; quare limbi hi paulum hac ratione diſtrahuntur.

1231. NOTA. Quum ad accuratas aſtrorum obſervationes omnino neceſſaria ſit refractionis cognitio; plærique recentiores aſtronomi huic phyſicæ parti veteribus ignotæ ſummo ſtudio operam dederunt. Experientia norunt:

I. Refractionem horizontalem eſſe in dies maxime variam, quum aliquando ſit minutorum 32, vel 33, aliquando 36, vel 37 (1045, 1229).

II. Refractionem quoque in dies variam eſſe ad altitudinem uſque graduum 10, 12, 15. Quare obſervationes aſtri nimis horizonti propinqui ſuſpectæ ſunt.

III. Ad gradus 45, refractionem minutum unum fere non excedere; inde vero uniformem ad zenith uſque decreſcere, ubi nulla eſt.

Tabulam ſubiicimus ex Bradlejo, & Lalandio, in qua refractio aſtronomica ad omnes aſtri cujuſque altitudines in minutis, ſecundis, & tertiis quantum fieri poteſt accuratiſſima deſcribitur.

Altit. appar. | Tabula refractionum aſtronomicarum ab horizonte ad zenith.

Altit. G. M.	Refr. M. S. T.	Altit. G. M.	Refr. M. S. T.	Altit. G. M.	Refr. M. S. T.	Altit. G. M.	Refr. M. S. T.
		4 0	11 51 1	9 0	5 48 5	18 30	2 48 6
0 0	33 0 0	4 10	11 28 9	9 10	5 42 4	19 0	2 43 9
0 5	32 10 4	4 20	11 7 9	9 20	5 36 5	19 30	2 39 4
0 10	31 22 2	4 30	10 48 0	9 30	5 30 9	20 0	2 35 1
0 15	30 35 4	4 40	10 29 2	9 40	5 25 5	20 30	2 31 0
0 20	29 49 7	4 50	10 11 3	9 50	5 20 0	21 0	2 27 2
0 30	28 22 3	5 0	9 54 3	10 0	5 14 8	21 30	2 23 6
0 32	28 4 8	5 10	9 38 2	10 15	5 7 3	22 0	2 20 3
0 36	27 30 3	5 20	9 22 8	10 30	5 0 1	33 0	2 13 7
0 40	26 59 7	5 30	9 8 0	10 45	4 53 2	24 0	2 7 4
0 50	25 41 8	5 40	8 54 0	11 0	4 46 6	25 0	2 1 6
		5 50	8 40 6	11 15	4 40 3	26 0	1 56 2
1 0	24 28 6	6 0	8 27 8	11 30	4 34 3	27 0	1 51 2
1 10	23 19 8	6 10	8 14 9	11 45	4 28 6	28 0	1 46 6
1 20	22 15 2	6 20	8 2 8	12 0	4 23 2	29 0	1 42 4
1 30	21 14 7	6 30	7 51 1	12 20	4 16 1	30 0	2 38 4
1 40	20 17 9	6 40	7 40 3	12 40	4 9 4	31 0	1 34 6
1 50	19 24 8	6 50	7 30 2	13 0	4 3 0	32 0	1 31 0
2 0	18 35 0	7 0	7 20 5	13 20	3 56 9	33 0	1 27 6
2 10	17 48 4	7 10	7 11 1	13 40	3 51 1	34 0	1 24 4
2 20	17 4 5	7 20	7 2 1	14 0	3 45 5	35 0	1 21 4
2 30	16 23 8	7 30	6 53 4	14 20	3 40 1	36 0	1 18 5
2 40	15 45 4	7 40	6 45 1	14 40	3 34 9	37 0	1 15 7
2 50	19 9 4	7 50	6 37 1	15 0	3 29 9	38 0	1 13 0
3 0	14 35 6	8 0	6 29 4	15 30	3 23 7	39 0	1 10 4
3 10	14 3 9	8 10	6 22 0	16 0	3 16 9	40 0	1 7 9
3 20	13 34 1	8 20	6 15 2	16 30	3 10 5	41 0	1 5 5
3 30	13 6 2	8 30	6 8 0	17 0	3 4 5	42 0	1 3 3
3 40	12 39 6	8 40	6 1 3	17 30	2 58 9	43 0	1 1 1
3 50	12 14 6	8 50	5 54 8	18 0	2 53 6	44 0	0 59 3

Al-

Altit. G. M.	Refr. M. S. T.	Altit. G. M.	Refr. M. S. T.	Altit. G. M	Refr. M. S. T	Altit. G. M.	Refr. M. S. T.
45 0	0 57 0	57 0	0 36 8	69 0	0 21 7	81	0 9 0
46 0	0 55 0	58 0	0 35 5	70 0	0 20 6	82 0	0 8 0
47 0	0 53 1	59 0	0 34 2	71 0	0 19 5	83 0	0 7 0
48 0	0 51 2	60 0	0 33 0	72 0	0 18 4	84 0	0 6 0
49 0	0 49 4	61 0	0 31 7	73 0	0 17 3	85 0	0 5 0
50 0	0 47 6	62 0	0 30 4	74 0	0 16 2	86 0	0 4 0
51 0	0 45 9	63 0	0 29 1	75 0	0 15 1	87 0	0 3 0
52 0	0 44 2	64 0	0 27 8	76 0	0 14 0	88 0	0 2 0
53 0	0 43 6	65 0	0 26 5	77 0	0 13 0	89 0	0 1 0
54 0	0 41 1	66 0	0 25 3	78 0	0 12 0	90 0	0 0 0
55 0	0 39 6	67 0	0 24 1	79 0	0 11 0		
56 0	0 38 2	68 0	0 23 9	80 0	0 10 0		

§. V.

LUNA, ET EJUS ECLIPSES.

1232. OBSERVATIO. Astrum noctis, *Luna*, unus eſt ex planetis ſecundariis omnium maxime ad nos ſpectans. Duodecies, aut terdecies circa terram ſui motus centrum ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum convertitur directione A B C D A; dum tellus, quæ ipſam ſecum aſportat, ſemel circa ſolem ſui motus centrum convertitur in ecliptica directione T U X Z V (*fig.* 32).

Majus negotium lunæ theoria, quam reliquum cælum univerſum aſtronomis faceſſivit. Magnus Neutonus omnium primus verum principium phyſicum detexit ſuorum motuum omnium adeo ſpecie irregularium, qui tamen omnes a generali attractionis principio deſcendunt. Quare modo lunæ theoria calculo ita exacte ſubjecta eſt, ac illa, quæ omnium ſimpliciſſima, ac maxime regularis habeatur. Quæ in lunæ theoria præcipua ſunt tradere pergimus.

Lunæ phaſes.

1233. DEFINITIO. *Lunæ phaſes* dicuntur varii illi aſpectus, quibus nobis ſeſe exhibet dum circa tellurem T revolutionem ſuam perficit. A B C D A (*fig.* 22).

I. Quum luna eſt in A inter tellurem T, & ſolem S, eſt *novilunium*. Pars lunæ illuſtrata tota ad ſolem converſa eſt, & nobis occulta.

II. Quum luna eſt in B diſtans a ſole gradus 90 S T F, eſt *primus lunæ quadrans*, ſeu *prima*

ma quadratura (1191). A tellure apparet dimidius ejus diſcus, qui ad occidentem vergit, illuſtratus.

III. Quum luna eſt in C a ſole diſtans gradus 180 STF+FTG, eſt *plenilunium*. Si luna C ſit extra telluris umbram, totus ejus diſcus illuminatus e tellure viſibilis eſt.

IV. Quum luna eſt in D a ſole diſtans gradus 90 STH, eſt *ultimus quadrans*, ſive *altera quadratura*. Lunæ diſcus dimidius ad orientem vergens illuminatus e tellure conſpicitur.

Lunæ diſcus dicitur dimidia ejus ſuperficies ſphærica, quæ ratione diſtantiæ convexitatem diſtinguere vetantis nobis apparet planum circulare, modo obſcurum, modo illuminatum, modo partim, & partim.

Suæ orbitæ inclinatio.

1134. Si lunæ orbita A B C D A plano eclipticæ T V X Z T imponeretur, lunæ centrum ſemper eſſet in plano eclipticæ, ſicuti telluris, & ſolis centrum. Luna in quavis revolutione A B C D ſolem in A obtegeret, & a tellure in C eclipſim pateretur. In ſua enim conjunctione A, & in ſua oppoſitione C eſſet in recta per tria ſolis, telluris, & lunæ centra tranſeunte (*fig.* 22).

At non ita res procedit. Lunæ orbita A B C D A ſemper eclipticæ T V X Z T inclinata eſt. Primæ planum alterius planum ſecat ſub angulo vario a gradibus 5, ad gradus 5, 18', cujus amplitudo media eſt graduum 5, 9'. (*fig.* 18). Si A T B ſit planum eclipticæ, erit A T M angulus inclinationis lunaris orbitæ M N M.

Curva A B C D A, quam in quavis revolutione circa tellurem luna percurrit, in duobus punctis eclipticam ſecat, quæ *lunæ nodi* nuncu-

pantur. Hi ſemper ſunt in plano eclipticæ: reliqua orbita extra eſt; dimidia ad auſtrum, altera dimidia ad boream eclipticæ (*Fig.* 22).

Luna itaque in quavis revolutione ABCDA, *a b c d a* modo ad eclipticæ auſtrum eſt, modo ad boream; & in quavis revolutione circa tellurem bis per eclipticæ planum tranſit; ſemel ab auſtro ad eclipticæ boream in *nodo aſcendente*; ſemel a borea ad auſtrum eclipticæ in ſuo *nodo deſcendente*. Nodi hi orbitæ lunaris mobiles ſunt, & retrogradi, ut mox explicabimus.

Ejus vis perturbatrix.

1235. OBSERVATIO. Planetæ primarii in periodica revolutione circa ſolem duplici tantum vi ſenſibili cientur: *vi projectionis*, qua per curvæ tangentem ferri nituntur; & *vi gravitatis* in ſolem, qua per curvæ radium ad ſolis centrum unicum, & commune ſuorum motuum centrum trahuntur; ut alibi jam explicavimus, (360), & ſubinde fuſius etiam explicabimus (1285).

Luna in periodica ſua revolutione circa tellurem duobus ſimilibus viribus agitur: *vi projectionis* A P, qua per curvæ tangentem nititur, & *vi gravitatis* A T, qua per radium ſuæ curvæ ad terræ centrum peculiare ſui motus ABCDA centrum circa tellurem T trahitur. (*Fig.* 22).

Si luna in revolutione ſua circa tellurem his tantum viribus ageretur, ejus motus, ut & planetarum primariorum, regularis eſſet: ejus curva ABCDA, *a b c d a* ſemper æque, & eadem directione compreſſa eſſet, & oblongata, & æque ſemper eclipticæ plano inclinata. Verum luna, ut planetæ omnes primarii, in centrum ſolis gravitat. Quare in ſua revolutione circa tellurem *tertia vi* attractionis in ſolem agitur,

quæ

quæ telluris attractioni modo favet, modo obſiſtit. Hinc *vis perturbatrix*, & conſtans anomaliæ in ſuis motibus cauſa.

I. Ex theoria motus conſtat, lunam circa tellurem curvam deſcribere dumtaxat ex vi centrali, qua perpetuo ad terram trahitur, & ne per tangentem abeat detinetur.

II. Luna, ut planetæ primarii, in ſolem tendit; at quum vis hæc telluris attractione minor ſit, vis major minorem ſuperat; & luna planetæ ſuo primario addicta permanet.

III. Attractio ſolis in lunam victa eſt, non extincta; quare effectum ſuum parere debet, lunæ ſcilicet niſum tellurem verſus augere, aut minuere, aut diſtrahere pro diverſa lunæ ad ſolem, & tellurem poſitione.

IV. Attractio ſolis in lunam augetur, aut minuitur in duplicata inverſa ratione diſtantiæ lunæ a ſole (84): ſatis ergo inæqualiter luna modo ſoli propinquior, modo ab illo remotior ejus vim ſentire debet.

V. Attractio telluris in lunam ſemper motui, quo per tangentem nititur, ferme perpendicularis eſt: tota ergo telluris attractio ſemper in lunam agit.

Non ita ſolis attractio, quæ motui projectili lunæ per tangentem modo perpendicularis eſt, modo parallela, modo obliqua: diverſos ergo in luna pro diverſa directione effectus vis hæc parere debet, ut explicabimus, lunam in eclipticæ plano, & extra illud conſiderantes.

Vis perturbatrix in ecliptica.

1236. EXPLICATIO. Lunam primo in eclipticæ plano conſideremus, ubi in quavis revolutione bis invenitur; & orbita L O P C cum plano eclipticæ congruere ſupponatur (*fig.* 15).

I. Quum luna eſt in conjunctione in C in plano eclipticæ, & latitudine carens, ſoli eſt

tellure propinquior diametris terreſtribus 30 (1220). Fortius ergo tellure T ſolis vi attractiva luna in ſolem trahitur, quæ vis ſemper eſt in duplicata inverſa ratione diſtantiæ corporum attractorum C, & T (1273). Major hic lunæ C niſus in ſolem S fit minor eius niſus in tellurem T; & tantundem lunæ C in tellurem T gravitas minuitur.

II. Quum luna eſt in oppoſitione in O in plano eclipticæ, & latitudine carens, magis tellure a ſole diſtat diametris terreſtribus fere 30. Luna ergo in O minus tellure T in ſolem S attrahitur; & hic major telluris T in ſolem niſus tellurem ipſam tantundem ſubtrahit ab effetu niſus lunæ in tellurem; ſeu fit re ipſa in luna minor gravitas in directione O T S in tellurem T.

III. Quum luna eſt in L in prima ſua quadratura, in plano eclipticæ, & latitudine carens ſolis attractionem L S ſubit. Hæc obliqua lunæ L, & a diagonali parallelogrammi L T S E repræſentata in duas inæquales reſolvitur (351): harum prima L E nititur lunam in E deferre: altera L T lunam nititur deferre in T. Ergo ſolis attractio L S partim lunam L ad centrum T terræ trahit, adeoque lunæ in terram gravitatem auget. Idem eadem ratione lunæ in P, altera quadratura, in plano eclipticæ contingit.

1237. NOTÆ. Ex his ſequentia procedunt, quibus plura naturæ phænomena explicantur.

I. *Solis attractio in lunam ejus in tellurem gravitationem minuere debet in ſyzigiis, augere in quadraturis.* In quadraturis enim L, & P ſolis attractio L S reſolvitur in vires duas L T, L E, quarum altera L T lunam ad terram urget; quod non præſtat in ſyzigiis C, O; ut oſtendimus.

II. *Hac ſolis attractione lunæ gravitas magis minuitur in ſyzigiis, quam augeatur in quadraturis.* Augmentum enim gravitatis lunæ in tellurem

lurem exhibetur linea LT, vel PT; in ſyzigiis vero gravitatis imminutionem exhibet differentia quadratorum diſtantiarum TS, CS, vel TS, OS. Atqui calculo innoteſcet diſtantiam TS eſſe ad diſtantiam CS ferme ut 333 ad 332: notum quoque eſt diſtantiam inter quadrata duorum numerorum, qui unitate differant, eſſe ferme duplam differentiæ numerorum (*Math.*127), quæ hic eſt TC, vel TO. Quare differentia quadratorum linearum, ſeu diſtantiarum CS, TS, ſive OS, TS eſt ferme 2TC, vel 2TO.

Hinc ſequitur, *imminutionem gravitatis lunæ in tellurem in ſyzigiis ferme duplum eſſe augmenti ipſius gravitatis in quadraturis*. Quare, penſatis penſandis, gravitas lunæ in tellurem in integra revolutione a ſolis attractione magis imminuitur, quam augeatur; & in quavis revolutione magis luna ad ſolem attrahitur, quam ab hac ſolis actione tellurem verſus urgeatur: hinc cauſa conſtans apta ejus circa tellurem converſionem perturbare. Ex calculo apparet, actione ſolis in lunam ejus naturalem gravitatem in tellurem augeri in quadraturis parte ferme centeſima ſeptuageſima octava, minui vero in ſyzigiis dupla quantitate, nempe parte trigeſima quinquageſima ſexta.

III. *Solis attractio lunæ velocitatem modo accelerare debet, modo retardare*. Quum enim luna a C in L fertur, major ejus in ſolem niſus ex majori propinquitate magis ejus velocitati obſiſtet; quum vero pergit ab L in O, ejus minor in ſolem niſus ex majori diſtantia minus ejus velocitati obſiſtet. Quare hic tantum effectu actionis ſolis in lunam conſiderato, lunæ velocitas imminui debet a prima conjunctione C ad primam quadraturam L in primo ſui menſis quadrante, deinde augeri a quadratura L ad oppoſitionem O in altero ſui menſis quadrante: iterum minui ab oppoſitione O ad alteram quadraturam P, in tertio ſui menſis quadrante: iterum

VI. *Si ad omnia lunaris orbita puncta conſtruatur figura ſimilis conſtructa ad punctum B, apparebit luna velocitas in punctis omnibus perturbata a vi ſimili ipſi BN, inaqualiter tamen pro ratione obliquitatis actionis ſolis*. Vis BN lunæ motum projectilem juvat pergentis a B in C; illi noceret ſi a B in P procederet; magis vero motui huic projectili favet, aut nocet, quo major eſt; & viciſſim.

VII. Quatuor in orbita lunari puncta ſunt, in quibus vis BM nulla eſt: in ceteris omnibus lunæ gravitatem in tellurem auget, aut minuit. Nam quo luna quadraturæ P propior erit, eo magis linea BF, quæ ſemper ipſi TS æqualis fieri debet, attolletur TP verſus; & eo minor erit angulus TBF. Linea BR vim perturbatricem referens, & hic angulum faciens obtuſum RBT, antea cum BT inter P, & B angulum rectum effecerat: in aliis poſitionibus cum eodem radio lunæ vectore angulum acutum efficiet. (*Fig.* 15, & 17)

Quum vis BN in velocitatem influens, & vis BM in lunæ gravitatem influens inter ſe angulum rectum A*r* efficiunt; vires hæ duæ ſibi nec adverſantur, nec favent ad lunæ a ſuæ orbitæ centro T diſtantiam immutandam (348): diagonalis inter vires has duas conſpirantes in ipſam lunæ orbitam cadit. Contingit hoc in quatuor lunaris orbitæ punctis, nempe A, B, D, F hinc inde a ſyzigiis gradus 54, 44′. (*fig.* 17)

Quum eædem vires BN, BM angulum obtuſum BR efficiunt, diagonalis BR lunam extra ſuam orbitam in R trahit: tunc vis BM lunæ gravitatem in tellurem imminuit. Contingit hoc in totis arcubus ACB, & DOF.

Quum eædem vires BN, BM efficiunt angulum acutum L*r*, diagonalis inter vires has conſpirantes planum orbitæ lunaris ingreditur, illucque lunam trahit. Tunc vis BM lunæ gra-

vita-

vitatem in tellurem auget. Hoc lunæ contingit in totis arcubus BLD, FPA. (*Fig.* 17)

Arcus BLD, FPA minores ſunt arcubus DOF, ACB: primi enim continent tantum gradus 141, 4′; poſtremi gradus continent 218, 56′. Quare ſolis vis attrahens diutius, & fortius lunam ad ſolem, quam ad tellurem urget; adeoque *luna in ſolem niſus in quavis integra revolutione verus eſt, & poſitivus.*

Vis perturbatrix extra eclipticam.

1238. EXPLICATIO. Lunam modo extra eclipticæ planum conſideremus in ſyzygiis, in quadraturis, & in intermediis. *Fig.* 14)

Patet, lunam in A, vel in B extra eclipticæ NRM planum, tum in ſyzygiis, tum in quadraturis adhuc vim perturbatricem ſolis pati, quæ telluris in lunam attractioni modo favet, modo adverſatur. Hæc ſolis attractio ſemper lunæ extra eclipticam poſitæ obliqua in duas reſolvitur, quarum altera lunam ad eclipticæ planum trahere nititur, altera ad ſolem. Exempli gratia: ſit luna A in oppoſitione gradus quatuor aut quinque ſupra, aut infra eclipticæ planum STMRN, in quo ſemper telluris, & ſolis centra ſunt. Hoc ſecet lunæ orbita AMBNA in punctis duobus M, N, qui ejus nodi erunt.

I. Si luna in A extra planum eclipticæ motu projectili AC, & centripeta AT careret, & ſolam ſentiret ſolis attractionem AS: luna rectam AS percurreret ad ſolem S, ſimul & ad eclipticæ planum NRM accedens. Hæc itaque ſolis actio in lunam A motum æquivalenter duplum illi communicaret: niſum ſcilicet in ſolem & in planum eclipticæ. Hæc ergo ſolis actio in lunam in A poſitam duabus viribus conſpirantibus AZ, AT æquivalet, quibus mobile A diagonalem AS parallelogrammi ATSZ percurreret. Solis ergo actio AS in lunam A in duas vi-

vires reſolvitur, quarum altera A Z lunam ad ſolem trahere niteretur; altera A T lunam ad eclipticæ planum, a quo gradus nonnullos diſtare ſupponitur, adducere niteretur.

II. Verum luna in A & vim projectilem ſentit, qua agitur per tangentem A C; & telluris attractionem, qua per radium A T trahitur, & ſolis attractionem, qua directione A S urgetur. Ex tribus his viribus ejus curva A M B N gignitur eclipticam modo ſecans in M N, Primæ duæ vires ſemper ad angulos rectos oppoſitæ invicem tota activitate perpendiculariter colluctantur: tertia ambabus illis fere ſemper obliqua in duas reſolvitur, nec ſemper totam ſuam energiam exerit.

Ponamus tres has vires ſimul tota energia in lunam agere: eam dato tempore ab *A* in M deducent. Jam vero ſi virium una non tota ageret in deducenda luna per arcum A M, ſed partim impenderetur in motu lunæ inflectendo ad M R N; luna dato hoc tempore ad *m*, non ad M ferretur; pars enim virium, quibus in M deduci deberet, in ea ab M ad *m* deducenda impenderetur.

III. Atqui trium virium una, perturbatrix ſcilicet attractio ſolis, partim impenditur in luna A ad eclipticæ planum M R N trahenda; pars ſcilicet A T attractionis perturbatricis Z A T quæ telluris attractioni conſpirans, & in vim projectilem A C colluctans perpetuo magis magiſque vim hanc projectilem ad eclipticæ M R N planum adigit, & lunam ad plani hujus punctum *m* trahit minus diſtans, magiſque occidentale, quam punctum M. Vis ergo perturbatrix lunam extra eclipticæ planum poſitam perpetuo ad hoc planum trahere nitetur.

I. Idem lunæ contingit *in conjunctione* ad punctum B gradibus quatuor, aut quinque ſupra, aut infra planum eclipticæ. Si luna in B ſolam perturbatricem ſolis attractionem ſentiret, per-

cur-

curreret diagonalem B S parallelogrammi BSTV ad ſolem S, & ad eclipticæ planum N R T S ſimul accedens. Vis ergo perturbatrix quum a duobus parallelogrammi lateribus V B, B T exhibeatur, ejus pars B T cum telluris attractione luctatur in vim projectilem B D: vires ergo hæ duæ ſimul lunæ curvam inflectent, eamque prope planum eclipticæ deferent ad punctum *n* minus diſtans, magiſque occidentale, quam punctum N.

V. Eadem quoque haberetur attractionis perturbatricis reſolutio, ſi puncta A & B non in ſyzigiis eſſent, ſed in quadraturis. Actio ſolis A S, vel BS partim inſumeretur in luna ad ſolem attrahenda, partim in luna verſus eclipticæ planum adducenda. Re vero ipſa in quadraturis major attractionis ſolaris pars inſumitur in lunæ motu eclipticæ planum verſus inflectendo, & in ejus nodis magis retrogradis efficiendis.

VI. Non tamen ex dictis de attractionis ſolaris reſolutione, & actione ſequitur, lunæ orbitam tandem debere totam in eclipticæ plano ſtatui. Quantum enim lunaris orbita una directione inflectitur in ſua parte M A N, tantundem ferme directione oppoſita inflectitur in ſua parte N B M: eadem itaque ſemper ferme inclinatio permanet.

Plura hac de re geometrice fuſius pertractata tradere potuiſſemus: at nimium paucis lectoribus illa adriſiſſent. Ea dumtaxat de luna paſſim ſcire cupimus, quæ ad præcipua naturæ phænomena ſpectant, cujuſmodi ſunt eclipſes, zodiaci revolutio, motus terræ retrogradus, & maris æſtus.

Suorum nodorum motus retrogradus.

1239. COROLLARIUM I. *Perturbatrix ſolis attractio lunaris orbita nodos reddere debet retrogrados.* (*Fig.* 14)

EX-

EXPLICATIO. Ut claritati ſtudeamus, ſupponatur tellus immobilis in T, & luna circa ipſam convertatur. Lunaris orbita AMBNA plano eclipticæ inclinata eſt gradibus ferme quinque in A, & B, & planum eclipticæ ſecat in punctis duobus M, & N, quæ ejus nodi ſunt.

I. Si nullam luna vim perturbatricem ſentiret, quæ ejus circa tellurem T immobilem revolutionem immutaret, ejus orbita eandem ſemper poſitionem obtineret; & in quavis revolutione per eadem puncta AMBNA tranſiret; ſemper enim ab eadem vi projectili per tangentem, & centripeta per radium ageretur. Semper ergo ejus orbita eclipticam ſecaret in iiſdem punctis M, N, quæ a terra viſa ad puncta Q, N zodiaci PQXY referrentur.

II. At luna extra planum eclipticæ, puta in B, obliquam ſolis actionem ſentit, quæ ex parte illam ad eclipticæ planum adducere nititur, & non in N, ſed ad punctum minus diſtans, magiſque occidentale *n* eclipticam verſus trahit (1238). Novus hic nodus *n* e terra viſus in zodiaco videbitur in P magis ad occidentem, quam nodus præcedens N, qui videbatur in Q. Videbitur ergo nodus *n* nodo præcedenti N comparatus in antecedentia ſignorum regreſſus fuiſſe.

Hac obliqua, & in duas vires attractione reſoluta luna ad eclipticam non tendit per antiquam ſemitam BNAMB, ſed per novam *bnamb* & per diverſa ſpatii puncta circa tellurem T convertitur.

III. Pari modo luna in B extra planum eclipticæ ſive in ſyzigiis, ſive in quadraturis, ſive in interſtitiis vim perturbatricem ſentit, cujus pars illam perpetuo ad eclipticæ planum trahit, & ad illud adducit in puncto *m* minus diſtans, migiſque occidentale, quam punctum M. Quare poſt plures revolutiones luna eclipticæ planum ſecuit in pluribus punctis, quæ totum zodia-

diacum complectuntur ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum regrediendo.

Hinc apparet, lunam in eadem cæli regione non ſemper per eadem ſpatii puncta tranſire: & ſi viſibilia veſtigia ejus orbita relinqueret, veſtigia AMBNA, *ambna* conſpicerentur ſe mutuo ſecare ſeſe invicem ab oriente in occidentem decuſſantia.

1240. COROLLARIUM II. *Si tota lunaris orbita ſemper æque ecliptica inclinata globis contiguis luna ſimilibus obtegeretur, globi hi omnes cum orbita eos deferente ſimul retrogradi fierent.* (*Fig.* 14)

EXPLICATIO. Si orbita hæc globis lunæ ſimilibus plena eſſet, globus quivis extra eclipticæ planum poſitus vim perturbatricem ſentiret (1238), & ab hac vi regredi cogeretur; ergo in quavis revolutione ſinguli globi eclipticam attingeret in puncto magis occidentali in zodiaco in antecedentia ſignorum retrogradi. Hic ergo globorum anulus AMBNA periodice retrogradam revolutionem faceret ab oriente in occidentem circa polos eclipticæ ex perturbatrice ſolis attractione. *Eſt hæc imago motus retrogradi æquatoris terreſtris circa polos ecliptica*, ſeu circa axem unum terreſtrem, qui axi eclipticæ ad ſenſum congruit. (1328)

Tellus ad æquatorem tumida attractioni ſolis anulum veluti extantem exhibet, & eclipticæ plano inclinatum: quævis hujus anuli pars ab obliqua ſolis actione regredi cogitur eodem quidem modo, at non eadem velocitate, qua anulus lunaris, de quo ſupra.

1241. NOTÆ. I. Ad rei claritatem tellurem T immobilem ſuppoſuimus, & lunam circa hoc immobile telluris punctum revolutam, ac ſemper eodem modo ſolis actioni obnoxiam. At quum tellus in annua circa ſolem revolutione planetam ſuum ſecundarium ſecum trahat; luna reſpectu attractionis perturbatricis perpetuo poſitionem

ſem mutat; quo fit, ut vis hæc perturbatrix major in perihelio, minor in aphelio, ſemper in duplicata inverſa ratione ſolis a luna diſtantiæ, modo lunæ magis, modo minus obliqua effectus ſucceſſive pariat, qui totidem anomaliæ ejus motus videntur, ſunt vero dumtaxat ejuſdem cauſæ diverſo modo applicatæ conſectaria.

II. Ad rei quoque claritatem ſupponere viſi ſumus, a ſolis attractione lunæ nodos fieri perpetuo retrogrados: quod tamen in quavis revolutione in potiori tantum orbitæ lunaris parte contingit, in qua actio ſolis in lunam hujus verum, & poſitivum in ſolem niſum parit. (1237, VII.). Quare actio ſolis vere retrogrados reddit lunæ nodos in quavis circa terram revolutione; hic tamen regreſſus in quovis menſe lunari non eſt uniformis, & permanens. Lunæ nodi in ſua retrograda, & periodica revolutione aliquando ſtationarii ſunt, aliquando magis, aliquando minus retrogradi. Revolutio hæc retrograda nodorum lunæ modo ſuſpenſa, modo magis, modo minus accelerata annis ferme 19 expletur; ſive accuratius annis 18, diebus 224, horis 5 ad primum arietis punctum relata. (*Fig.* 22)

III. Hæc eadem vis perturbatrix revolutionem efficit in axe primo orbitæ lunaris, ſed directam, & in conſequentia ſignorum, ut alibi explicabimus. Revolutio hæc BTD, *b*V*d*, *b*X*d*, *b*Z*d* annis ferme 9 expletur, ſive accuratius annis 8, diebus 309, horis 8, minutis 4, primo arietis puncto comparata.

IV. Hæc eadem vis perturbatrix variam reddit lunaris orbitæ ad planum eclipticæ inclinationem quantitate, quæ uſque ad 18 ſecunda creſcit (*Fig.* 18) Hæc orbitæ lunaris inclinatio in quavis revolutione bis augetur, bis minuitur. Major eſt cum linea nodorum cum linea quadraturarum concurrit, minuitur quum linea nodorum concurrit cum linea ſyzigiarum.

V. Ea-

V. Eadem vis perturbatrix etiam in Saturni, & Jovis ſatellites agit ; at quum ſemper ſit in duplicata inverſa diſtantiarum ratione , multo minores , adeoque e tellure non diſtinguendos effectus parere debet.

Ejus revolutiones præcipuæ.

1242. OBSERVATIO. Præter nodorum , & abſidum revolutionem, de qua hactenus duæ aliæ lunæ circa tellurem revolutiones diſtinguuntur, altera periodica reſpectu primi puncti arietis, altera ſynodica reſpectu ſolis. (*Fig.* 22)

I. *Periodica revolutio* lunæ eſt motus ABCDA circa tellurem, quo totam ſuam orbitam percurrit numerando a tranſitu per primum arietis punctum uſque ad reditum illuc. Exempli cauſa,

Sit primum arietis punctum L in ſemicirculo latitudinis KLE : luna in A e terra inſpecta videtur in L longitudine carens , & in primo puncto arietis. Quum luna revolutionem ABC DA peregerit , adhuc longitudine carebit , & erit in primo puncto arietis , circa quod ſuam revolutionem compleverit diebus 27 , horis 7 , minutis 43 , ſecundis 5 . Eſt hoc ejus *tempus periodicum.*

II. Lunæ *revolutio ſynodica* eſt ejus revolutio circa tellurem ab una ad aliam cum ſole conjunctionem numerando : hæc completur diebus 29 , horis 12 , 44′ , 3″. Eſt hic menſis lunaris tempore periodico longior. Exempli cauſa:

Sit luna in A in conjunctione cum ſole . Si terra eſſet in T immobilis toto tempore revolutionis lunaris ABCDA , luna rediens in A adhuc eſſet in conjunctione cum ſole ; & menſis lunaris tempori periodico æqualis eſſet.

At vero dum luna circa tellurem convertitur, tellus a T in M in ecliptica tranſit : quo fit, ut lunæ poſitio reſpectu ſolis mutetur. Luna enim poſt revolutionem ABCDA, vel *abcda* in

in *a* ſita e tellure M inſpecta videtur in K in circulo latitudinis KLE per primum arietis punctum L tranſeunte. Luna itaque in *a* K revolutionem explevit reſpectu primi puncti arietis, reſpectu ſolis non explevit; diſtat ergo adhuc toto ſpatio angulo *x* M *a*, vel NMK incluſo. Luna ut revolutionem circa ſolem compleat, orbitæ arcum *a x* adhuc percurrere debet, qui adhuc poſtulat dies 2, horas 5, ſecunda 58.

Hinc elucet quare menſis periodicus ſynodico brevior ſit. Primus tempus continet dumtaxat in tota lunari orbita percurrenda inſumptum; alter tempus continet inſumptum in percurrenda orbita *a b c d a* addito arcu *a x*. Luna in *x* erit in linea, ſeu plano MS per centrum ſolis tranſeunte, & tantum revolutionem circa illum feciſſe videbitur.

Ejus motus rotationis.

1243. OBSERVATIO. Luna in ſua periodica revolutione circa tellurem eundem ſemper aſpectum nobis exhibet. Supponamus, exempli gratia, in diſco nunc ad terram converſo maculam ſatis perſpicuam; hæc eodem ferme in loco apparebit in ſyzigiis, in quadraturis, uno verbo ſemper. *Quare, luna circa ſuum axem convertitur eo ipſo tempore, quo circa terram.*

Si quis enim circa me convertatur ore ad me ſemper converſo, convertitur circa lineam a vertice ad plantas ductam, ſeu *circa ſuum axem* quo ipſo tempore circa me convertitur. Idem contingere debet rei cuivis circa aliam converſæ, & eadem ejus ſuperficiei parte ſemper ad rem illam obverſa.

1244. NOTA. Etſi luna eaſdem ſemper maculas nobis exhibeat; maculæ hæ tamen in quavis revolutione peculiarem exiguum motum reſpectu telluris habere videntur. Telluri tum in latitudine, tum in longitudine accedere videntur

tur, dein recedere, & in priſtinum reſtitui. Probat hoc, axem, circa quem luna convertitur, nutationem exiguam habere, qua alternatim aliquantulum inclinatur ad boream, ad auſtrum, ad orientem, ad occidentem, & irregularis coni ſpeciem hinc inde a lunæ centro deſcribit. Motus hic *libratio lunæ* nuncupatur; partes enim planetæ hujus omnes afficit.

Eclipſes ſolis, & lunæ.

1245. DEFINITIO I. *Eclipſis ſolis* dicitur defectus lucis hujus aſtri ex luna inter illud, & tellurem interpoſita. Hoc non niſi in conjunctionibus, ſeu in novilunio contingere poteſt. Exempli cauſa, (*Fig.* 12)

Si tellus ſit in T, luna in A; habebitur eclipſis ſolis, ſi luna A ſit in eclipticæ plano, aut illi proxima T V X Z. At ſi luna ſit minutis 34, aut ultra extra planum eclipticæ, nulla habebitur ſolis eclipſis; Tellus enim T ſolem S videbit radiis ſecus lunam tranſeuntibus extra planum eclipticæ ſitam, & extra rectam quæ ad tellurem T feruntur.

1246. DEFINITIO II. *Lunæ eclipſis* dicitur defectus ejus lucis ex tellure illi, & ſoli interpoſita. Hæc non niſi in oppoſitionibus, ſeu in plenilunio contingere poteſt. Exempli cauſa, (*Fig.* 22)

Sit tellus in T, luna in C: habebitur eclipſis, ſi luna ſit in plano eclipticæ T V X Z T, aut illi proxima; at ſi extra hoc planum ſit minutis 34, aut pluribus, nulla erit lunæ eclipſi; tunc enim luna C illuſtrabitur ſolis radiis ſecus terram ſemper in eclipticæ plano ſitam tranſeuntibus, qui in lunam extra eclipticæ planum poſitam tunc incidunt.

In ſolis eclipſibus ſol lucem non amittit: tantum lux hæc in telluris partem, quam illuſtraret, tunc non incidit, obſtante luna interjecta.

In

In lunæ eclipſibus luna lucem amittit, quum ſolis luce tantum luceat, quam quum in telluris umbra eſt excipere nequit.

1247. DEFINITIO III. *Conus umbroſus* planetæ dicitur umbra, quam planetæ diſcus ſolis diſco minor poſt ſe proiicit ſoli oppoſitam, coniformem, cujus baſis eſt ipſe planetæ diſcus, axis vero recta per planetæ, & ſolis centrum trajecta. Axis coni umbroſi telluris ſemper eſt in plano eclipticæ; ceterorum planetarum quorumcumque tunc tantum, quum planetarum centrum eſt in plano eclipticæ (*Fig.* 20, 19).

Exempli cauſa, A V B eſt conus umbroſus telluris: L T A eſt conus umbroſus lunæ. Coni hi, ut patet, eo breviores erunt, quo eorum planeta erit ſoli propior, & corpus per conum hunc tranſiens eo amplius, & diutius eclipſim patietur, quo coni axi, & baſi propius tranſibit, unde illi ſolis lux adimitur.

1248. DEFINITIO IV. Eclipſes pro diverſis eorum conditionibus diverſa nomina ſortiuntur.

I. *Eclipſes centrales* illæ dicuntur, in quibus centrum aſtri obſcurati per coni umbroſi axem tranſit: tunc centra ſolis, globi obſcurati, & globi obſcurantis in eadem recta ſunt in ecliptica. Exempli cauſa (*fig.* 20) eclipſis lunæ centralis eſt in L: eclipſis ſolis (*fig.* 19) centralis eſt in N.

II. In ſolis eclipſibus *anulares* dicuntur illæ, in quibus aſtri partes mediæ a luna occultantur, at ad peripheriam anulus lucidus conſpicitur. Hæ contingunt quum luna M eſt apogea quo tempore centralem ſolis eclipſim efficit.

III. *Eclipſes totales* dicuntur illæ, in quibus aſtrum omnino occultatur. Lunæ eclipſis eſt totalis (*Fig.* 20), quum luna in L, aut in P tota telluris umbræ immergitur. Solis eclipſis eſt totalis loco N (*Fig.* 19), quum luna L H ſolem huic loco totum occultat. Si luna eſt perigea, & latitudine carens in L H, eclipſis ſo-

ſolis, quam efficit, erit & centralis, & totalis, & cum mora. Si luna eſt apogea, & ſine latitudine in M, eclipſis erit centralis, & anularis.

IV. *Eclipſes partiales* illæ dicuntur, in quibus aſtri diſcus ex parte tantum occultatur. Quum in eclipſi lunæ ejus diſcus partim in cono umbroſo eſt, partim extra toto eclipſis tempore, eclipſis partialis eſt. Quum in eclipſi ſolis luna ante illum tranſiens partem tantum diſci ſolaris occultat, eclipſis eſt partialis.

1249. DEFINITIO V. *Penumbra* in planetarum eclipſibus dicitur lucis imminutio in eorum diſco illuminato, ſive diſci pars, quæ extra umbram eſt, attamen parte ſolaris lucis deſtituitur. Exempli cauſa (*Fig.* 20):

Luna in M nondum eclipſim ſubiit: adhuc enim parte aliqua F A M radiorum ſolarium illuſtratur. Verum jam in penumbra eſt; tellus enim T bonam radiorum partem, quibus illuſtraretur, intercipit. Pari modo (*Fig.* 19), Quum locus N omnino umbræ lunari immerſus eſt, loca proxima C, & D in penumbra ſunt, ab aliqua enim ſolarium radiorum parte, dumtaxat illuſtrantur. In ſolis eclipſi, loca, quæ in penumbra ſunt, partem tantum diſci ſolaris vident.

1250. NOTA I. In eclipſi ſolis luna ab occidente in orientem ante ſolem tranſit: in eclipſi lunæ, luna poſt tellurem, & per umbroſum telluris conum tranſit. Quum vero luna duodecies zodiacum ab occidente in orientem percurrat dum ſol ſemel tantum eadem directione ſeu re ipſa, ſeu apparenter convertitur, hac quoque directione ab occidente in orientem luna citius ſole fertur: quare ſemper videmus ſolem R S V in limbo occidentali R obſcurationem incipere, lunam vero *m n* in limbo orientali *n* (*Fig.* 19, 20).

I. In quavis ſolis, lunæ, aut alius planetæ ecli-

eclipſi tria præcipue obſervantur: *immerſio*, ſive aſtri ingreſſus in umbram; *eclipſis medium*, & *emerſio*, ſive aſtri ab umbra egreſſus. In eclipſi ſolis, conus umbroſus lunæ L T H indefinite ultra ſolem productus videtur; ſol vero a puncto N obſervatus in conum umbroſum R T V ingredi videtur in R, ut deinde exeat in V.

II. Ad eclipſis magnitudinem definiendam diameter aſtri in media eclipſi per umbræ centrum tranſiens in partes duodecim, quæ *digiti* nuncupantur, diviſa ſupponitur. Tum ex diametri hujus partibus umbræ immerſis, eclipſis eſſe, aut futura dicitur digitorum, puta, 4, 6, 9, 11, &c.

1251. NOTA II. *Eclipſis ſolis* univerſales non ſunt, neque eadem hora ubicumque obſervantur incipiunt. Exempli cauſa (*Fig.* 19):

I. Eclipſis ſolis R L T H V, quam centralem, & totalem ſupponemus, incipiet in C, hinc in N, tum in D tranſibit, ibique deſinet; at in C deſinet, ſi ulterius in N, aut D incipiet.

II. Eclipſis hæc univerſæ telluri conſpicua non erit, ſed exiguæ tantum terreſtri zonæ, in quam lunæ umbra cadet. Regiones ultra, aut citra hanc zonam, quam lunæ umbra verrit, libere ſolem videbunt, nec eclipſim conſpicient.

1252. NOTA III. Contra vero *eclipſes lunæ* ſunt univerſales, eodem inſtante incipiunt, & deſinunt omnibus regionibus, in quibus lunæ diſcus, niſi obſcuraretur, conſpicuus eſſet. (*Fig.* 20).

I. Hoc ſenſu univerſales ſunt, quod æque, & eodem modo ubique videntur, ubi lunæ diſcus, niſi obſcuraretur, conſpicuus eſſet. Exempli cauſa, eclipſis initium in M, medium in L, finis in N æque videntur a punctis A, D, B, ceteriſque telluris ſuperficiei lunæ adverſæ. Eſt ergo eclipſis hæc communis iis omnibus, qui hanc terreſtris ſuperficiei partem incolunt,

II. Eodem momento omnibus populis illas videntibus incipiunt, & deſinunt; quo ſcilicet inſtante incipit immerſio M, & quo expletur emerſio N: his enim inſtantibus planeta conum umbroſum A V B ingreditur, & ab illo egreditur.

Hac temporis identitate in initio, medio, & fine eclipſis terreſtres longitudines definiuntur; innoteſcit ſcilicet quot gradibus, minutis, & ſecundis locus loco magis orientalis ſit. Exempli cauſa, ſit A D B æquator, aut circulus illi parallelus. Immerſio eodem inſtante incipit locis *d*, & D. Inſtans hoc ſit loco D hora noctis duodecima, loco *d* undecima: Horum locorum magis orientalis eſt, ut patet, locus D; eorum vero differentia longitudinis eſt arcus, quem ſol in diurna revolutione una hora percurrit, nempe graduum 15. Ergo loca D, *d* longitudine differunt gradibus 15: ergo arcus terreſtris *d* D ſimilis arcui a ſole una hora percurſo eſt graduum 15.

1253. NOTA IV. Si orbita lunæ non jam gradibus ferme quinque eclipticæ inclinata eſſet, ſed illi congrueret, in quavis ſynodica lunæ revolutione (1246) haberetur eclipſis ſolis in conjunctione, & eclipſis lunæ in oppoſitione (1234). Verum quum duo tantum hujus orbitæ ſemper puncta ſint, quæ in eclipticæ plano ſint, & puncta hæc, ſeu orbitæ lunaris nodi ſæpius conjunctionibus, & oppoſitionibus maxime diſtent; jam ſæpius luna in conjunctionibus, & oppoſitionibus modo uno, modo pluribus gradibus ab eclipticæ plano diſtans nullam eclipſim facere, nullam ſubire debet. Generatim (*Fig.* 19, 20):

I. *Eclipſis ſolis* ſemper habetur quoties latitudo lunæ in conjunctione minor eſt apparente ſolis ſemidiametro, & ſimul apparente lunæ ſemidiametro. Quum vero harum ſemidiametrorum ſumma ſit ad ſummum minutorum 33, vel

34,

34, & ſaltem 30, aut 31 (1224); nulla habebitur eclipſis ſolis, quum luna in conjunctione latitudinem habebit majorem minutis 34. Semper habebitur eclipſis ſolis quum luna in conjunctione latitudinem habebit minorem minutis 30; hæc vero eclipſis eo major erit, quo lunæ latitudo tunc minor erit.

II. *Eclipſis lunæ* ſemper habetur, quoties ejus in oppoſitione latitudo minor eſt apparente lunæ ſemidiametro, & ſimul apparente terreſtris umbræ ſemidiametro ſumpta ubi luna conum umbroſum traiicit.

1254. NOTA V. Ex dictis apparet qua ratione ſolis, & lunæ eclipſes tum præteritæ, tum futuræ in infinitum ſupputari poſſint. Ad hoc ſatis eſt lunæ revolutionem periodicam circa tellurem, & zodiacum, motum periodicum, & retrogradum nodorum lunæ in ecliptica, & periodicum ſolis, aut telluris motum circa eclipticam ſimul comparare.

Quum luna, & unus ex ejus nodis e tellure viſus concurrunt in ecliptica cum ſole, habebitur eclipſis ſolis. Quum luna, & unus ex ejus nodis e terra viſus ſunt in puncto e diametro oppoſito loco ſolis, habebitur eclipſis lunæ. Nodorum lunæ poſitionem reſpectu ſolis, & lunæ determinando, inveniemus omnes tum præteritas, tum futuras poſitiones, in quibus haberi debet ſolis, aut lunæ eclipſis.

Quum hæc ſupputatio maxime laborioſa ſit, illius principia hic indicaſſe ſatis erit. Qui huic operam navare velit Caſſini, aut Lalandii opera conſulat: in iis certiſſimas, & accuratiſſimas methodos eclipſium definiendarum inveniet.

ARTICULUS TERTIUS.

THEORIA LEGUM KEPLERI.

1255. OBSERVATIO I. Ante Keplerum peculiares tantum planetarum revolutiones obſervabantur; neque motus hi a communi lege pendere, & ſibi invicem lucem afferre putabantur. Vir iſte ſummus quum planetas eo lentius circa ſolem converti videret, quo remotiores eſſent, quumque certo cognoviſſet, veram planetæ, puta Martis, velocitatem ab aphelio ad perihelium augeri, a perihelio ad aphelium ſucceſſive minui; ſuſpicari auſus eſt, planetarum motum in diverſis orbitæ punctis *aliquam rationem* dicere ad tempus revolutionis, & ad diſtantiam a ſole. Duplicem hanc ergo rationem inveſtigavit, & poſt innumeras falſas hypotheſes veram detexit, magnum nempe naturæ arcanum, ſeu *leges duas generales*, quibus planetæ omnes circa ſui motus centrum periodice convertuntur.

Leges hæ duæ, quibus magni inventoris nomen dedit poſteritas, aſtronomicis obſervationibus confirmatæ, principiis phyſicis innixæ, rigidam demonſtrationem, & ſupputationem admittentes univerſæ aſtronomiæ baſis ſunt, & fundamentum. Priuſquam exponantur, ut facilius intelligi poſſint nonnulla ſunt præmittenda.

1256. OBSERVATIO II. Obſervatione conſtat, planetam quemvis, puta Martem, dum circa ſui motus centrum convertitur eo re ipſa celerius ferri, quo centro huic propior eſt, eo lentius, quo ab hoc centro remotior eſt. Exempli cauſa (*fig.* 23).

Pla-

Planeta T circa ſui motus centrum S revolutus minima velocitate pergit in T; velocitas vero perpetuo ſucceſſive augetur a T in A, in B, in C, in D, in E, ubi maxima eſt. Deinde ab E ſucceſſive eadem proportione decreſcit per F, G, H, I, T, ubi velocitatis imminutio ceſſat, ut iterum augeatur.

I. Quum planeta quivis in diverſis orbitæ ſuæ punctis ſemper ſit in extremitate radii alicujus, a quo *ferri* videtur, & cujus altera extremitas eſt ad centrum motus; radii hi S T, S A, S B, S C, S D, S E, S F, S G, S H, S I, *radii vectores* nuncupantur.

II. Quum planeta ab orbitæ puncto T ad aliud tranſiens A, ſemper a radio vehi videatur; ſi radius hic ſui veſtigia relinquere ſupponatur ubicumque tranſit, efficiet triangulum mixtilineum T S A T. Spatium duobus radiis, & orbitæ arcu intercepto incluſum dicitur *area trianguli*. Spatia T S A T, D S E D ſunt triangulorum areæ.

1257. OBSERVATIO II. Patet, planetam quemvis T circa motus centrum S curvam in ſe redeuntem deſcribere nequire ſine duabus viribus, altera T M in directione tangentis, altera T N in directione radii. Si planeta in T vim T M dumtaxat haberet, pergeret in infinitum directione T M, nec ad A, aut B declinaret. Si vim tantum T N haberet, tantum ad motus centrum S tenderet, nec ad A, aut B declinaret. Duabus viribus conſpirantibus TM, T N planeta quovis inſtante, & in quovis orbitæ puncto diagonalem T A deſcribit exigui parallelogrammi, cujus latera ſunt in directione, & ratione duarum illarum virium; ut alibi explicavimus (362).

I. Vis T M, qua planeta in quovis ſuæ curvæ puncto T abire nititur per tangentem, dicitur *vis projectilis*.

II. Vis T N, qua in quovis ſuæ curvæ pun-

ɑo T ad ſui motus centrum S tendit, dicitur *vis centralis, ſeu centripeta.*

III. Vis, qua planeta in quovis orbitæ punɑo T a ſui motus centro recedere nititur, dicitur *vis centrifuga*. Quid differant vis projeɑilis, & centrifuga mox apparebit.

1258. ASSERTIO I. *Vis centrifuga etſi a projeɑili orta, non eadem tamen eſt* (*Fig.* 24).

EXPLICATIO. Sit AB vis projeɑilis planetæ A die uno, ſeu ſpatium, quod per curvæ tangentem uno die percurreret, niſi a vi centrali diſtraheretur. Motu projeɑili AB planeta uno die pergeret ab A in B, & a centro C recederet quantitate DB: hæc DB exprimit vim centrifugam ortam a vi projeɑili AB, at iſta minorem, quæ tota in mobili A a ſuo centro C removendo non inſumitur.

I. Mobile circa centrum ſui motus circulum deſcribens, ubique a centro æque diſtat; ergo in mobili circulum deſcribente vires centrifuga, & centripeta ſemper æquales ſunt; ſi enim alterutra prævaleret, mobile aut ad centrum accederet, aut ab illo recederet.

Mobile A a vi projeɑili AB impulſum nequit pergere in D ſemper ad æqualem a centro motus C diſtantiam, niſi in quovis curvæ punɑo ſit vis centripeta AX ipſi centrifugæ DB prorſus æqualis. Quantum vis DB illud a centro removere nititur, tantum vis æqualis, & oppoſita AX illud ad centrum trahit: & æqualis a centro diſtantia perſeverat.

II. Mobile ellipſim Am, vel An circa ſui motus centrum deſcribens ſucceſſive ad hoc centrum accedit, & ab eo recedit: ergo *in mobili ellipſim deſcribente vis centrifuga vi centripeta modo major eſt, modo minor.*

Quum mobile pergit ab A in n, a motus centro recedit quantitate Dn: ergo vis centrifuga centripetæ prævalet quantitate Dn. Mobile ab A in m pergens ad centrum motus accedit

quan-

quantitate D*m*: prævalet ergo vis centripeta centrifugæ quantitate D*m*.

III. Alibi oſtendemus, vires has duas variabiles variis proportionibus creſcere, & decreſcere: *vim centripetam* ſemper eſſe in ratione duplicata inverſa diſtantiarum (1273); *vim centrifugam* ſemper eſſe in ratione triplicata inverſa diſtantiarum (1298). Exempli gratia,

Si mobilis in A *vis centripeta* compararetur ejuſdem mobilis centripetæ in M; vis in A eſt ut quadratum diſtantiæ *m*C; & in *m* ut quadratum diſtantiæ A C. Ejuſdem mobilis vis centrifuga in A eſt ad eandem in *m*, ut cubus diſtantiæ, ſeu radii vectoris *m*C, ad cubum radii vectoris AC. In circulo, in quo diſtantiæ, ſeu radii vectores A C, D C ſemper ſunt æquales; vires centrifuga, & centripeta ſemel æquales ſemper ſunt æquales.

1259. ASSERTIO II. *Planeta A viribus actus projectili A B, & centrali A X, ſive circulum, ſive ellipſim deſcribat, ſemper eſt in plano directionis ambarum virium, & per centrum motus tranſeunte* (*Fig.* 24).

EXPLICATIO. Vires hæ planetam vehentes nullum habent impulſum, quo extra planum ſuarum directionum diſtrahantur. Ergo planeta ab illis actus, quarum altera in vim centrifugam ex parte mutatur, nihil habet, quo extra hoc planum exeat; in hoc ergo perſiſtet.

I. Si planeta A ſolus in natura exiſteret, ejus curva e ſole viſa ad eadem cæli puncta M N O P perpetuo referretur; & ſemper in plano eſſet per ſolis centrum C, & per puncta F A B *n* D*m* tranſeunte.

II. At ſi idem planeta ab aliis planetis, aut cometis modo ad auſtrum modo ad bercam trahatur; a primævo ſuo plano exire poterit, & ab illo modo magis, modo minus diſtare. Hinc curva orietur variabilis, & irregularis.

III. At quum mutua planetarum attractio attra-

tractioni ſolis comparata minima ſit (1445); quivis planeta , & cometa ad ſenſum in primævo plano perſiſtet , nec niſi minimum quid, & inſenſile inde recedet ; quare plana hæc ad ſenſum immobilia , & ſemper eodem modo ad eclipticam inclinata ſunt (1180).

Lex prima.

1280. *Areæ triangulorum , quas radii planetæ vectores deſcribunt in periodica circa centrum motus revolutione , ſunt temporibus , quibus percurruntur , proportionales .* (*Fig.* 23.)

EXPLICATIO. Legis ſenſus eſt , planeta etſi inæquali velocitate in ſua orbita moveatur , & arcus , quos ſuo centro percurrit , modo majores, modo minores ſint ; tamen areas a ſuis radiis vectoribus deſcriptas ſemper eſſe ut tempora , quibus percurruntur : æquales temporibus æqualibus , duplas duplis , quadruplas quadruplis , &c. Exempli gratia.

Referat curva TCEGT orbitam , quam Jupiter annis duodecim circa ſolem deſcribit : area TSAT anno primo deſcripta areæ ASBA anno ſequenti deſcriptæ æqualis erit : area BSDCB duobus annis deſcripta ſingularum præcedentium dupla erit ; area DSED anno uno deſcripta præcedentis erit dimidia . Quod hic de areis anno uno deſcriptis dicimus , de percurſis menſe uno , die, hora, minuto , ſecundo dicere poſſumus : ſemper areæ ſunt temporibus proportionales. Quare noto tempore revolutionis periodicæ planetæ , & area dato tempore percurſa , tota orbitæ area nota fit.

Ex hac lege triangula duo mixtilinea TAS , ASB , quæ æqualibus temporibus percurſa ſupponemus, ſuperficie erunt æqualia : arcus tamen TA minor eſt arcu AB ; velocitas enim planetæ minor eſt in TA , quam in AB . Ut ergo areæ triangulorum ſint æquales , debet unum tan-

tantundem arcus amplitudine augeri, quantum ex imminutis lateribus decreſcit; & planeta eo magis ad centrum ſuum accedat opportet, quo majorem velocitatem acquirit, & majorem arcum eodem tempore percurrit.

Lex hæc prima Kepleri experientia confirmata aſtronomis omnibus fatentibus non in planetis primariis modo, & in cometis circa ſolem revolutis, ſed etiam in ſecundariis circa primarios, ut in luna circa tellurem, accurate ſervatur.

Lex hæc inconcuſſum totius Neutonianæ de attractione theoriæ fundamentum eſt. Summus hic geometra poſtquam obſervationibus demonſtravit, corporum gravitatem ſemper eſſe in duplicata ratione inverſa diſtantiarum, demonſtrationum ſublimium geometricarum ſerie oſtendit, legem hanc ſtare non poſſe, niſi *vis centralis* planetæ, aut cometæ cujuſque alternatim augeretur, aut minueretur in duplicata ratione inverſa diſtantiarum; & niſi ejus *vis centrifuga* alternatim augeretur, aut minueretur in triplicata inverſa ratione diſtantiarum, ſeu radiorum vectorum. Quæ quum ita ſint, Neutoni theoria geometrica de motu planetarum eſt tantum corollarium legis, quæ experientia, & obſervatione innotuerat: hæc vero lex experientia, & aſtronomicis obſervationibus manifeſta eſt tantum corollarium theoriæ motus, quem in planetis obſervamus. Sibi ſane plauſiſſet Keplerus, ſi obſervationes ſuas a geometricis, & phyſicis principiis fluere prævidiſſet.

Lex altera.

1261. *Planetæ primarii ita circa ſolem periodice convertuntur, ut quadrata temporum periodicorum ſint ut cubi diſtantiarum*; quæ exprimentur horum cuborum radicibus. $t^2 : T^2 :: d^3 : D^3$

EXPLICATIO. Keplerus definito tempore re-

 vo-

volutionis cujuſque planetæ primarii, & inveſtigata ope parallaxeos diſtantia media planetarum a ſole, conſtantem rationem detexit inter tempora periodica, & diſtantiam mediam planetarum. Porro hanc rationem enunciat allata lex, alterum aſtronomiæ fundamentum, aſtronomicis obſervationibus confirmata, geometrice demonſtrata, qua planetarum, & cometarum motus, quorum tempora periodica nota ſint, accurate ſupputantur.

Sive tempora periodica diſtantiis mediis, quarum una ignota ſit, ſive hæ illis, quorum unum ſit ignotum, comparentur; ſemper quantitas ignota innoteſcit ſimplici analogia, ſumpta pro uno proportionis termino diſtantia media telluris, quæ omnium maxime nota eſt (1221) hoc pacto: quadratum temporis periodici telluris eſt ad quadratum temporis periodici, puta, Saturni, ut cubus diſtantiæ mediæ telluris ad *x*, cubum diſtantiæ mediæ Saturni. Ex tribus primis terminis notis tertius facile innoteſcit, cujus radix cubica educetur: hæc erit diſtantia media quæſita. In noſtris elementis mathematicis facilem radicis cubicæ, & quadratæ extrahendæ methodum invenies. (*Math.* 124, 145)

Lex hæc Kepleriana in omnibus planetis primariis dum circa ſolem aguntur ſervatur; ut facile conſtabit eam planetis adhibendo, quorum ante hanc legem tempora periodica, & diſtantiæ mediæ innotuerant. Poſtquam innotuit, legem hanc generatim ſervari in corporibus omnibus per curvam in ſe redeuntem revolutis; cometis etiam adhiberi cœpit, qui ellipſes maxime excentricas circa ſolem deſcribunt, tum & planetis ſecundariis, qui circa primarios in ellipſibus convertuntur. Porro obſervationes oſtenderunt accuratam theoriæ veritatem non in planetis primariis tantum, ſed in ſecundariis pariter, & in cometis.

1262 COROLLARIUM. *Planetarum, & co-*

me-

metarum revolutionibus circa ſolem tempora periodica ſunt in ſubduplicata ratione cuborum diſtantiarum mediarum; & diſtantiæ mediæ ſunt in ſubtriplicata ratione quadratorum temporum periodicorum.

DEMONSTRATIO. Quævis magnitudo mathematica conſiderari poteſt aut tamquam radix a nullo producta, aut tamquam quadratum a ſua radice productum, aut tamquam cubus a ſua cubica radice productus; ita t^2 conſiderari poteſt aut ut radix, aut ut quadratum, cujus radix eſt t, aut tamquam cubus, cujus radix x in ſe, & in ſuum productum ducta quantitatem daret ipſi t^2 æqualem.

Scimus quoque in quavis analogia certam rationem dari inter radices $a:b::c:d$; inter quadrata $a^2:b^2::c^2:d^2$; & inter cubos $a^3:b^3::c^3:d^3$ & reciproce (*Math.* 225, 228). Quare

I. Quum ex lege præcedente $t^2 = d^3$ (*), ſi æquales hæ duæ quantitates per propriam radicem dividantur, habebimus $\surd t^2$, ſive $t = \surd d^3$. Quum ergo $t^2:T^2::d^3:D^3$, habebimus $t:T::\surd d^3:\surd D^3$. Ergo tempora periodica ſunt ut radices quadratæ cuborum diſtantiarum.

Hinc aliquando in errorem inducuntur tirones, qui putant, radices quadratas cuborum diſtantiarum eſſe diſtantias ipſas. Errant; ſiquidem radices hæ ſunt quantitates proportionales, quas ad quadratum elevare oportet, ut inde radices cubicæ extrahantur, quæ reſpectivas diſtantias exprimant. Exempli cauſa in hac analogia; tempus

(*) *Ex lege præcedente* t^2 *non eſt ipſi* d^3 *æquale, ſed proportionale. Eſt hic manifeſtus auctoris error, qui tamen non officit, quominus ex analogia* $t^2:T^2::d^3:D^3$ *recte inferatur* $t:T::\surd d^3:\surd D^3$; *quod ad intentum ſatis eſt.* Interpres.

pus periodicum telluris 1 eſt ad tempus periodicum Martis 2; ut 1000000 radix quadrata cubi numeri 10000 diſtantiæ mediæ telluris eſt ad x, ſive ad 2000000, qui numerus erit radix quadrata cubi diſtantiæ mediæ Martis. Eleva radices has 1000000, & 2000000 ad quadratum; habebis cubos diſtantiarum mediarum. Extrahe radices cubicas ex cubis 1000000000000, & 4000000000000: radices cubicæ 10000, & 15874 ferme, exprimenr in mediis telluris diametris diſtantias medias telluris, & Martis a ſole.

At media Martis diſtantia 15874 aliquantò major vera eſt; ſuppoſuimus enim periodicum Martis tempus annorum duorum, quum neque ſit menſium 23: numerus 2 juſto major & radicem quadratam, & cubum juſto majorem protulit. Sumpto in horis tempore periodico telluris, & Martis, eadem methodo media Martis diſtantia accurate invenietur. (1186)

II. Quoniam ex lege præcedente $t^2 : T^2 :: d^3 : D^3$ erit etiam analogice $d : D :: \sqrt[3]{t^2} : \sqrt[3]{T^2}$. Ergo diſtantiæ mediæ ſunt ut radices cubicæ quadratorum temporum periodicorum.

Ergo, exempli gratia, diſtantia media telluris 10000 eſt ad diſtantiam mediam Saturni x; ut radix cubica quadrati temporis periodici telluris ad radicem cubicam quadrati temporis periodici Saturni.

1263. PROBLEMA. *Dato tempore periodico telluris, tum ejus diſtantia media a ſole, ac tempore periodico planeta, aut cometa, hujus diſtantiam mediam invenire.*

SOLUTIO. Problema neque *ex ratione quadratorum temporum ad cubos diſtantiarum*, ac *ex ratione temporum ad radices quadratas cuborum diſtantiarum*, vel *ex ratione diſtantiarum ad radices cubicas quadratorum temporum* ſolvi poteſt. Omnium exempla proferemus: extrema medio ſimpliciora, & faciliora nobis videntur.

I. RA-

I. RATIO PRIMA. Datis temporibus periodicis ſive in annis, ſive in diebus, aut horis, aut minutis pro præciſione, quæ requiratur, ſingula tempora ad quadratum attollentur. Sumetur deinde diſtantia media telluris ſive in partibus proportionalibus 10000, quæ ſingulæ mediam ferme telluris diametrum exprimunt (1187), ſive in partibus abſolutis, quæ ſingulæ leucam fere exprimunt (1221). Tandem ex ſecunda lege Kepleri fiat analogia: quadratum temporis periodici telluris eſt ad quadratum temporis periodici planetæ, aut cometæ, ut cubus diſtantiæ mediæ telluris eſt ad x, quartum terminum, cujus radix cubica diſtantiam quæſitam exprimet.

Exemplum. Sit tempus periodicum telluris in horis 8766, cujus quadratum eſt 76842756; tempus periodicum Mercurii in horis 2111, cujus quadratum eſt 4456321; diſtantia media telluris partium ſeu mediarum diametrorum terreſtrium 10000, cujus cubus eſt 1000000000000; habebitur analogia 76842756 : 4456321 :: 1000000000000 : x. Diviſis mediis terminis invicem ductis per primum, exurget quotiens 57992698534, quartus terminus, ſeu cubus diſtantiæ mediæ Mercurii: ab hoc extracta radix cubica 3872 erit diſtantia media Mercurii a ſole in mediis telluris diametris. (1186)

Item. Sit tempus periodicum telluris = 1 anno; tempus periodicum cometæ anni 1759 = annis 76, cujus quadratum 5776: habebis analogiam: 1 : 5776 :: 1000000000000 : x. Quartus terminus 5776000000000000 eſt cubus diſtantiæ mediæ cometæ, cujus radix cubica 179420 exprimet diſtantiam mediam cometæ in mediis telluris diametris.

II. RATIO ALTERA. Sumpta ratione temporum periodicorum ad radicem quadratam cuborum diſtantiarum, erit analogia: tempus periodicum telluris ad tempus periodicum planetæ, aut cometæ; ut radix quadrata cubi diſtan-

tiæ mediæ telluris ad quartum terminum, qui ad quadratum efferendus erit, ut inde radix cubica extrahatur, quæ erit diſtantia quæſita. Exemplum: ſit telluris tempus periodicum annus unus; Saturni anni 30; radix quadrata cubi diſtantiæ mediæ telluris 1000000: erit analogia: 1 : 30 :: 1000000 : *x*. Quartum terminum ad quadratum effert, a quo radicem cubicam extrahe: erit hæc media Saturni diſtantia in mediis telluris diametris. Ut accuratius tamen diſtantia hæc habeatur tempora periodica diebus, & horis exprimenda ſunt: neque enim Saturni tempus telluris tempore prorſus tricies majus eſt.

III. RATIO TERTIA. Sumpta ratione diſtantiarum mediarum ad radices cubicas quadratorum temporum periodicorum, habetur analogia: diſtantia media telluris ad diſtantiam mediam planetæ, aut cometæ; ut radix cubica quadrati temporis periodici telluris, ad radicem cubicam quadrati temporis periodici planetæ, aut cometæ. Exemplum. Datis quadratis temporum periodicorum telluris & Mercurii in horis, ut ſupra, erit: 10000 : *x* :: $\sqrt[3]{76842756} : \sqrt[3]{4456321}$. Extractas radices cubicas 425, 164 quadratorum temporum periodicorum ſubſtitue eorum cubis in analogia: erit hæc: 10000 : *x* :: 425 : 164. Divide extremorum productum per medium notum, habebis quartum terminum exprimentem mediam Mercurii diſtantiam.

Quum extractis radicibus cubicis reſidua remanent nimis inæqualia, ſingulis quadratis addenda ſunt tria, aut ſex, aut novem zero, & ab his numeris ita auctis radix cubica extrahenda eſt (*Math.* 135) Exempli cauſa, in præſenti caſu, in quo radix cubica 164 reſiduum habet grande nimis, additis tribus zero quadratis temporum telluris, & Mercurii, erunt reſpective radices cubicæ 4251, 1646; & proportio 10000 : *x* :: 4251 : 1646 ſatis accurate veram Mercurii diſtantiam dabit 3872. 1264.

1274. NOTA. Quum hæc altera Kepleri lex ſervetur in omnibus corporibus curvam in ſe redeuntem deſcribentibus circa idem motus centrum; datis diſtantia media ſatellitis a ſuo planeta, tempore periodico ſatellitis hujus A, tempore periodico alterius ſatellitis B, invenietur quoque diſtantia media ſatellitis B, quæ ignota ſupponitur, inſtituta aliqua ex tribus præcedentibus analogiis: exempli cauſa, quadratum temporis periodici ſatellitis A eſt ad quadratum temporis periodici ſatellitis B; ut cubus diſtantiæ primi ad cubum diſtantiæ ſecundi. Qua ratione ſatellitis a ſuo planeta diſtantia inveniri poſſit alibi oſtendimus.

Kepleri gloriæ tantum defuit oſtendere, celebres has naturæ leges a motus, & gravitatis theoria fluere, Quod ipſe non præſtitit, plærique geometræ magno Neutono duce præſtiterunt. Hujus theoriæ illuſtriora principia tantum exponemus.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

THEORIA PRIMÆ LEGIS.

1265. THEOREMA I. *Corpus in curva motum perpetuo a duabus viribus agitur, altera projectili ſecundum tangentem, centrali altera ſecundum radium.* (*Fig* 23)

DEMONSTRATIO. I. Quum corpora ad motum, & ad quietem natura indifferentia ſint; jam ſi corpus T fertur a T in A, vis habeatur oportet illud removens a puncto T, in quo per ſe æternum maneret.

II. Quum corpus per curvam ferri nequeat, quin a curvæ puncto D ad ſequens, & contiguum tranſeat; quumque puncta duo curvæ contigua neceſſario rectam lineam efficiant; jam corpus

erit in hoc plano. Ergo mobile T ſemper erit in hoc plano; nulla enim vi mobile extra hoc planum diſtrahitur; ergo curva quævis a mobilis centro deſcripta ſemper erit in plano per centrum motus, ad quod tendit, vis centralis, tranſeunte. Q. E. D.

1267. NOTA. Antequam virium harum effectus perpendamus, earum variationes in diverſis mobilis poſitionibus, & a centro diſtantiis dignoſcendæ ſunt. Hæc a quovis geometriæ elementa callente intelligenda proponemus.

Variationes in vi centrali.

1268. OBSERVATIO. Semper innotuit corpora terreſtria *gravia* eſſe, & gravitate ad terræ centrum tendere. At vix a ſæculo innotuit, gravitatem hanc eſſe variabilem; & corpus minus ſub æquatore gravitare, quam in Gallia, minus in Gallia, quam ſub circulo polari. (251, 1417)

Hoc invento, quod anno 1672 contigit, mox innumeris concordibus obſervationibus, & experimentis confirmatum fuit, orbis miratus didicit, abſolutam corporum gravitatem ab æquatore ad polos decreſcere; non tamen adhuc in qua ratione decreſceret innoteſcebat.

Quum adhuc ignoraretur tellus ne ſphærica eſſet, an ad polos elongata, aut depreſſa, oſtendit Neutonus, abſolutam corporis gravitatem ad centrum terræ eo minorem eſſe, quo magis corpus a terræ centro diſtat; eo majorem, quo illi propinquius eſt; eamque ſequi rationem duplicatam inverſam diſtantiarum a terræ centro. Ab hac Neutoni theoria ſequebatur, tellurem eſſe ad polos compreſſam, ubi corpora graviora ſunt, ad æquatorem elevatam, ubi minus gravia ſunt. Sæculi hujus obſervationes rei veritatem oſtenderunt (1373), & theoriam, unde fluit, ipſam eſſe naturæ theoriam patefecerunt.

Neu-

Neutonus, ut definiret num gravitas ad diverſas a tellure diſtantias varia eſſet, *lunam appendere* aggreſſus eſt, ſeu lunæ gravitatem in ſua orbita cum gravitate, quam ipſa in telluris ſuperficie obtineret, comparare. Invenit vero, lunam a terræ centro diſtantem 60 ferme terreſtribus ſemidiametris ferme termillies ſexcenties minus gravitare, quam in terræ ſuperficie gravitaret, ubi a ſuæ gravitatis centro unica terreſtri ſemidiametro diſtaret; ſeu lunæ gravitatem in 60 radiorum terreſtrium diſtantia eſſe ad ejus gravitatem in unius radii diſtantia, ut quadratum $1 = 1$ ad quadratum $60 = 3600$.

Qua ratione legem hanc gravitatis, & attractionis fundamentum Neutonus detexerit, & demonſtraverit exponemus; rem tamen abſtruſa, & ſublimi geometria exutam pertractabimus.

1269. LEMMA. *Sinus verſus arcus infinite parvi æqualis eſt quadrato hujus arcus diviſo per circuli diametrum.* (*Fig.* 27)

DEMONSTRATIO. Sit A C B angulus ad peripheriam a diametro, & chorda effectus, cujus menſura ſit arcus infinite parvus A B. Erit B S ſinus rectus, S A arcus hujus ſinus verſus (*Math.* 635). Oſtendendum $SA = \frac{\overline{AB}^2}{AC}$.

I. Quum arcus A B ſit infinite parvus, nihil, aut infinite parum a recta differt: poteſt ergo A B cenſeri recta, & triangulum A B C rectilineum circulo inſcriptum. Hoc eſt rectangulum ad B; nam inſiſtit diametro A C, & ejus menſura eſt dimidia peripheria. (*Math.* 368)

II. Quum triangulum A B C ſit ad B rectangulum, linea ſeu ſinus B S eſt perpendicularis ab angulo recto ad hypothenuſam A C ducta. Duo ergo habemus triangula rectangula, A B C rectangulum ad B, & A B S rectangulum ad S. At (*Math.* 516) ex trianguli rectanguli proprietate præcipua habetur analogia: latus S A minoris trianguli ad ejus hypothenuſam A B, ut

latus

latus A B majoris trianguli ad ſuam hypothenuſam AC. Brevius. S A : A B :: A B : A C. Ergo $SA = \frac{\overline{AB}^2}{AC}$; Q. E. D.

1270. COROLLARIUM. *Idem ſinus verſus eſt eidem quadrato arcus diviſo per radium AT proportionalis*; radius enim eſt dimidia diameter; & eadem quantitas $\overline{AB}^2$ diviſa per totum, & per dimidium quotientia præbet proportionalia.

1271. NOTA. Non ſolo circulo proprietas hæc limitatur; cuivis curvæ æque convenit, per cujus puncta A, & B circulus ejuſdem curvaturæ tranſire poſſit. Tunc enim arcus AB^2 utriuſque curvæ proprius erit, & idem perſeverabit ipſius A B valor. At vero tunc A C erit circuli, non curvæ a mobili deſcriptæ diameter. Quo arcus AB orbitæ a mobili deſcriptæ magis curvatus erit, eo diameter A C circuli per eadem duo puncta tranſeuntis brevior erit; quo minus curvus erit arcus A B, eo longior erit diameter A C circuli per duo illa puncta tranſeuntis.

In duabus ſequentibus propoſitionibus ſupponemus, arcum A B ſumi in mediis mobilis diſtantiis; in ea ſcilicet curvæ ellipticæ parte, in qua curvæ radius circuli, de quo ſermo, radio ferme æqualis eſt, ita ut promiſcue pro diviſore arcus A B ellipſi, & circulo communis diameter tum circuli, tum ellipſeos a mobili deſcriptæ ſumi poſſit.

PROPOSITIO I.

1272. *Gravitas lunæ in ſua orbita a telluris centro radiis terreſtribus 60 diſtantis eſt ad ejus gravitatem in telluris ſuperficiem, ut quadratum poſtremæ diſtantiæ ad quadratum primæ, ſive ut quadratum 1=1 ad quadratum 60=3600.*

DEMONSTRATIO. Omne corpus curvam deſcribens per illius curvæ tangentem ferri nititur (1257): debet ergo corpus hoc trahi vi

cen-

centrali, qua quovis inſtante a tangente retrahatur. Luna curvam circa tellurem deſcribit; vis vero centralis, qua luna in curva hac detinetur eſt tantum ipſius lunæ gravitatio in terræ centrum; ſicuti vis centralis quodvis projectum continenter retrahens a directione horizontali eſt tantum projecti gravitatio in terræ centrum. Oſtendendum itaque dumtaxat, vim, qua motus projectilis lunæ in orbita inflectitur eſſe ter millies ſexcenties minorem, quam eſſet ad terræ ſuperficiem (*Fig.* 27).

I. *Vis centralis*, ſeu gravitas lunæ in ſua orbita M A N exprimitur *ſinu verſo* arcus A B, quem dato tempore, puta minuto, deſcribit; hic enim ſinus verſus S A exprimit qua quantitate luna a tangente A V recedat quo tempore percurrit arcum A B, ſeu qua quantitate luna ad terræ centrum T eodem tempore accederet, ſi per radium vectorem T A libere deſcenderet. Experientia enim omnibus nota conſtat, quantitatem deſcenſus eandem eſſe ſive corpus perpendiculariter per radium, ſive per lineam circularem, ellipticam, aut parabolicam deſcendat. Exempli cauſa: globus bellicus, qui ſua gravitate verticaliter deſcendens pedes quindecim uno ſecundo percurrit, eoſdem pedes eodem tempore ex gravitate percurrit ſi directione horizonti parallela, aut obliqua projiciatur. Quare noto ſinu verſo arcus, quem dato tempore luna percurrit, innoteſcet lunæ gravitas in ſua orbita; & ſinum verſum comparando ſpatio, quem corpora libere cadentia in ſuperficie terræ percurrunt, innoteſcet num gravitas variabilis ſit, & in qua ratione variabilis ſit.

II. Facile invenietur *valor ſinus verſi* S A arcus A B a luna dato tempore, puta uno minuto, percurſi. Poſita enim lunæ orbita æquali circulo, cujus radius ſit ſemidiametrorum terreſtrium 60, peripheria hæc æquatoris peripheria-

pheriæ comparari poteſt: erunt hæ peripheriæ ut earum diametri (*Math.* 475). Jam vero juxta noviſſimas, & accuratiſſimas menſuras, æquatoris terreſtris peripheria (meridiani peripheria maior) eſt ferme pedum Pariſienſium 123249600 (1377): quum ergo luna in ſua diſtantia media a nobis diſtet ſemidiametris terreſtribus ferme 60 (1220); lunæ orbita eſt pedum 123249600×60=7394976000. Si Archimedea ratione quæratur diameter peripheriæ pedum 7394976000, prodibunt pedes 2352946909 pro lunaris orbitæ diametro (*Math.* 480).

Noto jam valore totius orbitæ lunaris A N C M A, & tempora revolutionis per hanc orbitam, quod eſt minutorum 39343; diviſa lunæ orbita 7394976000 pedum per 39343, quotiens etit arcus A B pedum ferme 187964 a luna uno minuto percurſus. Hic arcus vero infinite parvus, ſeu inſenſilis cenſeri poteſt, quum ſit tantum totius orbitæ pars ferme quadrageſima milleſima.

Si ergo numeri 187964 quadratum 35330465295 dividatur per lunaris orbitæ diametrum pedum 2352946909, quotiens 15 exprimet *ſinum verſum* SA arcus A B unius minuti, ſeu ſpatium, per quod gravitas lunam a tangente A V retrahit uno minuto. Gravitas, ſeu gravitatio, aut attractio lunæ (hæc enim omnia ſunt ſynonima) efficit ergo, ut luna uno minuto percurrat pedes ferme 15 directione radii infra tangentem A V terræ centrum verſus.

III. Obſervationibus conſtat, gravia omnia libere deſcendentia prope terræ ſuperficiem pedes ferme 15 uno ſecundo percurrere, ſeu per pedes 15 ad terræ centrum accedere (248): ergo gravitas ad lunæ diſtantiam multo minor eſt, quam ad terræ ſuperficiem. Oſtendendum modo, gravitatem ad terræ ſuperficiem eſſe ad gravitatem ad lunæ diſtantiam; ut quadratum diſtantiæ lunæ a centro terræ eſt ad quadratum di-

diſtantiæ corporum prope terræ ſuperficiem ab eodem centro.

Quum corpora ad terræ ſuperficiem pedes 15 uno ſecundo percurrant, & ſpatia percurſa, ex Galilæi theoria, ſint ut quadrata temporum (375); corpus quodvis ad terræ ſuperficiem integro minuto libere deſcendens percurret pedes 15×3600. Quare ſpatium a luna ex gravitate percurſum eſt ad ſpatium a gravibus, adeoque & a luna, in ſuperficie terræ percurſum ut 15 ad 15×3600, ſive ut 1 ad 3600, quæ eſt ipſa ratio duplicata inverſa diſtantiarum: 1 ſiquidem exprimit quadratum diſtantiæ ſuperficiei telluris a centro, & 3600 quadratum diſtantiæ lunæ ab eodem centro. Ergo gravitas corporum ad idem telluris centrum gravitantium eſt in duplicata inverſa ratione diſtantiarum ab hoc centro.

IV. Nihil ſolidi theoriæ huic obiici poſſe videtur. Satis nota eſt terreſtris diameter (1377), ut inde terræ peripheria inferri poſſit: ſatis quoque nota eſt lunæ a tellure diſtantia (1220), ut inde lunaris orbitæ diameter, & peripheria deducatur. Ceterum ſi hæc lunæ a tellure diſtantia aliquanto major, aut minor ſit, puta leucis 100, lunaris orbita major, aut minor erit leucis ferme 300: orbitæ hujus curvatura aliquanto major erit, aut minor; & *ſinus verſus*, de quo quæſtio, pedibus 15 ipſe quoque paulo major, aut minor erit, ſemperque lunæ gravitationem in tellurem exprimet, quæ ad ſenſum, & re ipſa ſemper erit in duplicata ratione inverſa diſtantiarum, ut oſtendimus. Hæc & pro ſequenti propoſitione valebunt. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1273. *Gravitas corporum ad idem centrum tendentium, (puta ad ſolem) eſt in duplicata ratione inverſa diſtantiarum ab hoc centro.*

DE-

DEMONSTRATIO. I. Quum gravitas ſit proprietas corporibus omnibus terreſtribus, & cæleſtibus communis, jam omnia amplectetur Neutoni theoria; & ſolido judicio analogico (*Math.* 135), inferri poterit, corpora omnia in ſuum centrum ea ratione gravitare, qua luna, & corpora terreſtria in centrum terræ. Itaque ex hac lege gravitas ſemper erit maſſa diviſa per quadratum diſtantiæ, ſeu $\frac{M}{D^2}$. Exempli cauſa (*Fig.* 27).

Sit ſol T, tellus A: invenietur telluris in ſolem gravitas, quæ exprimetur per ſinum verſum S A. Terreſtris enim orbitæ diameter ATC circa ſolem quum ſit pedum ferme 900, 000, 000, 000 (1221, III.); tota orbita ANCMA erit pedum ferme 2, 828, 500, 000, 000; tempus vero, quo hæc orbita percurritur, minutorum ferme 525968 (1179). Pedes orbitæ terreſtris 2, 828, 500, 000, 000 dividendo per minuta 525968, erit quotiens 5376750 pedum exprimens arcum A B uno minuto a tellure percurſum. Deinde hujus arcus A B quadratum dividendo per diametrum A T C, ſive 28909440562500 per 900000000000, erit quotiens pedum ferme 32, a quo exprimetur valor ſinus verſi S A, ſeu quantitas, qua terræ in ſolem T gravitas illam uno minuto a tangente A V retrahit.

II. Poſito ſemper ſole immobili in T, ſi eadem ſinus verſi theoria ceteris planetis circa hoc aſtrum revolutis adhibeatur; inveniemus, ſinum verſum S A arcus infinite parvi (puta unius ſecundi, aut minuti gradus) in orbita Veneris eſſe ad ſinum verſum ſimilis arcus in orbita telluris; ut quadratum diſtantiæ telluris a ſole ad quadratum diſtantiæ Veneris ab ipſo ſole (1186): deinde ſinum verſum S A arcus a Jove uno minuto, exempli gratia, deſcripti eſſe ad ſinum

ve-

verſum arcus eodem tempore a Saturno deſcripti; ut hujus diſtantiæ quadratum ad illius diſtantiæ quadratum. Atqui ſinus hi verſi exprimunt horum corporum gravitatem in ſolem, ſeu ſpatium, per quod gravitas illa dato tempore in ſolem trahit; ergo in omnibus his corporibus gravitas, ſeu niſus in commune motus centrum eſt in duplicata inverſa ratione diſtantiarum a ſole communi motus centro. Lex eadem valet in Jovis, & Saturni ſatellitibus reſpectu planetæ primarii, qui eſt illis commune motus centrum.

III. Quamprimum oſtendemus, planetas in ellipſibus circa ſolem converti, ad quem alternis accedunt, & a quo recedunt; nec eos ita in ellipſibus moveri poſſe, niſi perpetuo a vi centrali, ſeu gravitate agantur, quæ in ea ratione creſcat, in qua quadratum diſtantiæ minuitur; in ea ratione minuatur, in qua quadratum diſtantiæ augetur. Quare omnia conſpirant ad præcipuam hanc gravitatis, ſeu attractionis legem in duplicata inverſa diſtantiarum ratione generalem demonſtrandam. Q. E. D.

1274. NOTA. In curva MABN a luna, ſeu alio planeta circa ſuum gravitatis centrum T deſcripta (*Fig.* 27), arcus AB mobilis velocitatem exprimit, ſeu ſpatium dato tempore percurſum: ſinus verſus AS ejuſdem mobilis eodem tempore vim centralem. Quum itaque $\frac{\overline{AB}^2}{AC}$ exprimat vim centralem AS (1272), ſi dicatur V velocitas ipſi AB æqualis, & R diameter, aut radius circuli AC, habebitur alia formula vim centralem exprimens $\frac{V^2}{R}$, hoc eſt, quadratum velocitatis diviſum per circuli diametrum, ſeu per radium illi proportionalem. Formulam hanc in ſequentibus ſæpius uſurpabimus.

Quum

Quum in circulo vires centripeta A S, & centrifuga B V ſemper æquales ſint, formula $\frac{V^2}{R}$ utramque exprimet.

Variationes vis projectilis.

1275. ASSERTIO. Velocitas corporis curvam ex viribus projectili, & centrali deſcribentis eſt accelerata, quum radius vector angulum acutum efficit cum directione vis projectilis: retardata, quum hic angulus eſt obtuſus: uniformis, quum rectus eſt (*Fig.* 29).

DEMONSTRATIO. Sit AHBMA curva deſcripta circa motus centrum S ex vi projectili in directione tangentis, & ex vi centrali in directione radii. Harum virium directiones magis; minuſve oppoſitæ ſemper angulum efficiunt ad centrum mobilis hanc, aut aliam quamvis curvam deſcribentis.

I. Quum angulus duarum virium directionibus effectus acutus eſt, vires hæ ſeſe mutuo juvant; & communis earum effectus eo major eſt, quo angulus acutior (349): ergo mobile M actum a vi centrali MS, & a projectili MP velocitatem augere debet. Vis centralis M S expreſſa per MN in duas ſolvitur (346), alteram N*n*, vel *m*M tangenti curvæ perpendicularem, qua exprimitur verus niſus, quo vis centralis corpus in curva detinet, & centrum S verſus urget; alteram *n* N, vel N*m*, tangenti parallelam, & vis projectilis directioni, qua exprimitur niſus ipſius vis centralis in directione vis projectilis MP: debet ergo niſus hic *n* M vis centralis velocitatem mobilis in M augere.

II. Quum angulus a directionibus virium conſpirantium effectus eſt obtuſus, vires invicem eliduntur aliquatenus; & eorum communis effectus eo magis minuitur, quo magis obtuſus

eſt angulus (349): ergo mobile in H actum vi projectili HP, & centrali HS retardari debet. Vis centralis HS expreſſa per HR æque reſolvitur in duas, quarum altera H*b*, aut R*r* mobile in orbita retinet, & ad centrum S urget: altera R*b*, vel *r* H agit in mobile directione directioni HP vis projectilis e diametro oppoſita: debet ergo niſus R*b* vis centralis mobilis velocitatem retardare.

III. Quum angulus a viribus conſpirantibus effectus rectus eſt, vires ſibi invicem nec nocent, nec favent: quælibet eum ipſum effectum edit, quem ſolitaria ederet (348). Vis centralis AS, vel BS quum ſit tangenti, adeoque & vi projectili, ſeu directioni mobilis AP, & BP perpendicularis, non decomponitur, ut in præcedentibus: tota igitur agit in punctis A, & B ubi angulus rectus eſt, in mobili in ſua curva retinendo, & ad centrum S urgendo; neque ullo pacto aut directione AP vis projectilis, aut oppoſita AV nititur.

Ergo mobile curvam deſcribens viribus projectili, & centrali accelerari debet, quum angulus a radio vectore, & a vi projectili effectus acutus eſt, retardari, quum hic angulus eſt obtuſus, motu uniformi procedere, quum rectus eſt. Q. E. D.

1276. COROLLARIUM. Hinc ſi planetæ moventur in circulo, ſemper *uniformi motu* procedent: ſi vero in *ellipſi*, *retardari* debent a perihelio A ad aphelium B; ab aphelio B ad perihelium A accelerari: *media velocitate* ferri ad æqualem a perihelio, & aphelio diſtantiam. (*Fig.* 29).

I. Obſervationibus aſtronomicis conſtat, planetas modo majori, modo minori vera velocitate ferri: nos vero quamprimum oſtendemus, velocitatem hanc ejuſdem planetæ ſemper eſſe in ratione inverſa radiorum vectorum (1287): *Ergo planeta circa ſolem circulum*

ſive

ſive concentricum, ſive excentricum non deſcribunt.

II. Obſervationibus quoque conſtat, curvas a centro planetarum circa ſolem deſcriptas in ſe redire: ergo *orbita planetarum, quæ circulus non eſt, neceſſario eſt ellipſis* (*Math.* 769).

Actio conjuncta virium projectilis, & centralis.

1277. THEOREMA I. *Linea a mobili deſcripta ex viribus projectili, & centrali curvaturam habet, ceteris paribus, vi centripetæ proportionalem* (*Fig.* 24).

DEMONSTRATIO. Quo major erit vis projectilis, contripeta minor, minus mobile a directione projectilis diſtrahetur, minuſque arcus ab illo deſcriptus a tangente differet. Contra quo major erit vis centripeta, projectilis minor, magis mobile in directione centripetæ inflectetur, magiſque arcus ab illo deſcriptus a tangente recedet. Q. E. D.

1278. THEOREMA II. *Vires projectilis, & centralis variis modis conjunctæ mobile ducere poſſunt per circulum, per ellipſim, aut per aliam quamvis curvam* (*Fig.* 30, 31).

DEMONSTRATIO. I. Mobile actum vi projectili AV, & centrali AS curvam deſcribet; ejus enim motus projectilis ſingulis inſtantibus a linea recta vi centrali deflectetur. Si inflexio VB ubique æqualis eſt effectui vis centralis AS, curva a centro mobilis deſcripta erit circulus; ſi inflexio VB major ſit, aut minor (*a*) effectu vis centralis AS, mobile aut ad

---

(a) *Nunquam inflexio effectu vis centralis major eſſe poteſt; ab hac enim dumtaxat inflexio habetur.* Interpres.

ad centrum S accedet, aut ab eo recedet; & cûrva deſcripta erit a circulo diverſa.

II. Mobile viribus projectili, & centrali diverſo modo compoſitis quamvis curvam deſcribere poterit. Curvæ natura ſiquidem eſt quidam inflexionis gradus in dato puncto, & alius inflexionis gradus juxta quamdam legem in punctis ſequentibus: atqui vis projectilis quovis modo, & juxta quamvis legem a vi centrali inflecti poteſt; ergo vis centralis, quæ modo cum projectili planetas, & cometas per ellipſim agit; ſub aliis legibus, aliiſque compoſitionibus per curvam quamlibet illos egiſſet. Q. E. D.

1279. THEOREMA III. *Quæcumque curva ſit a mobili ex vi projectili, & centrali deſcripta; ejus radius vector æquales areas æqualibus temporibus, adeoque his proportionales deſcribet* (*Fig.* 25).

DEMONSTRATIO. Continet theorema primam Kepleri legem, adeoque præcipuam phyſicæ theoriam: hanc cuique in motus legibus, & in geometria aliquantum verſato clare exponemus.

Sit mobile A, quod vi projectili A P, & centrali A *a* arcum A B percurrerit, & radio vectore trianguli A S B aream dato tempore deſcripſerit. Dico, mobile his viribus æquali tempore deſcripturum aream trianguli B S C: tertio æquali tempore aream trianguli D S C; quarto aream D S E, vel D S F; atque ita porro: atque omnes has areas æquales eſſe.

Quum minimo tempore arcus A B, B C a centro mobilis deſcripti minimum differant a linea recta; duo triangula mixtilinea A S B, BSC rectilinea cenſeri poſſunt. Oſtendam duo hæc triangula eſſe æqualia, quantumvis latus BC ſecundi majus ſit latere AB primi: eadem demonſtratio pro ceteris triangulis valebit.

I. Mobile A, cujus radius vector dato tempore, puta minuto, percurrit triangulum ASB, ad

ad finem hujus minuti eſt in B. Si mobile in B vi tantum projectili BR = AB ageretur, uno minuto pergeret ex B in R; & ejus radius vector aream trianguli BSR percurreret. Triangula ASB, BSR æqualia ſunt, eandem enim baſim habent AB = BR, & eandem altitudinem, quum ſint inter parallelas AR, MN (*Math.* 494).

At mobile B non vi projectili BR tantum, ſed & centrali B*b* agitur, qua in directione radii BS urgetur, & cujus effectus erit RC ipſi BS parallela. His viribus mobile percurrit diagonalem BC, & ejus radius vector percurrit aream trianguli BSC. Triangula BRS, BCS ſunt æqualia, eandem quippe baſim habent, & ſunt inter eaſdem parallelas BS, RV. Linea vero RCV eſt ipſi BS parallela, quia mobile in B actum fuit a vi centrali B*b*, cujus actio effectum RC ſortiri debet in directione B*b* eo minimo tempore, quo mobile ex B in C tranſit.

Jam vero, quoniam trangulum ABS ipſi BRS æquale eſt, & BCS ipſi BRS, etiam ARS ipſi BCS erit æquale. Ergo prima duo triangula a radio vectore duobus æqualibus temporibus deſcripta ſunt æqualia.

I. Idem valet in ſequentibus. Tertio æquali tempore mobile ex vi projectili CX = BC pergeret in X; ex vi centrali C*c* pergeret in C in directione radii vectoris: ex viribus conjunctis perget in D. Triangula BCS, CXS ſunt æqualia; habent enim eandem baſim BC = CX, & ſunt inter parallelas BX, *n*M. Triangula quoque CXS, CDS æqualia ſunt; habent enim eandem baſim CS, & ſunt inter parallelas CS, XD. Triangula ergo BCS, CDS æqualibus temporibus a radio vectore deſcripta quum tertio CXS æqualia ſint, & inter ſe æqualia ſunt.

III. Mobile in D ex vi projectili DZ = DC

pergeret in Z; ex vi centrali D *d* pergeret in *d* in directione radii vectoris, aut in quavis directione Z E impulſui D *d* parallela: ex viribus his conjunctis perget in E. Triangula C D S, D E S ſunt æqualia, quum tertio D Z S æqualia ſint.

Vis centralis aucta, aut imminuta triangulorum a radio vectore deſcriptorum æqualitatem non mutat. Exempli cauſa, vis centralis D *d* transferat uno minuto mobile in E; vis major eodem tempore illud transferet in F; adhuc major in G. Radius vector his tribus viribus in directione D S percurreret triangulum D E S, vel D F S, vel D G S; atqui tria hæc triangula ſunt æqualia, quum eandem habeant baſim D S, & ſint inter eaſdem parallelas D S, Z G. Quæcumque ergo ſit vis centralis, mobile æqualibus temporibus æquales areas deſcribet.

IV. Fruſtra mobilis progreſſum quo tempore magis ad centrum S accedit ulterius perſequeremur; at non fruſtra ejus motum conſiderabimus quo tempore a centro S recedit. In primo caſu: velocitas mobilis acceleratur; angulus enim a viribus conſpirantibus effectus eſt acutus; in altero retardatur; hic enim angulus tunc eſt obtuſus (1275).

Pergat mobile non directione A B C D E, ſed E D C B A ſemper a vi projectili, & centrali ductum. Primo dato tempore radius vector percurret arcum E D, & aream trianguli E S D. Secundo æquali tempore ejus vis projectilis D H = E D illud ferret in H; & vis centralis ejus directionem inflectet, & velocitatem retardabit, & perget illud in C. Tertio æquali tempore vis projectilis C K = C D illud ageret in K; at vis centralis ejus directionem inflectens, & adhuc velocitatem retardans illud transferet in B; atque ita porro. Triangula hæc omnia E S D, D S C, C S B, B S A rationibus ſupra allatis erunt æqualia.

Quo-

Quoniam æqualibus temporibus radius vector ex viribus projectili, & centrali areas æquales deſcribit, jam tempore duplo, triplo, quadruplo areas duplas, triplas, quadruplas deſcribet; ergo temporibus proportionales. Q. E. D.

1280. COROLLARIUM. *Quum mobile areas æquales æqualibus temporibus percurrat; ejus tempus periodicum erit in ratione directa areæ totius orbitæ, & in inverſa areæ dato tempore deſcriptæ.*

Hoc eſt: mobile totidem tempora æqualia inſumet in tota orbita percurrenda, quot in illa continentur triangula illi æqualia, quod dato tempore deſcribit; & eo longiori tempore revolutionem explebit, quo ſector dato tempore deſcriptus minor erit.

1281. THEOREMA IV. *Velocitates mobilis ellipſim circa motus centrum deſcribentis ex vi projectili, & centrali ſunt in ratione inverſa radiorum vectorum* (*Fig.* 25).

DEMONSTRATIO. Velocitates planetæ in diverſis orbitæ ſuæ punctis temporibus æqualibus ſunt ut rectæ AB, BC, CD, DE triangulorum æqualium ASB, BSC, CSD, DSE; ſunt enim ſpatia temporibus æqualibus a planeta percurſa. Lineæ hæ, quæ velocitates exprimunt, & quæ eo magis creſcunt, quo magis mobile ad ſuum centrum S accedit, in tota elliptica revolutione creſcunt, & decreſcunt in ratione inverſa radiorum vectorum. Exempli cauſa: Si planetæ velocitas in B ejus velocitati in C comparetur, erit velocitas in B ad velocitatem in C, ut radius vector CS ad radium vectorem BS: oſtendo (*Fig.* 28).

I. In triangulis ASB, BSC æqualibus, & æqualibus temporibus percurſis ſit SB baſis trianguli BSA: SC baſis trianguli CSB. In has baſes demittantur perpendiculares AM, BM. Quum triangula ſint æqualia, erit $SB \times AM$ $= CS \times BN$;

=CS×BN; ergo SB: SC :: BN: AM. (*Math.* 173).

II. In iiſdem triangulis, lineæ A B, B C minimo tempore deſcriptæ pro rectis ſumantur: hæ planetæ velocitates exprimentes erunt hypothenuſæ triangulorum rectangulorum AMB, BNC, quæ quum tempore minimo deſcripta ſint, ſimilia haberi poſſunt. Ergo AB: BC :: AM: BN (*Math.* 516).

III. In triangulis æqualibus ASB, BSC radii vectores SB, SC ſunt in ratione inverſa altitudinum AM, BN, ex prima propoſitione; erunt ergo etiam in ratione inverſa linearum AB, BC, quæ, ex ſecunda, ſunt ut altitudines.

Ergo in planetæ, aut alius mobilis motu circa centrum S velocitates expreſſæ a baſibus AB, BC, quas radii vectores includunt, ſunt in inverſa ratione radiorum vectorum. Q. E. D.

1282. NOTA. Duplex in motu planetarum velocitas diſtinguenda eſt: abſoluta, & angularis.

I. *Velocitas abſoluta* eſt ſpatium a planeta percurſum diviſum per tempus, quo percurritur. Eſt hæc in ratione inverſa radiorum vectorum, ex præcedente theoremate.

II. *Velocitas angularis* eſt arcus circuli maximi cæleſtis incluſus duobus radiis vectoribus indefinite ultra planetam productis. Poſitis temporibus æqualibus, velocitas angularis eſt *in ratione duplicata inverſa radiorum vectorum*. (*Fig.* 26).

Sit circa ſolem S circulus maximus cæleſtis V X D E, in cujus plano ſit planetæ orbita *ab* A B, ita ut planetæ a ſole diſtantia S A dupla ſit alterius diſtantiæ S*a*. Anguli VSX, DSE ad verticem oppoſiti ſunt æquales: ſint ſinguli unius gradus. Planeta in *a*, die uno percurret ſpatium *ab*: e ſole viſus videbitur per-

percurriſſe ſpatium V X unius gradus. Deinde planeta ipſe in A eandem habuerit velocitatem: quum ſpatium A B duplum ſit ſpatio *a b*, tempore duplo opus eſſet, ut planeta ſpatium A B percurreret. At quum vera planetæ velocitas dimidio minor ſit in A, quam in *a*; ex præcedente theoremate, tempore quadruplo opus erit ut illa arcum A B unius gradus, ut *a b*, percurrat. Velocitas ergo angularis planetæ in A B eſt primo in ratione inverſa diſtantiæ ex minori velocitate; & adhuc in ratione inverſa diſtantiæ ex majori ſpatio radiis vectoribus incluſo. Ergo angularis planetæ velocitas in *a b* eſt ad angularem ejus velocitatem in A B, ut SA^2 ad Sa^2.

Theoria hæc planetarum, & cometarum motibus applicata.

1285. HYPOTHESIS. Ad planetarum, & cometarum motum curvilineum concipiendum circa quodvis gravitationis centrum, planetam aliquem ante leges naturæ, & motus conditas initio temporum conſideremus in immenſo ſpatio ſitum, natura ſua ad motum, & quietem indifferentem, aptum tamen quavis directione moveri (*Fig.* 23).

I. Planeta hic aut cometa T æternum immobilis permanebit in T, niſi a cauſa aliqua ad motum ſollicitetur: nec natura ad ſolem S, aut ad aliud quodvis corpus accedere nititur: ſi vero quavis directione impellatur, quum natura ad motum, & ad quietem indifferens ſit, hanc directionem ſequetur donec a cauſa aliqua diſtrahatur: in eo nec aſcenſus erit, nec deſcenſus; *quum in ſpatio infinito neque ſuperius ſit, neque inferius* ante motum creatum; & ejus leges ſtatutas.

II. Naturæ auctor in legibus, quas libuerit, motus condendis omnino liber ſtatuat, planetam

hunc perpetuo in ſolem S tendere *vi centrali, qua ſit in duplicata inverſa diſtantiarum ratione ab hoc aſtro*. Planeta T, qui antea ad ſolem S accedere, aut ab eo recedere non poſtulabat, ex hoc creatoris decreto perpetuo in hoc aſtrum tendet; quem niſum gravitatem, attractionem, gravitationem promiſcue nuncupabimus.

III. Semel idem naturæ auctor planetæ huic impulſum indat directione quavis apta illum a ſole S amovere: atque ex hoc impulſu oriatur *vis centrifuga* (1258), *qua ſemper ſit in triplicata inverſa ratione diſtantiarum a ſole*. Planeta T, qui antea a ſole receſſum non expetebat, ex nova hac creatoris lege perpetuo a ſole recedere nitetur; quem niſum vim centrifugam vocabimus; eritque ipſa vi centripetæ ſeu centrali oppoſita.

Ex hac hypotheſi, quæ ipſa naturæ legum hiſtoria eſſe videtur, perpetua habebitur planetæ T revolutio per curvam in ſe redeuntem circa ſolem; ut oſtendere pergimus; eam dumtaxat variis conditionibus, quas in eodem mobili aut in pluribus, vires projectilis, & centralis ſubire poſſunt, accommodantes.

1284. APPLICATIO I. Sit initio temporum planeta, aut cometa A, cui ſemel Deus vim centralem indat A *n*, & vim projectilem A V, unde oriatur vis centrifuga V B = A *n*. Linea projectionis A V, & linea gravitationis A *n* ſint ad angulos rectos ad centrum mobilis; & vis centrifuga B V ſit omnino æqualis centripetæ A *n*. Dico, *centrum gravitatis hujus planetæ perpetuo deſcripturum circulum circa centrum S, quod ſolem eſſe ſupponemus*: at non hæc eſt curva a planetis, & cometis circa eorum gravitationis centrum deſcripta. (*Fig.* 30)

EXPLICATIO. I. Inſtante primo infinite parvo planeta ex viribus conſpirantibus A V, A *n* (quum his tantum viribus agatur) deſcribet diagonalem minimi parallelogrammi, cu-

jus latera ſint in directione, & ratione illarum virium. Centrum ergo planetæ primo hoc tempuſculo minimum arcum A B deſcribet, nec ad gravitationis centrum *S* accedet, aut ab eo recedet; ex hypotheſi ſiquidem vis centrifuga illum perpetuo nititur ab hoc centro *S* tantundem removere, quantum vis centripeta illum ad idem punctum trahit. Ad finem itaque hujus tempuſculi planeta erit in B in extremitate radii B S.

II. Quum vires A V, A *n* ſint invicem ad angulos rectos, mutuo nec eliduntur, nec juvantur: earum communis effectus A B utriuſque vis, projectilis A V, & centralis A *n* actionem adæquat: ut experientia docet (348): Quare vires hæ, quæ nec auctæ, nec imminutæ ſunt erunt in B eædem ipſæ, quæ erant in A. Ergo planeta in B adhuc agetur a vi projectili B M = A V, & a vi centrali B *m* = A *n*; & vires hæ adhuc angulum rectum efficient. Ergo ſecundo tempuſculo infiniteſimo planeta ex his duabus viribus deſcribet diagonalem B C = A B, nec magis ad gravitationis centrum *S* accedet, aut ab eo recedet; nec in ſpatio percurſo B C vis alterutra alteram excedet; pergunt enim ſibi nec nocere, nec favere. (448)

III. Tertio tempore infiniteſimo, atque ita porro in infinitum, planeta in C ſemper æque in directione tangentis, & radii ſollicitatus, & eodem modo a vi centripeta ad ſuum gravitationis centrum attractus, & directione e diametro oppoſita a vi centrifuga diſtractus infinitas minimas diagonales centro ſuo deſcribet, quarum ſumma erit circuli peripheria.

Quum planeta moveri ſupponatur in vacuo, aut in medio non reſiſtente, vires projectilis, & centralis nullum obſtaculum offendentes perpetuo eædem erunt, quæ primo inſtante motus fuerunt; ergo planetæ centrum ſemper a radio circuli vectum perpetuo circulum circa gravita-

tionis centrum S deſcribet ex viribus, quibus in linea circulari moveri cœpit. Q. E. D.

1285. APPLICATIO II. In iniciali planetæ, aut cometæ eiuſdem motu lineæ projectionis A V & gravitationis A B ſint ad angulos rectos ad planetæ centrum, at vis centrifuga a projectili A V orta ſit centripeta multo major. Dico, in vacuo, ſeu in medio non reſiſtente *planetam perpetuo deſcripturum circa gravitationis centrum S curvam in ſe redeuntem, quæ non ſit circulus*: hæc eſt curva planetarum, & cometarum. (*Fig.* 31).

EXPLICATIO. I. Suppoſito mobile in A & angulo virium projectilis, & centralis recto; ſi vires centripeta, & centrifuga eſſent æquales, mobile primo inſtante pergeret in *a*, & per circuli peripheriam procederet, ut oſtendimus. (1284)

At quum vis centrifuga a projectili A V orta centripetam A *b* ſuperet in hac hypotheſi, primo tempuſculo mobile a centro gravitationis recedet juxta exceſſum vis centrifugæ ſupra centripetam: ſicuti globus bellicus directione horizonti perpendiculari, aut obliqua exploſus a terræ centro recedit, fruſtra obluctante vi permanente gravitatis, qua ad terræ centrum ſollicitatur. Planeta A itaque poſt primum datum tempus magis a ſuo centro diſtabit in puncto B & ex viribus A V, A *b* diagonalem, ſive arcum A B percurriſſe invenietur. (345)

II. Planeta, aut cometa in B adhuc ſollicitatur a vi projectili per tangentem B T, & a vi centrali per radium vectorem BS: ex his viribus conſpirantibus altero æquali tempuſculo percurret arcum B C. Hic nota,

Primo, quum angulus S B T virium ſit obtuſus, earum communem effectum B C minorem fore, quam primo tempuſculo: unius enim actio ex parte inſumitur in alterius actione elidenda. (349) Atqui effectus hic communis B C eſt mobilis

bilis velocitas : ergo hæc minor erit ſecundo tempore, quam primo. (1275)

Deinde, quum vis centrifuga decreſcat in triplicata inverſa ratione radiorum vectorum (ut ſuppoſuimus, & mox oſtendemus), dum vis centripeta decreſcit tantum in duplicata inverſa eorum radiorum ratione, vim centripetam in B minus, quam in A excedi a vi centrifuga. Mobile ergo ex B in C trajectum hoc ſecundo tempore adhuc a centro S recedet, minus tamen, quam primo tempore.

III. Planeta, aut cometa adhuc ab illis duabus viribus agitur, quarum angulus S C T obtuſior fit ; ejus ergo velocitas minuitur (1275). Vis centrifuga hic procedens a vi projectili ſemper decreſcente perpetuo minuitur, ſicuti & vis centripeta, quo major fit radius vector ; at prima in majori ratione minuitur, quam poſtrema. Mobile ergo his viribus actum pergit a centro S recedere juxta exceſſum ſemper decreſcentem vis centrifugæ ſupra centripetam.

IV Tandem cometa, aut planeta ad quoddam punctum D pervenit, ubi vires centrifuga, & centripeta ſunt æquales. Si angulus S D T virium rectus eſſet, planeta in puncto D circulum deſcribere inciperet, & ſemper deſcribere pergeret. (1284)

At vero quum angulus SDT ſit obtuſus, magna pars vis centripetæ inſumitur in mobilis velocitate retardanda (1275) ; dum vis centrifuga tota inſumitur in mobili a ſuo gravitationis centro removendo. Vis centripeta in duas reſolvitur, quarum una in ſibi æqualem centrifugam, quæ non decomponitur, non colluctatur. Mobile ergo, cujus vis centripeta multo imminuitur, adhuc a centro S recedere perget donec ad ſuperiorem abſidem F adveniat. (1175)

V. Quum illuc planeta advenit, vis centripeta centrifugæ e diametro opponitur ; non ergo, ut antea, in duas reſolvitur. Quum vero

poſt

poſt punctum D, ubi hæ vires erant æquales, ſemper decreverit, prima in duplicata, altera in triplicata radiorum vectorum ratione; vis centripeta in F centrifugam multo excedere debet; coget ergo vis centripeta exceſſu ſuo mobile ad centrum S tantundem accedere, quantum in præcedente dimidia curva receſſerat.

VI. In F, ubi vires projectilis F T, & centralis F x ſunt ad angulos rectos, planeta circulum deſcriberet, ſi vires centrifuga, & centripeta æquales eſſent (1284). At quum vis centrifuga maxime imminuta multo minor centripeta ſit, hæc exceſſu ſuo magis magiſque mobile trahit ad centrum S, illudque cogit ſucceſſive diagonales deſcribere F G, G H, H I, I K, K L, L A. Ubi nota, ut antea, quo magis mobile ad ſuum centrum accedit, eo magis curvam deprimi, ut in parte oppoſita; & omnes virium conſpirantium angulos S I T magis, minuſve auctos eſſe ab abſide ſuperiore F ad inferiorem A. Quare mobile in tranſitu ab abſide ſuperiore F ad inferiorem A velocitatem magis magiſque accelerare debet. (1275)

VII. Quum vires centripeta, & centrifuga ab abſide ſuperiore ad inferiorem diverſa ratione creſcant, prima ſcilicet in duplicata, altera in triplicata radiorum vectorum; mobile tandem ad punctum F, aut K pervenit, in quo hæ vires ſunt æquales. Si angulus S I T a vi projectili, & centrali effectus rectus eſſet, mobile per circulum pergeret; quum vero acutus ſit & ſequentes quoque S K L, magna pars vis projectilis nititur mobile ad centrum S trahere, atque ita centrali favet, centrifugæ officit (1275). Ita vis centripeta, non obſtantibus ſucceſſivis, & in majori ratione centrifugæ augmentis, hiuprævalere pergit, & magis magiſque mobile ad centrum S admovet donec ad abſidem inferiorem A pervenerit.

VIII. Quum tandem in A vires centripeta

pro-

projectilis ſint ad angulos rectos, non ſe amplius mutuo juvant. Vis centrifuga, quæ ab abſide ſuperiori ad inferiorem perpetuo crevit in triplicata ratione inverſa radiorum vectorum, quum centripeta in duplicata tantum inverſa illorum ratione creverit, maximum augmentum in A obtinet. Hic oppoſita multo fortior actionis exceſſu planetam a centro S removet, illumque per eandem omnino curvam hactenus expoſitam ducit a ſua origine A uſque ad reditum in ſe ipſum ad idem punctum A. Ergo planeta, aut cometa, de quo hactenus, ex viribus projectili, & centrali juxta certas leges variabilibus circa ſuum gravitationis centrum curvam in ſe redeuntem deſcribet, quæ non erit circulus. Q. E. D.

1286. APPLICATIO III. In theoria virium planetam, aut cometam A agentium hactenus expoſita, mobile ſupponitur eſſe in perihelio: ſive in ſua inferiori abſide in primo inſtante projectionis AV. Reliquum eſt, ut oſtendamus, *in primo projectionis inſtante mobile in alio ejuſdem aut ſimilis curvæ puncto eſſe potuiſſe ſub aliis motus compoſitionibus, quæ omnes ad expoſitam reducuntur.* (Fig. 31)

EXPLICATIO. I. In primo motus inſtante vires projectilis, & centralis ſint ad angulos rectos; at vis centripeta centrifugam excedat: mobile in F, abſide ſua ſuperiori, curvam FGHIKLA percurret perpetuo ad ſuum centrum accedens uſque ad punctum A, ubi præcedens explicatio cœpit. In hac hypotheſi, ſi mobile ſit cometa, aut planeta primarius, projectio FT in aphelio cœpit.

II. Initio projectionis vires projectilis, & centralis æquales ſint, ſed ad angulum obtuſum: mobile in D inter utramque abſidem perpetuo recedet a centro S donec ad ſuperiorem abſidem F advenerit, ubi ad centrum accedere incipiet; ut explicavimus. In hac hypotheſi projectio cœpit inter utramque abſidem, directione ab inferiori ad ſuperiorem. III.

III. Vires projectilis, & centralis initio projectionis adhuc æquales ſint, ſed ad angulum acutum: mobile in I perpetuo ad centrum accedet uſque in A, ubi recedere incipiet (1285). In hac hypotheſi projectio cœpit inter utramque abſidem directione a ſuperiori ad inferiorem.

IV. Incipiat projectio ad angulum rectum in perihelio A, & vis centrifuga multo maxime centripetam excedat: curva a mobile circa centrum S deſcripta erit maxime excentrica: erit hæc curva cometæ. Vis centrifuga medioeriter tantum centripetam excedat; curva deſcripta non erit admodum excentrica: erit hæc curva alicujus ex noſtris planetis.

V. Facile intelliges, motum projectilem directionem quamcumque habere poſſe; & mobile quodvis in medio non reſiſtente perpetuo motum iri directione quavis motus primitus impreſſi. Hinc diverſi planetarum, & cometarum motus. Illi omnes impulſum ab occidente in orientem, at non alterum alteri parallelum ſubierunt: hi diverſis directionibus impulſus ſubierunt, alii ab occidente in orientem, alii ab auſtro in boream, alii a borea in auſtrum; & omnes circa proprium gravitationis centrum moveri pergunt curvas deſcribentes, quarum planum primam motus projectilis directionem continet. (1266)

Objectiones diluendæ.

1287. OBJECTIO I. Quum planeta, aut cometa A moveri incipit in curva a circulo diverſa, vis centripeta eſt centrifuga major, aut minor. Si *major* ſit, mobile viribus his oppoſitis, & inæqualibus ſollicitatum perpetuo ſpiras circa ſuum gravitatis centrum deſcribere debet ita, ut in quavis revolutione magis magiſque in infinitum ab hoc centro recedat; ſi *minor* ſit, ſpiras deſcribet, quibus perpetuo ad hoc cen-

trum

trum accedat, donec in ipſum incidat. Ergo planeta, aut cometa, cujus curvam deſcripſimus ex viribus projectili, & centrali certam, ac definitam ellipſim circa ſuum gravitatis centrum non deſcribet. (*Fig.* 31)

RESPONSIO. Si vires centrifuga, & centripeta eſſent aut duæ vires conſtantes, aut quæ in eadem ratione augerentur, aut minuerentur quo tempore mobile ab ipſis actum ad ſuum centrum accedit, aut ab eo recedit; profecto quæ virium initio motus prævaleret perpetuo alteri prævaleret, & objectas ſpiras deſcribere cogeret.

At ſi vires hæ diverſis rationibus creſcunt, & decreſcunt dum mobile ad centrum accedit, aut ab eo recedit: ſi, exempli gratia, dum mobile ab A tranſit in F, vis centrifuga minuitur in triplicata inverſa ratione radiorum vectorum & centripeta ſequitur tantum duplicatam inverſam eorum rationem, jam vis centrifuga in multo majori ratione, quam centripeta decreſcens, poſt datum tempus iſti æqualis fiet, deinde iſta minor; & vis, quæ major fuit in perihelio A, non amplius talis erit in aphelio F; & reciproce quæ virium alteri præſtitit in aphelio F, non amplius in perihelio A præſtabit. Atqui harum virium centripeta perpetuo ſequitur duplicatam inverſam rationem radiorum vectorum (1273) ſeu diſtantiarum; altera triplicatam inverſam (1298): ergo viribus his mobile ſpiras non deſcribet, quibus aut perpetuo a centro recedat, aut tandem in illud illabatur.

Si petas cur naturæ Auctor virium harum diverſa hæc incrementa, & decrementa decreverit, reſpondeo, illum ita libere ſtatuiſſe; motum vero ellipticum planetarum ab ipſo ſtatutum poſtulare allata virium harum incrementa & decrementa, alterius ſcilicet in duplicata, alterius in triplicata inverſa ratione diſtantiarum. Alia quævis ratio diverſum omnino in natura rerum ordinem effeciſſet, puta, motum in

cæ-

cæleſtibus corporibus circularem, aut ſpiralem.

1288. OBJECTIO II. Ellipſis, trajectoria planetis, & cometis attributa, æque in verticibus curva eſſe debet, & etiam in punctis omnibus ab utroque vertice æque diſtantibus. Atqui curva hujuſmodi a viribus projectili, & centrali a nobis expoſitis deſcribi nequit. Siquidem (*fig.* 26) Ut æqualis eſſet curvatura in *ab*, & in A *m*: vis centralis curvaturam horum arcuum æqualium efficiens eadem eſſe deberet in *a*, & in A. Atqui vis iſta, quæ duplicatam ſequitur inverſam diſtantiarum rationem, multo major eſt in *ab*, quam in A*m*; ergo in his arcubus æqualibus ad vertices curvæ ſitis æqualem curvaturam efficere nequit: ergo allata curva non eſt ellipſis.

RESPONSIO. Ad difficultatem ſpecioſam magis, quam ſolidam, diluendam res ſimplicius proponamus. Sit radius vector S*a* = 1, radius vector S A = 2; arcus *ab* æqualis arcui A *m*; vis centralis in *a* = 4, in A = 1. His poſitis, quæ objectionis fundamenta ſunt, dico curvaturam A *m* ipſi *ab* æqualem fore.

I. Obſervationibus, & prima lege Kepleriana conſtat, velocitates planetæ in A, & in *a* eſſe in ratione inverſa radiorum vectorum (1281): ergo velocitas planetæ in *a* dupla erit illius in A: ergo arcus *ab* percurretur dimidio tempore illius, quo percurretur arcus A*m*: ergo planeta percurrens arcum *ab* duplo pauciores impulſus a gravitate, ſeu a vi centrali ſuſtinebit, quam percurrens arcum A*m*, quem percurrendo duplum tempus inſumit.

II. Actio vis centralis in planetam æſtimanda eſt impulſuum numero, & intenſitate. Numerus impulſuum in *ab* eſt = 1; cujuſque impulſus intenſitas eſt = 4: actio totalis eſt 1 × 4 = 4. Numerus impulſuum in A*m* eſt = 2; cujuſque impulſus intenſitas eſt = 1; actio totalis 1 × 2 = 2. Ergo actio vis centralis in planetam dupla eſt in *a* illius, quæ habetur in A.

Num

Num propterea planeta a tangente diſtrahi debet duplo in *a*, quam in A? Nequaquam. Si enim vis centralis duplam actionem habet in *a*; vis projectilis dupla in *a*, quam in A duplam illi obiicit reſiſtentiam. Quare in *a* vis projectilis, cujus reſiſtentia curvaturæ eſt = 2 inflecti debet a vi centrali = 2; ſicuti in A alia vis projectilis, cujus reſiſtentia curvaturæ eſt = 1, inflectetur a vi centrali = 1. Ergo curvatura in motu planetæ effecta a vi centrali in projectilem, in utroque arcu *a b*, A *m* æqualis erit: ergo curva a planetæ centro ex viribus projectili, & centrali deſcripta ellipſis eſſe poteſt, & debet.

1289. OBJECTIO III. Etſi mobile ex viribus projectili, & centrali ferri poſſit per curvam ellipticam, & circularem a zenith ad nadir; concipi tamen nequit qua ratione contra gravitatem a nadir ad zenith aſcendere poſſit. Motum hunc imaginatio ejurat: illum ne ratio admittet?

RESPONSIO. Quum a teneris corpora terreſtria ad terræ centrum tendere viderimus, ideam hanc ultra ſuos terminos extendimus; & nulla ratione ducti corpora omnia ad terræ centrum, & ultra ad id, quod nadir nuncupamus, gravitare arbitramur. Judicandi conſuetudo nulla prævia diſcuſſione hæc in nobis præjudicia procreat, quæ in iis, qui imaginatione potius, quam ratione ducuntur, ubi radices egerit, non ita facile extirpantur. Duas has hominis facultates, Creatoris dona, imaginandi, & ratiocinandi vim ne ſeparemus: verum cuique ſua tantum munera tribuamus: prima ſæpius ſine altera cæcutiens, & fallax eſt: poſtrema ſine prima ſemper exſucca eſt, & languens; in humanis cognitionibus illa mentem extollit ſemper, aliquando aberrare facit; hæc mentem illuſtrat, & recto tramite ducit. Jam vero ſi in corporum gravitatione imaginatio nos fallit, quid ratio docet? experientia, & obſervatione duce docet,

I. Te-

I. Terreſtria corpora ad terræ centrum, non ultra gravitare: antipodum enim corpora ad nos tendunt, ut nos ad illa: & terræ centrum illis æque, ac nobis commune gravitatis centrum eſt.

II. Lunæ gravitationis centrum, ut & corporum terreſtrium, eſſe ipſum terræ centrum: in quovis enim orbitæ ſuæ puncto ſive ſupra, ſive infra nos a tangente ad terræ centrum motum ſuum inflectit.

III. Lunam, & corpora terreſtria non magis ad zenith tendere, quam ad nadir, ad arietem, quam ad libram, ad polum arcticum, quam ad antarcticum. Perperam ergo in luna ad zenith vim acceleratricem imaginamur, qua ad nadir deiiciatur: in luna ad nadir vim retardantem, quæ motui ſuo zenith verſus obſiſtat; luna enim ad neutrum ex his punctis peculiariter tendit; & quum in ſpatio infinito nihil ſuperius ſit, nihil inferius, re ipſa *luna neque zenith habet, neque nadir.*

IV. Tellurem, planetas primarios, & cometas in ſolem tanquam gravitationis ſuæ centrum niti, circa quem convertuntur, quin ad zenith, aut ad nadir, ad arietem potius, quam ad libram, aut alio peculiariter tendat. Quare nihil magis arduum eſt, ratione duce, motum corporis concipere circa ſuum gravitatis centrum dum a nadir ad zenith procedit, quam dum a zenith ad nadir progreditur. (1283)

1290. OBJECTIO IV. Si luna ex vi projectili, & centrali ellipſim circa tellurem deſcribit; cur globus bellicus horizontaliter exploſus parem curvam non deſcribat?

RESPONSIO. Talem curvam globus hic non deſcribit, quia nimia eſt ejus vis centripeta centrifugæ comparata.

I. Globus bellicus ad mœnia diruenda projectus centum ferme hexapedas tantum uno ſecundo percurrit (391); atque ex hac vi proje-

ctili

ctili vim centrifugam obtinet tantum lineæ $1 + \frac{1}{3}$; ut conſtat obſervationibus, theoria libellæ (*Math.* 534) & theoria ſinus verſi hic adhibita (1269). Ergo globus hic, qui ex vi centripeta uno ſecundo per 15 pedes ad terræ centrum accedit, quique eodem tempore nititur tantum ab hoc centro recedere linea $1 + \frac{1}{3}$ ex vi projectili horizontali, unde oritur vis centrifuga, quamprimum terræ ſuperficiem attingere debet, ubi ejus motus ceſſabit.

II. Si globus iſte velocitate polleret quadragies quinquies, aut quinquagies majore, in medio non reſiſtente objectam curvam deſcribere poſſet; ſi enim uno ſecundo hexapedas ferme 5000 percurreret, ultra pedes 15 a terræ centro recedere niteretur (*Math.* 391) ex vi projectili, dum eodem tempore tantum per pedes 15 ad idem centrum ex vi centrali accedere niteretur. At in medio reſiſtente, qualis eſt aer (302), ejus vis projectilis etſi multo plurimum, quam ſupponamus, augeretur, brevi tota extingueretur; & a vi centrali ad terræ ſuperficiem brevi traheretur.

III. Duo hæc, quæ probant corpus prope terram projectum in ellipſi moveri non poſſe, non ita probant, lunam in ellipſi non moveri, cujus *vis centralis* eſt ferme vicibus 3600 minor, quam in illo globo (1272); cujus *vis projectilis*, qua quovis minuto percurrit pedes 187264 (1272) ferme ſextuplo major eſt globi bellici vi projectili mœnia diruentis, & cujus revolutio ex vi projectili, & centrali fit aut in vacuo, aut in medio non reſiſtente.

§. II.

§. II.

THEORIA LEGIS SECUNDÆ.

1291. OBSERVATIO. Præcedente paragrapho oſtendimus, planetas, & cometas ex viribus projectili, & centrali ellipſes circa ſua motus centra deſcribere: haſque ellipticas revolutiones eſſe tantum theoriæ motus conſectaria. At qua ratione ex theoria motus deducantur proportiones inter horum corporum veluti fortuito circa commune centrum revolutorum diſtantias, & tempora periodica?

Quum theoria hæc, quæ paucis adridebit, ut pro dignitate pertractetur calculos neceſſario, poſtulet valde involutos; nos principia tantum proponemus, quibus innititur; & oſtendemus, velocitatibus, viribus centralibus, radiis vectoribus, & temporibus periodicis invicem comparatis, proportionem a ſecunda lege Kepleri propoſitam deduci poſſe (1261).

Ut theoriam hanc qua majori poſſumus ſimplicitate pertractemus, tantum duorum planetarum A, *a* in diverſis hypotheſibus revolutiones invicem comparabimus; ac ſupponemus, planetas hos in duobus circulis concentricis moveri, quorum radii inter ſe ſint ut 2 ad 1. Facile quæ ex circulo deducentur ad ellipſim transferentur: certas enim rationes dicit ellipſis ad circulum (*Fig.* 30).

In hac theoria, quæ notas algebraicas neceſſario poſtulat, planetas duos dicemus A, *a*: eorum velocitates, ſeu vires projectiles V, *v*: eorum diſtantias, ſeu radios vectores R, *r*: eorum tempora periodica T, *t*: eorum vires centripetam, & centrifugam $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ (1274).

Axio-

Axiomate ſequenti quidquid in his formulis obſcurum eſſe poteſt illuſtrabitur. Formulæ hæ ſpecie magis, quam re difficiles, ſimplicis fractionum multiplicationis, & diviſionis notionem poſtulant, ut in noſtris elementis mathematicis traditur.

1292. AXIOMA. *Numerus fractioni æqualis eſt, cujus numerator ſit iſte numerus, denominator unitas.* Exempli gratia, $4 = \frac{4}{1}$; $10 = \frac{10}{1}$; $R = \frac{R}{1}$, $R^2 = \frac{R^2}{1}$, atque ita de ceteris.

EXPLICATIO. In ſequentibus ſupponuntur duo quævis corpora, (puta planetæ duo) alterum a centro motus diſtans ut 4, alterum ut 2 (*Fig.* 20).

I. Si eorum velocitates ſint in ratione inverſa diſtantiarum, ſeu radiorum vectorum, habebimus *primo* $V : v :: 2 : 4$; vel $V : v :: \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$, aut *ſecundo*, $V : v :: r : R$, vel $V : v :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r}$ (*Math.* 190).

Dixi primo, $V = 2 : v = 4 :: \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$. Hoc patet: mediorum enim, & extremorum producta ſunt æqualia ſiquidem $\frac{1}{R} = 4$ eſt dimidi um $\frac{1}{r} = 2$

Hinc ſequitur, in altera analogia V exhiberi per $\frac{1}{R}$, ſive $V = \frac{1}{R}$; ſicuti in prima V exhibetur per $\frac{1}{4}$ ſeu $V = \frac{1}{4}$. Quare $V = \frac{1}{R}$, & $v = \frac{1}{r}$.

II. Quoniam $V = \frac{1}{R}$; ſi duo membra æquationis $V = \frac{1}{R}$ efferantur ad quadratum, erit $V^2 = \frac{1}{R^2}$; ſi hujus æquationis $V^2 = \frac{1}{R^2}$ membra dividantur per R, vel per $\frac{R}{1}$ (*Math.* 212); erit $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^3}$.

Quoniam itaque in hac poſtrema æquatione primum membrum $\frac{V^2}{R}$ eſt expreſſio virium cen-

tra-

tralium (1274); alterum quove membrum $\frac{1}{R3}$ erit earundem expreſſio. Poterunt ergo duorum planetarum vires centrales comparari eas exponendo modo per $\frac{V2}{R}$, $\frac{v2}{r}$; modo per $\frac{1}{R3}$, $\frac{1}{r3}$.

1293. NOTA. Velocitas, ſeu vis projectilis parit in mobili *vim centrifugam* (1258); & in eo deſtruit *vim centripetam*, ſive ejus partem. Ergo vis mobilis centripeta ab ejus vi projectili, ſeu velocitate non pendet; ab hac vero vis centrifuga omnino pendet. Lunæ, aut globi bellici horizontaliter projecti vim projectilem deſtrue: eorum vis centripeta, ſeu niſus ad terræ centrum prorſus perſeverat. In iiſdem mobilibus vim projectilem deſtrue: vis centrifuga prorſus tollitur, nec ulla ex parte jam vi centripetæ perſeveranti opponitur.

Quam rationem in mobili ſequatur vis centripeta, quæ a velocitatibus non pendet, pendet vero a diſtantiis, ſupra oſtendimus: in eodem mobili (quæcumque ſit velocitas, ſeu vis projectilis) ſemper eſt in ratione duplicata inverſa diſtntiarum. (1272)

Oſtendendum ſupereſt in qua ratione vis iſta centripeta in mobili deſtruatur ab actione centrifugæ, quæ a mobili velocitatibus, & diſtantiis ſimul pendet: hoc ſequentibus præſtabimus, in quibus expreſſio $\frac{V2}{R}$ virium centralium *centrifugam* præſertim reſpiciet, quæ ex earum ratione ad centripetas antea notas æſtimandæ ſunt. (1273)

Hypotheſes.

1294. HYPOTHESIS I. *Si tempora periodica planetarum A, a ſint æqualia, eorum velocitates, & vires centrifugæ erunt ut eorum diſtantiæ, ſeu radii vectores.* (*Fig.* 30)

DEMONSTRATIO. I. Velocitates erunt ut ra-

dii ; nam ſunt ut ſpatia æqualibus temporibus percurſa (265) : atqui hæc eſſent ex hypotheſi arcus concentrici, & ſimiles A B, *a b* ; qui in circulo ſunt ut radii A S, *a* S (*Math.* 474). Ergo habebimus $V : v :: R : r$.

II. Vires centrifugæ eſſent quoque ut radii. In circulo enim vires centrifugæ centripetis ſunt æquales, & earum communis expreſſio eſt $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ (1274): Quum ergo ex præcedente analogia ſit $V : v :: R : r$; erit $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{R^2}{R} : \frac{r^2}{r}$; & deletis terminis ſe deſtruentibus in ſecunda ratione, $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: R : r$. Hoc eſt vires centrales erunt ut radii vectores. Q. E. D.

1295. COROLLARIUM. Si ſphæra, ut tellus, circa ſuum axem rotetur velocitate quacumque, omnia ejus puncta eodem tempore rotantur; & velocitates, & vires centrifugæ punctorum ejuſdem circuli axi perpendicularis ſunt ut diſtantiæ ab axe, ſeu ut radii circuli quem deſcribunt.

EXPLICATIO. Dum terra circa ſuum axem rotatur, quodvis ejus elementum circulum deſcribit, cujus centrum in axe eſt ; & quodvis elementum vi projectili pollet, unde in ipſo oritur vis centrifuga; ex vi enim projectili quodvis elementum effugere nititur per tangentem curvæ, in qua a gravitate, ſeu a vi centripeta detinetur.

I. Terræ, aquæ, aut aeris elementa quæ majores circulos deſcribunt, majori velocitate, & vi projectili pollent, quam quæ minores deſcribunt: prima ergo majorem poſtremis vim centrifugam nanciſcuntur.

Poſita gravitate, ſeu vi centripeta in his omnibus æquali, prima majorem gravitatis ſeu vis centripetæ portionem amittent, quam poſtrema; quum enim prima majorem habeant vim centri-

 fugam,

fugam, majorem hæc vis centripetæ partem elidet. Hinc polorum depreſſio, ubi vires centrifugæ a velocitatibus ortæ nullæ ſunt; & æquatoris elevatio, ubi velocitas, & vis centrifuga maxima eſt, & propterea majorem gravitatis partem elidit.

II. Etſi in hac terræ, aquæ, & aeris elementoque uniformi revolutione quodvis elementum vi centrifuga polleat gravitati directe, aut oblique oppoſita; non propterea ab hac tota gravitas deſtruitur: imo ſub ipſo æquatore ejus exigua tantum pars eliditur: ſub polis nulla; minor pars ſemper quo magis ab æquatore ad polos accedimus, Ex Hugenii, & aliorum calculis, ut corpora terreſtria in ſuperficie telluris gravitatem omnem amitterent, tellus decies & ſepties velocius rotari deberet; ſeu ejus converſio perfici deberet hora ferme una, & minutis 25.

III. Qua igitur ratione in hac terreſtrium corporum revolutione vires centripetæ centrifugis ſunt æquales? hac ratione ſcilicet; quia exceſſus vis centripetæ ſupra centrifugam a projectili ortam ubique eliditur in quavis columna (puta aquea, aut aerea) ab adjacentium columnarum preſſione, quarum gravitas fit vera vis centrifuga columnis ſucceſſive contiguis, quas juxta hydroſtaticæ leges attollere nititur. (621)

1296. HYPOTHESIS II. *Si planetarum A, a velocitates ſint æquales, tempora periodica erunt ut radii, & vires centrifugæ in ratione inverſa & radiorum, & temporum periodicorum.* (*fig.*30)

DEMONSTRATIO. I. Tempora periodica erunt ut radii: quum enim velocitates ſint æquales, eo longior erit revolutio corporis A revolutione corporis B, quo circulus deſcriptus ab A major eſt deſcripto ab *a*: erunt ergo tempora periodica ut hæ peripheriæ, adeoque ut radii illis proportionales (*Math.*473). Ergo $T : t :: R : r$.

II. Vires centrifugæ erunt in ratione inverſa radio-

radiorum. Nam hæ vires ſunt $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$: at ex hypotheſi $V^2 = v^2$; ergo $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ ſunt in ratione inverſa ſuorum diviſorum, qui ſunt radii. (*Math.* 190)

III. Vires centrifugæ erunt quoque in ratione inverſa temporum periodicorum. Quum enim ſint in ratione inverſa radiorum, ſunt quoque in ratione inverſa peripheriarum ab his radiis deſcriptarum; adeoque & temporum periodicorum, quæ ſunt inter ſe ut hæ peripheriæ. Q. E. D.

1297. HYPOTHESIS III. *Si velocitates planetarum A, a ſint in ratione inverſa diſtantiarum, aut radiorum vectorum, vires centrifugæ erunt in triplicata inverſa ratione harum diſtantiarum.* (*Fig.* 30)

DEMONSTRATIO. Poſitis planetarum velocitatibus in ratione inverſa diſtantiarum, aut radiorum vectorum, erit minor velocitas V planetæ remotioris ad majorem v propinquioris, ut minor radius r ad majorem R; hoc eſt $V : v :: r : R$. Et ex præcedente axiomate: $V : v :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r}$; adeoque $V = \frac{1}{R}$; $V^2 = \frac{1}{R^2}$; $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^3}$; & $v = \frac{1}{r}$; & $v^2 = \frac{1}{r^2}$; $\frac{v^2}{r} = \frac{1}{r^3}$; unde ſequitur $\frac{V^2}{r} : \frac{v^2}{r} :: \frac{1}{R^3} : \frac{1}{r^3}$.

Atqui hic prima ratio exprimit vires centrifugas (1274); ergo altera illi æqualis exprimit quoque vires centrifugas. At in hac termini ſunt fractiones duæ, quæ ſunt inter ſe ut cubi diſtantiarum, aut radiorum. Quum enim numeratores iidem ſint, fractiones ſunt in ratione inverſa diviſorum (*Math.* 190), qui ſunt cubi radiorum vectorum.

Exprimentur ergo vires centrifugæ vel hac proportione $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{1}{R^3} : \frac{1}{r^3}$, vel hac alia æquali $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^3 : R^3$: hoc eſt vires centrifugæ pla-

netarum A, *a* in hac hypotheſi ſunt in ratione triplicata inverſa radiorum vectorum. Q. E. D.

1298. COROLLARIUM. *Vires centrifugæ planetæ ellipſim circa ſuum gravitatis centrum deſcribentis ſunt in quovis orbitæ ſuæ puncto in ratione triplicatæ inverſa diſtantiarum, aut radiorum vectorum.*

DEMONSTRATIO. Mobile curvam deſcribens a circulo diverſam cenſeri poteſt quovis inſtante incipiens moveri per circulum, cujus radius æqualis eſſet radio in illo inſtante planetæ vectori: arcus enim ellipſis infinite parvus ad ſenſum confundi poteſt, & congruere cum arcu infinite parvo circuli ejuſdem curvaturæ, & radii cum arcu elliptico. (*Math.* 761)

Motus planetæ, aut cometæ in curva elliptica poteſt igitur cenſeri conſtans minimis motibus circularibus quovis inſtante variabilibus, & quorum veræ, & abſolutæ velocitates ſunt ſemper, & ubique in ratione inverſa radiorum vectorum. (1281)

Atqui ex præcedente hypotheſi velocitates hæ in ratione inverſa radiorum vectorum parerent in circulo vires centrifugas in ratione triplicata inverſa radiorum vectorum; ergo idem parient in curvis nihil, aut infinite parum a circulo diverſis. Ergo diverſæ ejuſdem planetæ velocitates ſemper in ratione inverſa radiorum vectorum variabilium illi inderent vires centrifugas in triplicata ratione inverſa horum radiorum in omnibus infinite minimis ſuæ curvæ arcubus, qui ubique cum arcubus circularibus ejuſdem curvaturæ confundi poſſunt, & quorum radius in quovis puncto radio vectori æqualis eſſet.

Ergo, ut alibi ſuppoſuimus, vires centrifugæ hujus planetæ, aut cometæ ſunt in quovis puncto orbitæ ellipticæ in triplicata ratione inverſa diſtantiarum, aut radiorum vectorum. Quare quum diſtantia erit $=1$, vis centrifuga erit $=1$; quum diſtantia erit $=2$, vis centrifuga erit $=\frac{1}{8}$;

quum

quum diſtantia erit $= 3$, vis centrifuga erit $= \frac{n}{27}$; & ſic deinceps. Q. E. D.

1299. OBJECTIO: Si in motu elliptico planetarum vires centrifugæ alternatim creſcunt, & decreſcunt in triplicata inverſa ratione radiorum vectorum; vires centripetæ eadem ratione creſcere, & decreſcere deberent: eadem enim eſt utrarumque virium expreſſio (1274). Quomodo ergo theoria hæc concilietur alibi ſtatutæ; ſcilicet vires centripetas ſequi rationem duplicatam inverſam, non triplicatam inverſam radiorum vectorum? (1272)

RESPONSIO. Corporis circulariter moti vires centrifuga, & centripeta ſemper ſunt æquales; ſi enim altera excederet, corpus a centro recederet, aut ad illud accederet, nec amplius circulum deſcriberet. Quare in circulo ambarum virium expreſſio ſemper eadem eſt.

At in motu elliptico, in quo vires hæ inæquales ſunt, & altera alteram alternis excedit, earum expreſſio eadem non eſt, niſi ſi invicem comparentur in circulo ellipſi applicato, cujus arcus infiniteſimus infiniteſimo ellipſeos arcui congruat (*Math.* 762). Tunc virium expreſſio eadem erit, relata *ad circulum comparationis*: nititur enim vis centrifuga tantundem corpus a circuli hujus centro abducere, quantum vis centripeta illud ad hoc centrum trahit. Non eadem eſt expreſſio *pro ellipſi*, aut curva mobili: in quovis enim hujus curvæ puncto vis centrifuga in centripetam inæqualiter agit.

Si quæras, quare theoria hypotheſis, & corollarii præcedentis congruat vi centrifugæ in ellipſi, non item centripetæ: dico, *vim centrifugam* ſemper eſſe in directione radii tum in ellipſi, tum in circulo comparationis; eſt enim quantitas, qua mobile recedere nititur ab arcu ellipſi, & circulo comparationis communi; at *vis centripeta* eſt in directione radii ellipſeos,

non vero radii circuli ellipſi applicati: eſt enim quantitas, qua mobile nititur accedere ad focum centralem ellipſeos, non ad centrum circuli comparationis. Poteſt ergo hoc circulo inveniri expreſſio vis centrifugæ in ellipſi, non vero erit hæc quoque expreſſio centripetæ in illa ellipſi: hæc jam alia ratione inventa ſupponitur (1272).

1300. NOTA. Tres allatæ hypotheſes falſæ ſunt, nec ſyſtemati planetario congruunt, ut patet. Poſtrema, exempli gratia, planetarum veris velocitatibus non congruit; ſunt enim hæ in ratione ſubduplicata inverſa diſtantiarum, non in ſimplici inverſa. Congruit tamen hypotheſis veris velocitatibus ejuſdem planetæ, cujus veræ, & variabiles velocitates in diverſis orbitæ punctis ſemper ſunt in ratione inverſa diſtantiarum a ſole (1181); hypotheſis vero ſcopus eſt vim centrifugam hujus unici planetæ definire ad diverſas a ſuo centro motus diſtantias.

1301. HYPOTHESIS IV. *Si planetarum A, a vires centripetæ ſint in ratione duplicata inverſa diſtantiarum, ut re ipſa ſunt* (1275); *eorum veræ velocitates erunt in ratione ſubduplicata inverſa diſtantiarum* (*Fig.* 30).

Planetæ ſcilicet remotioris velocitas erit ad propinquioris velocitatem; ut radix quadrata minoris diſtantiæ ad radicem majoris. Ubi nota, non eſſe hanc falſam hypotheſim, ut præcedentes, inſtitutam aut ad veram ſtatuendam, aut ad utilem aliquam cognitionem obtinendam: eſt hæc ipſa naturæ hypotheſis, & ſecunda lex Kepleriana in motu medio planetarum.

DEMONSTRATIO. I. In hac hypotheſi vis centripeta planetæ remotioris eſt ad vim centripetam propinquioris, ut quadratum minoris radii ad quadratum majoris, ſive $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^2 : R^2$,

& ex

& ex præcedentis axiomatis explicatione , $\frac{V^2}{R}$; $\frac{v^2}{r}$ :: $\frac{1}{R^2}$: $\frac{1}{r^2}$.

II. Jam vero in æquatione $\frac{V^2}{R}=\frac{1}{R^2}$ inveniendus eſt valor ipſius V exprimentis velocitatem, & valor ipſius R exprimentis radium. Ductis æquationis membris in R, erit $V^2=\frac{R}{R^2}$; & deletis in poſtremo membro quantitatibus ſe deſtruentibus, erit $V^2=R$; ſeu quadratum velocitatis radio proportionale (*a*). Deinde, quoniam $\frac{V^2}{R}=\frac{1}{R^2}$, dempto utrinque R, erit $V^2=\frac{1}{R}$; & extracta radice quadrata, erit $V=\sqrt{\frac{1}{R}}$.

Hic primum membrum exprimit velocitatem planetæ remotioris, alterum membrum radicem quadratam radii planetæ propinquioris. Ergo pari modo alterum vim centripetam tractando inveniemus, veram remotioris planetæ velocitatem eſſe ad propinquioris velocitatem; ut radix quadrata minoris diſtantiæ eſt ad radicem quadratam majoris; ſeu velocitates eſſe inter ſe in ſubduplicata inverſa ratione diſtantiarum. Q. E. D.

1302. NOTA. Quoniam velocitas eſt ſpatium diviſum per tempus, quo percurritur (262); dividantur, exempli gratia, telluris, & Martis orbitæ per eorum tempora periodica: invenietur vera Martis velocitas telluris velocitate minor; & erit media Martis velocitas ad mediam telluris velocitatem; ut radix quadrata mediæ tellu-

(a) *Error; erit enim* $V^2=\frac{1}{R}$; *ut infra.* Interpres.

telluris diſtantiæ ad radicem quadratam mediæ Martis diſtantiæ. Ita in reliquis planetis.

1303. COROLLARIUM I. *Velocitates veræ planetarum A, a ſi ſint in duplicata inverſa ratione diſtantiarum, quadrata temporum periodicorum erunt ut cubi diſtantiarum* (*Fig.* 30).

DEMONSTRATIO. Tempora ſunt ut ſpatia percurſa diviſa per velocitates: ſpatia hæc ſunt peripheriæ, quæ ſunt radiis proportionales; erunt ergo tempora $T=\frac{R}{V}$; $t=\frac{r}{v}$.

Quoniam $T=\frac{R}{V}$; erit $T^2=\frac{R^2}{V^2}$; & ex præcedente hypotheſi $V^2=\frac{1}{R}$; ergo in æquatione $T^2=\frac{R^2}{V^2}$, quæ exhibet rationem quadratorum temporum ad diſtantias, ſumi poteſt $\frac{1}{R}$ pro V^2; ergo $T^2=R^2$ diviſo per $\frac{1}{R}$; ergo $T^2=R^3$; hoc eſt quadrata temporum ſunt ut cubi diſtantiarum, aut radiorum vectorum. Q. E. D.

1304. COROLLARIUM II. *Et reciproce, ſi quadrata temporum ſunt ut cubi diſtantiarum; vires centripetæ erunt in duplicata inverſa ratione diſtantiarum.*

DEMONSTRATIO. $T=\frac{R}{V}$; ergo ſi $T^2=R^3$, erit quoque $\frac{R^2}{V^2}=R^3$; & $V^2=\frac{R^2}{R^3}=\frac{1}{R}$, ut in poſtrema hypotheſi (1301). Ergo $\frac{V^2}{R}=\frac{1}{R^2}$; & $\frac{v^2}{r}=\frac{1}{r^2}$. Hoc eſt; vires centripetæ ſunt in duplicata inverſa ratione diſtantiarum, ſeu radiorum vectorum, ut alibi oſtendimus (1273). Q. E. D.

1305. NOTA. Etſi planetæ moveantur in ellipſibus, non in circulis; eadem theoria etiam

pro

pro eorum motu va'et; in quovis enim orbitæ puncto, præſertim in diſtantia media, cenſeri poſſunt incipientes moveri in circulo, cujus radius ipſi in illo puncto curvæ radio æqualis eſſet; & minima curvæ portio minimo tempore percurſa, puta uno ſecundo, aut minuto uno, a circulo, de quo agimus, minimum differt.

Animadverſiones de his legibus, ſive

1306. CONCLUSIO. Præclariſſimo naturæ machinamento in *binis legibus Keplerianis* expoſito, animadvertendum ſupereſt, has tantum leges ſufficere ad entis ſupremi exiſtentiam demonſtrandam cæleſtium motuum auctoris, & conſervatoris.

I. Hæ naturæ leges arbitrariæ ſunt; nihil enim in materia eſt, & in corporibus, quod neceſſario invicem ea ſeſe attrahere poſtulet; quo potius in ſolem, exempli gratia, tendant, quam in Syrium; quo in quædam centra tendant *in ratione duplicata inverſa diſtantiarum*; potius quam in directa, aut ſubduplicata, aut ſubtriplicata diſtantiarum ratione. Pari modo, ſi motus natura ante omnem legem poſitivam, & arbitrariam conſideretur, nihil eſt in illo, quod poſtulet, corpora a quibuſdam centris recedere *in ratione triplicata inverſa*, potius quam in ſimplici, aut duplicata diſtantiarum, aut in alia quavis. Ergo leges hæ a principio libero, & ſupremo naturæ Arbitro conditæ fuerunt, ut rerum ordo ab ipſo definitus haberetur. Pauca hæc quæſtionem toties agitatam ſatis dirimere videntur; *num ſcilicet natura leges liberæ ſint, an neceſſariæ*.

II. Leges hæ etſi arbitrariæ, conſtantes tamen ſunt, & immutabiles. Sunt enim ab ente natura immutabili, cujus voluntas eadem ſemper eſt, & quod æternum voluit, & decrevit, ſemper vult, & decernit (*Met.* 431). Quare

leges hæ liberæ, & arbitrariæ ita firmæ haberi poſſunt, ac ſi natura eſſent neceſſariæ.

III. Leges hæ arbitrariæ, at ſapientiſſimæ, ut in natura perſiſtant principium movens ſapientia, & potentia infinitum neceſſario poſtulant. Enimvero quodnam principium, niſi infinite ſapiens, quovis inſtanti cognoſcat relationes omnes maxime involutas, atque variabiles virium centrifugæ, & centripetæ cujuſvis materiæ elementi, ut ordo rerum ſemel ſtatutus immutatus perſeveret? Quænam potentia, niſi infinita, cuivis materiæ elemento eum ipſum velocitatis gradum impertiatur virium centrifugæ, & centripetæ, quo quovis momento indiget, ut perpetuo in curva deſcribenda perſeveret? Rex propheta jam dixerat: Dei ſapientiam, & potentiam ita cæli ipſi annunciant, ut rationem ejurare oporteat ad iſta non dignoſcenda. O cæce, & ſtupide atheiſme nunquam profecto in recto, & ſanæ mentis homine domicilium habuiſti.

IV. De omnibus mechanicæ legibus id ipſum, quod de vi centrifuga, & centripeta, dici poteſt. Omnes arbitrariæ ſunt, ſed immutabiles: omnes permanentem Creatoris actionem ſupponunt. Nihil eſt in materia, aut in motu, cur vectis duplus vim duplam præbeat; cur minima maſſa velocitate maxima, immani maſſæ minima velocitate donatæ æquilibretur. Res ideo tantum ita ſe habet, quia ita ſupremo naturæ Legislatori placuit, & quia ita illas ipſe perſeveranter eſſe facit, qui unica motus cauſa efficiens eſt. Probat hoc firmiſſime, adeſſe ipſum, & agere & in tellure, & in immenſa cælorum diſtantia.

1207. NOTA. Ex duabus expoſitis naturæ legibus oritur in corporibus cæleſtibus *motus ellipticus* perpetuo perſeverans. Ut leges hæ his corporibus motum circularem inderent, quid opus erat? Opus erat, vim projectilem cuique me-

mobili impreſſam radio vectori perpendicularem eam fuiſſe, quæ vim centrifugam pareret omnino centripetæ æqualem. Tunc mobile circulum, non ellipſim, deſcripſiſſet (1284).

At Creator libera voluntate, & in mediis ad propoſitum ſibi finem eligendis a re nulla pendens, libere motum ellipticum, non circularem, cæleſtibus corporibus decrevit. Hic vero motus majorem in rebus varietatem pariens, infinitam æque ſapientiam, ac potentiam præſefert.

Motus circularis impulſum vi centripetæ proportionatum mobili a Creatore primum imprimi poſtulaſſet. Motus ellipticus in ſingulis plabetis, & cometis impulſum tantum poſtulat liberum, & indeterminatum quavis directione a radii vectoris directione diverſa. Aptius hoc videtur ad Dei ſummam ſapientiam, & potentiam cum libertate conjunctam oſtendendam. *Cæli enarrant gloriam Dei*.

ARTICULUS QUARTUS.

MUNDI SYSTEMATA.

1308. DEFINITIO. Mundi ſyſtema eſt corporum cæleſtium diſpoſitio apta eorum motuum phænomena explicare.

Veroſimillimum eſt, illud eſſe verum naturæ ſyſtema, quod omnibus phænomenis congruit, quod omnia ad cæleſtia corpora ſpectantia complectatur, quod principiis phyſicis ſimul, & aſtronomicis obſervationibus conſentiat. Syſtema, quod his proprietatibus non ſit præditum, certe verum naturæ ſyſtema non eſt. Hoc principio duce Ptolemæi, Copernici, Tychonis Brahe ſyſtemata expendemus.

Syſtema Ptolemaicum.

1309. SYSTEMA I. Ptolemæus Peluſii in Ægypto natus, aſtronomorum ſui ſæculi, fortaſſe & totius antiquitatis facile princeps ſæculo ſecundo jam ineunte ſyſtema ſuum Alexandro tradidit; hoc mirum ingenii opus habitum fuit ea ætate, qua nihil melius ab exiguis in re phyſica, & aſtronomica cognitionibus expectari poterat. In hoc ſyſtemate, quod poſterioribus ſæculis falſum, & abſonum probatum fuit (*Fig.* 32),

I. Tellus in mundi centro eſt immobilis: aer tellurem ambit: ignis elementum aerem circumdat: cælum cryſtallinum, ſtratum ſcilicet ſphæricum ſolidum, & diaphanum omnia complectitur, atque in eo luna, ut adamas in anulo, inſerta eſt.

II. Ultra aeris, & ignis tellurem ambientium regionem, ad varias diſtantias ſunt cæli undecim cryſtallini, ſeu ſtrata ſphærica, concentrica, ſolida, & diaphana ſupra memorato ſimilia. Primum lunam inſertam circa tellurem rotat; alterum Mercurium; tertium Venerem; quartum ſolem; quintum Martem; ſextum Jovem; ſeptimum Saturnum; octavum ſtellas illi temere inſertas, & varia luce nitentes, etſi omnes a tellure æque diſtent.

Ceterorum cælorum magis a tellure diſtantium nonus cælo ſtellato adhærens, illudque quotidie gradu ferme uno præ ſolis revolutione ab oriente in occidentem promovet: inferioribus quoque planetarum cælis adhæret, eoſque contra eorum motum diurnum inæqualibus velocitatibus promovet ab occidente in orientem. Decimum eidem cælo ſtellato exiguum motum imprimit eclipticæ parallelum ab occidente in orientem, quo circa elipticæ polos convertitur. Undecimum, quod *primum mobile* nuncupa-

patur, toti machinæ magnum motum illum imprimit, qui motus diurnus eſt ab oriente in occidentem, inferiorum cælorum motibus non perturbatis.

III. Planetarum ſtationes, directiones, regreſſus noverat Ptolemæus. Ut hæc explicet in ſuo ſyſtemate, cujuſvis planetæ cælo *epicyclum* (*) accommodat, circulum ſcilicet, cujus axis eſt veluti planetæ cælo adhærens, & planum illi ferme perpendiculare. In hac hypotheſi cælum Saturni, exempli gratia, excavatum eſt in *ae*: axis ſolidus traiicit centrum circuli, *abcda*, & utrinque inſeritur duobus foraminibus S cæli excavati. Saturnus epicycli ſui centrum S non tenet, ſed peripheriæ puncto *a* immobilis affixus eſt.

Epicycli centrum eoſdem motus habet, quos cælum, cui adhæret; ejus tamen peripheria motum habet proprium, atque perpetuum *abcda* ab occidente in orientem, quo fit, ut Saturnus modo directus ſit, modo retrogradus, modo ſtationarius. Directus eſt quum in conſequentia ſignorum percurrit arcum *abc*: retrogradus quum in antecedentia percurrit alteram orbitæ partem, *cda*: ſtationarius eſt ad puncta *a*, & *c*.

Ceteri planetæ, dempta luna, ſunt ipſi quoque directi, ſtationarii, & retrogradi. Illos propterea Ptolemæus in ſimilibus epicyclis *rſtr* poſuit, dempta luna, quæ ſine epicyclo in ſuo cælo eſt.

SY-

(*) *ETYMOLOGIA. Epicyclus, circulus, cujus centrum eſt in alterius circuli peripheria.* ἐπί, ſuper, & κύκλος circulus. *Nullus in natura epicyclus datur.*

Syſtema Copernicanum, ſeu verum mundi ſyſtema.

1310. SYSTEMA II. Ariſtarchus Samius, Pythagoras aliique veteres philoſophi nonnulli ſuſpicati fuerant, ſolem immobilem eſſe in centro mundi planetarii, & tellurem planetam eſſe errantem circa ſolem. At ſententia hæc indigeſta, & non apte propoſita, tamquam ſomnium deſpecta, & oblivioni data fuit. Ineunte ſæculo decimo ſexto vir quidam ſummus illam accurate perpendit, & protulit; quodque olim ſomnium habitum fuit, tandem tamquam verum mundi ſyſtema paſſim receptum eſt. Vir iſte ſummus fuit *Copernicus* Torunii in Boruſſiæ Regali natus, dein Varmiæ Canonicus. En paucis ejus ſyſtema, quod toto hoc articulo fuſius explicabitur (*Fig.* 4).

I. *In mundi planetarii centro* eſt ſol F immobilis, & commune motus planetarum centrum. Stellæ ſunt totidem ſoles immobiles, circa quos veroſimiliter planetæ noſtris ſimiles convertuntur.

II. *Circa ſolem immobilem* F convertuntur ſex planetæ primarii, Mercurius, Venus, Tellus, Mars, Jupiter, Saturnus. Tellus lunam habet, Jupiter quatuor, Saturnus quinque, quæ circa ſuum planetam convertuntur, dum hic circa ſolem convertitur.

III. *Tellus planeta* tres diverſos motus habet, quos alibi indicavimus (1196): *motum diurnum* ab occidente in orientem circa proprium axem ſemper ſibi ad ſenſum parallelum, ex quo totum cælum directione oppoſita ab oriente in occidentem horis 24 converti videtur: *motum annuum* in ecliptica in conſequentia ſignorum; ex quo ſol immobilis videtur eclipticam percurrere in conſequentia ſignorum anno uno: *motum*

tum retrogradum in omnibus ſuis partibus ab oriente in occidentem, & eclipticæ parallelum, ac lentiſſimum, ex quo ſtellæ, licet immobiles, quotannis progredi videntur in conſequentia ſignorum, paululum æquatori accedere, aut ab eo recedere, & revolutionem complere in conſequentia ſignorum circa polos eclipticæ annis 25740.

Putabat Copernicus, planetarum orbitas *m a m*, T D T, K I K eſſe circulos: poſterioribus obſervationibus compertum eſt, eſſe *ellipſes*. At idem ordo ab ipſo in circulis poſitus, in ellipſibus perſeverat.

Syſtema Tychonicum.

1311. SYSTEMA III. Tycho Brahe nobilis Danus, & inſignis aſtronomus cum pleriſque aliis ſapientibus, & doctis viris ſyſtema Copernicanum inique excepit, quod illud ſacris literis adverſari arbitraretur. Hac ratione vetus ſyſtema Ptolemaicum reformare ſtuduit, illud recentioribus obſervationibus accommodans, apogeis præſertim, & perigeis, apheliis, & periheliis, quæ Ptolemæi ætate aut prorſus, aut ferme ignorabantur. Ex hac reformatione exeunte ſæculo decimo ſexto novum emerſit ſyſtema, quod etiam modo, quum jam nullos ſectatores habeat, auctoris nomen ſervat. En illud paucis (*Fig.* 33).

I. Abjectis Ptolemæi cælis ſolidis, & diaphanis, Tycho *terram* ſtatuit *in centro firmamenti*: circa hanc prorſus immobilem quotidie luna, ſol, planetæ, ſtellæ convertuntur; ita tamen, ut terra ſit tantum verum centrum motus ſtellarum, quæ ſemper eandem a terra diſtantiam ſervant.

II. Circa tellurem immobilem duo tantum recte loquendo aſtra errantia convertuntur, ſol & luna. Hæc annuas circa terram revolutiones

nes peragunt *in circulis excentricis*, quorum centra ſcilicet ad datam a terra diſtantiam ſunt: hinc ſolis, & lunæ apogea, & perigea.

III. Sicuti terra eſt centrum excentricum motus lunæ, & ſolis; ita ſol eſt centrum excentricum motus Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, & Saturni: qui ſunt veluti quinque ſolis ſatellites; a quo in duplici revolutione ſua diurna, & annua ſecum vehuntur. Mercurii, & Veneris orbita ſolem tantum ambit, non tellurem: Martis, Jovis, & Saturni orbita ſolem, & terram complectitur, at hujus orbitæ centrum ſoli propinquum eſt, a terra valde remotum. Diurna, & annua ſolis revolutio perpetuo quinque hos planetas loco movet, qui motus omnes neceſſario ſequuntur centri ſui, cum ſole circa terram mobilis, & errantis.

IV. Tycho, omiſſis Ptolemæi ſolidis epicyclis, planetas quinque, qui orbitarum ſuarum ſolem habent *centrum excentricum*, ita moveri vult, quaſi in epicyclis moverentur, quorum centrum peripheriæ *circuli vectoris*, aut *deferentis* adhæreret: cujus circuli centrum eoſdem motus habet, quos ſol, & quorum peripheria motum proprium habet ab occidente in orientem. Exempli gratia, in Tychonis ſententia Mars adhæret peripheriæ ſui epicycli, & hujus centrum ſemper eſt in puncto ejuſdem circuli deferentis M V R M; at epicycli centrum motum habet ab occidente in orientem directione M V R M. Hac ratione Mars, præter ſolis motum diurnum, & annuum, qui ſemper centrum omnium circulorum deferentium ſecum trahit, motum proprium habet ad occidente in orientem directione epicycloidali *a b c d b n*: eodem modo movetur Saturnus motu proprio, & epicycloidali, directione *e f g h* per totam curvam ob occidente in orientem ſuper peripheriam circuli deferentis. Hinc, juxta Tychonem, planetarum ſtationes, regreſſus, & ex parte apogea,

& , e-

& perigea. Mars directus eſt, quum epicycli ſui mobilis arcum *a b c* percurrit; retrogradus, quum alteram partem *c d* eiuſdem epicycli in antecedentia percurrit; ſtationarius, quum ſui epicycli centrum tantumdem in ſignorum conſequentia progreditur, quantum ipſe in antecedentia regreditur in epicycli peripheria.

V. Etſi circulus Martis vector videatur circulum ſolis vectorem in R ſecare; non propterea Mars unquam intra tellurem, & ſolem erit, nec in ſolis diſco apparebit; quum enim ſol erit in R, centrum circuli Martem deferentis jam ab S in R tranſierit, & ſemper Martem multo ultra ſolem transferet. Quamobrem qui iſta objectarunt, non recte celebris hujus aſtronomi mentem ſunt aſſequuti.

Hoc ſyſtema vir doctus æque, ac religioſus, adverſus verum mundi ſyſtema oppoſuit, nimium veritus ab iſto religionem lædi. Etſi vitioſum ſit ſyſtema Tychonicum, fatendum tamen nihil hactenus, poſita terra immobili, ingenioſum magis, minuſque a ratione diſſonum excogitatum fuiſſe, fortaſſe nec impoſterum prolatum iri.

1312. Syſtema Ptolemaicum adeo abſonum eſt, adeo aſtronomicis obſervationibus, & ſanæ phyſicæ oppoſitum, ut illud jam nemo ſequatur. Num melius eſt ſyſtema Tychonicum? non ſane. Quid enim ineptius duplici illa motus excentricitate in planetis, revolutionibus illis epicycloidalibus, quarum cauſa nulla phyſica afferri poteſt, & quæ omni motus theoriæ adverſatur, revolutionibus diurnis, & annuis totius cæli circa punctum unicum inexplicabili velocitate (1164), & phyſicæ, ac motus legibus omnibus adverſantibus, invicem pugnantibus, quum ſimul ſint ab oriente in occidentem, ab occidente in orientem, ab auſtro ad boream, a borea ad auſtrum, nulla motuum horum oppoſitorum cauſa aſſignata? Quare aut verum mun-

di

di ſyſtema adhuc latet, aut illud eſt Copernicanum.

PROPOSITIO I.

Si motus circularis in ellipticum mutetur, ſyſtema Copernicanum omnibus aſtronomicis phænomenis conſentit.

Propoſitionis demonſtratio eſt ipſa phænomenorum explicatio. Hæc itaque explicatio in ſyſtemate Copernicano ſimpliciſſima, in ceteris abſurda, tradenda eſt.

PHÆNOMENON PRIMUM.

1313. *Motus diurnus totius cæli ſive diei, & noctis vices* (*Fig.* 10).

EXPLICATIO. Ut vices hæ habeantur neceſſe eſt, vel horis 24 corpora omnia cæleſtia circa terram immobilem converti; aut eodem tempore, corporibus cæleſtibus veluti immotis, tellurem circa axem ſuum axi mundi congruentem ab occidente in orientem converti: in utraque hypotheſi motus phænomena in corporibus cæleſtibus eadem apparebunt (932).

In hypotheſi terræ immobilis, phænomenon in corporibus cæleſtibus, in ſtellis præcipue motum poſtulat, cujus velocitas concipi nequit, uniformitas vero multo adhuc magis ſtuporem parit. In hypotheſi terræ circa axem mobilis, motus hi adeo ſtupendi apparent tantum, & ſunt puræ illuſiones opticæ: terræ motus dumtaxat circa axem verus eſt. Ut phænomeni explicatio clarius eluceat,

Sint, ſol in S immobilis: ſtella in Y immobilis: planeta horis 24 tamquam immobilis conſideratus in Z. Tellus in P in plano eclipticæ circa ſuum axem D P F convertatur directione A B A ab occidente in orientem. Quum dimidia terreſtris ſuperficies ſemper a ſole illuſtrata ſit,

ſit, homo in A, dum tellus convertitur, erit ſucceſſive *ad limbum diſci illuſtrati*; & tunc ſol S, planeta Z, ſtella Y erunt in horizonte orientali, & ipſi oriri videbuntur: *in medio diſco illuſtrato*: & tunc eadem corpora ſemper immobilia videbuntur ab ortu ad meridianum tranſiſſe: *ad alterum limbum diſci illuſtrati*; & tunc eadem corpora immobilia a meridiano ad occidentem tranſiſſe videbuntur; *ad medium diſcum tenebroſum* in A; & tunc eadem immobilia corpora cenſebuntur eſſe ad nadir, ut poſt ſex horas iterum in horizonte appareant (932). Ergo quam revolutionem cæli diurnam cetera ſyſtemata perperam explicant, Copernicanum ſimpliciſſime profert.

PHÆNONENON ALTERUM.

1314. *Annua, & periodica ſolis revolutio in zodiaco: anni temporum vices.* (*Fig.* 2)

EXPLICATIO. Si tellus eſt immobilis, profecto ſol quotidie in ſpiram circa tellurem convertitur modo ab auſtro in boream, modo hinc in auſtrum progrediens ſemper in conſequentia ſignorum. Spiræ hæ ad capricornum, exempli gratia, initæ, per omnes ſequentes eclipticæ gradus ſucceſſive tranſeunt a borea in auſtrum uſque ad initium cancri: ibi ſol, nulla aſſignata cauſa directionem mutat, & diurnas ſpiras ad oppoſitam partem init ab auſtro in boream per omnes ſequentes eclipticæ gradus a cancro ad capricornum; ubi denuo reflectitur a borea in auſtrum contra omnes motus leges, quibus perpetuo pergere deberet ad alterutrum polum ea directione, qua aut a cancro ad capricornum, aut ab hoc ad illum fertur. Omnia hæc in hypotheſi terræ immobilis abſona ſunt: in hypotheſi telluris planetæ omnia plana ſunt, & rerum naturæ conſona. Ut hæc omnia clarius eluceant, (*Fig.* 10)

Sit

Sit PQRTP ecliptica; CSX æquator, cujus plano telluris axis productus perpendicularis ſemper ſit: duo hi circuli ſe ſecent in punctis P, R: declinet vero ecliptica ad auſtrum & boream æquatoris arcubus CE, MX, qui ſinguli ſint graduum fere 23, 30'.

Tellus planeta viribus conſpirantibus, projectili & centrali annuam revolutionem PQRTP circa ſolem S peragat (1285) ab occidente in orientem, axe ſuo producto *hh*, *mm*, *nn*, *oo*, *rr* ſibi parallelo, & æquatoris CSX plano ſemper perpendiculari. Hic axis in cælo circa ſolem & mundi polos immanem cylindrum deſcribet, cujus diameter duplæ telluris a ſole diſtantiæ æqualis erit. Ex his, quæ probe capienda ſunt, phænomenon facile explicabitur. (931).

I. Quum tellus eſt in libra P, ſol apparet in ariete X: incipit ver. Tellus in P eclipticæ & æquatoris interſectione, adeoque in ipſo æquatoris plano, convertatur circa ſuum axem DF*h*: axis coni lucidi, a quo illuſtratur, erit axi DPF perpendicularis: polos D, & F terreſtres conus lucidus DSF attinget: omnia terreſtris ſuperficiei puncta ſucceſſive illuſtrabuntur: horis 12 ſolem videbunt, totidem illo carebunt; ubique terrarum noctes diebus æquales erunt.

II. Quum tellus erit in Q in capricorno E, ſol apparebit in M in cancro: incipiet æſtas. In hac telluris poſitione axis coni lucidi, a quo illuſtratur, eſt axi terreſtri DF*m* obliquus: polus borealis D ſemper erit illuſtratus; polus auſtralis F ſemper erit in tenebris. Tellus in hac poſitione convertatur circa ſuum axem AF*m* ſemper æquatori perpendicularem: totus circulus polaris borealis KHK radiis ſolis continenter illuſtrabitur: totus circulus auſtralis NGN continenter in tenebris erit: regiones omnes inter circulum polarem borealem, & æquatorem ſitæ arcum diurnum nocturno majorem ha-

be-

bebunt; ſeu diem nocte longiorem: regiones omnes inter circulum polarem auſtralem, & æquatorem arcum diurnum habebunt nocturno minorem, ſeu diem nocte breviorem. (1139)

III. Quum tellus ſemper ab occidente in orientem axe ſibi parallelo per eclipticam procedens pervenerit in R ſub ariete X ad aliam æquatoris cum ecliptica interſectionem, ſol apparebit in libra C: erit autumni initium. Axis coni lucidi tellurem illuſtrantis iterum axi terreſtri D F *n* perpendicularis eſt, & eadem, quæ vere, præſtat.

IV. Quum tellus advenerit in T ſub cancro M, ſol apparebit in capricorno E: erit initium hyemis. Ibi radii ſolis omnes axi terreſtri obliqui adveniunt: polum auſtralem F illuſtrant; nunquam borealem D. Tellus in hac poſitione circa ſuum axem D F *o* convertatur: circulus polaris auſtralis G N G totus erit in cono lucido; borealis K H K totus in tenebris. Arcus diurni in zonis temperata, & torrida borealibus minores erunt, in auſtralibus nocturnis majores.

Hyems, æſtas, ver, autumnus.

1315. CONCLUSIO. Dierum, & ſolarium altitudinum inæqualitas diverſam regionibus temperiem, & *anni tempora diverſa* efficit,

I. Quum ſol ad tropicum eſt polo viſibili oppoſitum, parum attollitur ſupra horizontem, & parum apparet: ergo minor eſſe debet ſui caloris vis; tum quia radii oblique feriunt regiones ſupra horizontem ſitas, tum quia brevi tempore athmoſphæram calefaciunt. Tunc ibi eſt *hyems*. (1063)

II. Quum vero ſol eſt in tropico poli viſibilis, puta in cancro pro regionibus borealibus, tunc maxime ſupra horizontem attollitur: radiis ferit aut perpendicularibus, aut minus obliquis:

quis: diu, & fortius aerem calefacit. Tunc ibi eſt *æſtas*. (976, IV.)

III. Quum ſol eſt in punctis æquinoctialibus: elevatio ſolis, & aſpectus ſunt in ſtatu medio: tunc *ver* eſt, & *autumnus*.

Veris initium autumni initio frigidius eſt: veris enim initio ſolis actioni opponitur vis frigoris, quod hyems ſuper terras congeſſit, nec illud illico diſſipari poteſt; autumno vero ſolis actioni favet calor, quo ſucceſſive tellus æſtate imbuta fuit, quique non niſi paulatim diſſipatur.

PHÆNOMENON TERTIUM.

1316. *Planetarum ſtationes, directiones, regreſſus.*

NOTA. Obſervationibus conſtat, planetas omnes apparere modo progredi ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum non ea ratione, quam eorum tempus periodicum poſtularet; modo ab oriente in occidentem regredi in antecedentia ſignorum inæquali velocitate, & contra motum proprium, qui eſt in conſequentia; modo aliquandiu ſtare immotos in orbitæ ſuæ puncto aliquo variabili contra omnes naturæ, & motus leges (1183). Hoc phænomenon in ſyſtemate terræ immobilis explicari nequit: eſt autem ſimplex motus terræ conſectarium; ut facile oſtendi poteſt in planetis tum ſuperioribus, tum inferioribus: hoc præſtabimus; verum prius notandum eſt, (*Fig. 4*)

I. *Planetas ſuperiores* omnes in conjunctione cum ſole directos eſſe; retrogrados in oppoſitione; ſtationarios aliquanto ante, & poſt oppoſitionem.

II. *Planetas inferiores*, Venerem, & Mercurium, directos eſſe in conjunctionibus ſuperioribus; retrogrados in inferioribus; ſtationarios aliquanto ante, & poſt conjunctiones inferiores.

III. Arcum regreſſus in omnibus planetis eo ma-

majorem eſſe, quo planeta minus a tellure diſtat. Quare arcus hic major eſt in Marte, quam in Jove, aut Saturno; major in Venere, quam in Mercurio.

IV. Superiorum planetarum regreſſus eo frequentiores eſſe, quo frequentius tellus eſt inter ipſos, & ſolem ſita; inferiorum vero regreſſus eo ſæpius contingere, quo ſæpius telluri, & ſoli interjacent. Mercurius ter in anno eſt retrogradus: Venus ſemel nono quoque menſe: Saturnus ſemel anno uno, & diebus 12: Jupiter ſemel decimo tertio quoque menſe: Mars ſemel altero quoque anno. Hæc omnia telluris revolutioni planetaram revolutionibus comparatæ mire conſentiunt.

Stationes, & regreſſus planetarum ſuperiorum.

1317. EXPLICATIO I. *Tellus, & planeta quivis ſuperior* ambo acti a vi projectili, & centrali (1286) perpetuo in ſuis orbitis moveantur ab occidente in orientem. Tellus integram revolutionem explebit, dum Mars dimidiam tantum ſuæ partem, Jupiter duodecimam, Saturnus trigeſimam percurret. Tellus ergo modo planetas hos ſe lentiores ſequi debet, modo aſſequi, modo præcedere: & ſi eos omnes in eadem linea ſupponamus quo momento illos tellus aſſequitur, & prætерit, poſt unam revolutionem iterum Saturnum citius aſſequitur, quam Jovem, hunc citius, quam Martem. Exempli cauſa: (*Fig.* 35)

I. Sit tellus in *a*. Mars perigeus, nec procul a ſua oppoſitione in *m*; Mars apparebit in K (912). Tranſeat tellus ab *a* in *b*, dum Mars lentior tranſit ab *m* in *n*: Mars apparebit *retrogradus*. Etſi re ipſa proceſſerit in ſua orbita ab *m* in *n* in conſequentia ſignorum ab occidente in orientem, videbitur a K in X receſſiſſe in antecedentia ab oriente in occidentem, Quam-

vis

vis ergo motus planetarum ſuperiorum, ſemper re ipſa directus ſit, & in conſequentia ſignorum, retrogradus videri debet quum planetæ oppoſitioni proximi ſunt.

II. Tranſeat tellus a *b* in *c*, dum Mars lentior tranſit ab *n* in *o*: Mars videbitur *ſtationarius*. Quum tellus erat in *b* Mars videbatur in X: quum tellus eſt in *c*, & Mars in *o* Mars adhuc videtur in X: videtur ergo nec progreſſus, nec regreſſus eſſe; etſi motu directo arcum *no* percurrerit. Etſi ergo planetæ ſuperiores ſemper moveantur directe in conſequentia ſignorum, *videri debent eſſe ſtationarii aliquandiu poſt regreſſus*.

III. Sit quoque tellus in *c*, & Mars apogeus in S: Mars videbitur in H. Tranſeat tellus a *c* in *d*: ſi Mars immobilis perſiſteret in *ſ*; a tellure in *d* Mars *ſ* videretur in *h*, & appareret percurriſſe motu directo arcum H *h*. At vero quum Mars interea tranſeat ab *ſ* in *t*, videbitur in I & videbitur percurriſſe totum arcum H I in conſequentia ſignorum multo majorem, quam qui re ipſa percurſus fuit. Ergo etſi planetæ ſuperiores ſemper moveantur in conſequentia ſignorum velocitate, quæ ſemper ſequitur inverſam diſtantiarum, aut radiorum vectorum rationem (1281): *velocitas hæc regularis, & directa major vera apparere debet quum planeta hi ſunt apogei, & in conjunctione cum ſole:* hujuſmodi ſunt eorum *directiones* ſaltem aliquo tempore, quo elapſo eorum apparens velocitas fit minor vera.

IV. Poſita tellure in *f*, & Marte in *v*, hic videbitur in X. Tranſeat tellus in *a*, dum Mars lentior pergit tantum in *x*: Mars adhuc videbitur in X, & apparebit *ſtationarius*. Ergo etſi planetæ ſuperiores ſemper directe moveantur in conſequentia ſignorum, *apparere debent ſtationarii aliquo tempore ante eorum oppoſitiones, & regreſſus*.

V. Arcus regreſſus minor eſt in planetis a tel-

lure remotioribus, major in propinquioribus: hoc quoque ab opticæ legibus, & a theoria motuum cæleſtium conſequitur. Sit enim tellus in *d*, Mars in *p*, Jupiter in *i*: Mars, & Jupiter videbuntur in Z. Tranſeat tellus a *d* in *e*, dum Mars lentior tranſit a *p* in *r*, & Jupiter adhuc lentior ab *i* in *k*: Mars videbitur retroceſſiſſe a Z in Y; Juptier a Z in V. Ergo etſi planetæ omnes ſuperiores regrediantur in eorum oppoſitione cum ſole; *arcus regreſſus major eſſe debet in planetis minus a tellure remotis.*

Stationes, & regreſſus planetarum inferiorum.

1318. EXPLICATIO II. *Tellus, & planeta quiſpiam inferior*, Venus, aut Mercurius, acti viribus projectili, & centrali periodicam circa ſolem revolutionem peragant. Tellure revolutionem explente, Venus unam ferme, & dimidiam, Mercurius quatuor ferme explebit (1179). Debent ergo hi planetæ tellurem modo ſequi, modo aſſequi, modo prætergredi. (*Fig.* 36)

Ut hac in re generica ideas omnibus poſitionibus congruentes tradamus, planetæ inferioris, Mercurii exempli gratia, ſemitam perſequamur. Sit tellus in A, Mercurius in conjunctione inferiori in *a*. Quum Mercurius quatuor ferme revolutiones expleat, tellure unam explente, Mercurii orbitam in octo æquales partes ſecemus, telluris orbitam in triginta duas. Mercurius totam orbitam explebit, dum tellus ſuæ arcum A B percurrit. Uterque, planeta motum verum habet in conſequentia ſignorum directione 1, 2, 3, 4, 5.

I. Poſita tellure in A, Mercurio in *a*, Mercurius videbitur in M (912). Tranſeat Mercurius in ſua orbita ab 1 in 2, dum tellus in ſua lentior tranſit quoque ab 1 in 2: Mercurius videbitur in V. *Apparebit in antecedentia ſignorum retrogreſſus* toto arcu M V, etſi re ipſa ſemper in conſequentia proceſſerit.

EXPLICATIO. Quum planetæ, & cometæ, ut & tellus, in ellipſibus inæqualiter excentricis circa ſolem commune ſuæ gravitationis centrum convertantur in vacuo, aut in medio non reſiſtente; patet, diverſa hæc corpora inæqualibus velocitatibus mota ad ſolem, ut & ad terram modo accedere debere, modo a ſole, & a terra recedere. Sit ſol in F immobilis, circa quem cometarum, & planetarum omnium primariorum fiant ellipticæ revolutiones: ſol erit extra orbitarum centra C.

I. Orbitis his omnibus tamquam ellipſibus conſideratis, quarum communem focum F ſol occupat; tellus erit perihelia in T, aphelia in D: Saturnus perihelius in S, aphelius in Z: Mercurius perihelius in *a*, aphelius in *m*; atque ita de reliquis.

II. Quum tellus eſt in T, Saturnus ſit in S, Jupiter in I, Mercurius in *m*, Mars ad M. Saturnus erit perigeus: Jupiter, & Mercurius apogei: Mars ad alteram ex ſuis quadraturis.

III. Planetæ, & cometæ quum ſint opaci, ut tellus, nec niſi mutuata a ſole luce ſplendeant, jam non niſi in parte ſoli adverſa erunt illuminati; & pars hæc illuſtrata, quæ hemiſphærium vix excedit (903), quæque ſola a telluris incola videri poteſt, modo magis, modo minus a tellure diſtat, & inæqualiter obſervatori patet. Sit exempli gratia tellus in *t*: Mars perigeus in M magnus valde, & ſplendens apparet; ejus enim diſcus illuſtratus totus ad tellurem converſus eſt. Idem apogeus in N minor, & languidior apparet; tum enim licet ejus diſcus illuminatus ad tellurem totus converſus ſit; ejus lux diſtantia langueſcit, & minorem præbet angulum opticum (918). Mars in quadratura falcatus apparet; tunc enim ejus diſcus illuſtratus obſervatori terreſtri partim viſibilis eſt, partim inviſibilis, ferme ut luna in quadraturis.

Pari modo ſuppoſita tellure in A, Venus apogea in V lucidiſſima eſt, perigea in X vix lucet: ibi enim totus ejus diſcus illuſtratus V oculo obiicitur: hic diſcus illuſtratus X eſt ad partes obſervatori oppoſitas.

PHÆNOMENON QUINTUM.

1320. *Solſtitia, ſeu ſolis ſtationes in tropicis.*

EXPLICATIO. Phænomenon hoc importat, ſolem bis in anno in ſua vera, aut apparente circa eclipticam revolutione aliquot diebus ad ſenſum nec ad æquatorem accedere, nec ab illo recedere. Jam oſtendimus qua ratione hoc contingat in hypotheſi ſolis eclipticam percurrentis (1171). Idem contingit in hypotheſi ſolis in centro mundi planetarii immobilis; tunc enim tellus eam ipſam curvam percurret, quæ ſoli tribuebatur; & ex opticæ legibus ſol ſemper in oppoſita hujus curvæ parte videbitur ad æquatorem accedere, aut ab illo recedere pro telluris ad æquatorem acceſſu, aut ab eo receſſu. Atqui tellus planeta eclipticam percurrens, cujus planum æquatorem ſecat ad angulum graduum ferme 23, 30′, alternis ad æquatorem accedit, & ab eo recedit ita tamen, ut duo exigui arcus in illa curva ſint, magis ſcilicet ab æquatore remoti, alter ad auſtrum, ad boream alter, in quibus ejus motus eſt æquatori ad ſenſum parallelus (1170). Exempli gratia. (*fig.* 10)

I. Quum tellus tranſit ab R in T ab auſtro ad boream, ab æquatore boream verſus recedit quantitate XM; ſol vero ſemper ad oppoſitam telluri partem viſus, æquali quantitate CE ab æquatore polum auſtralem verſus recedere videtur.

Quum tellus eſt in T ferme gradus 90 diſtans ab æquinoctio verno R; arcus, quem in ſua curva percurrit, eſt analogo æquatoris arcui ad ſenſum parallelus (1170): ſol viſus in E ad par-

partes puncto T oppoſitas videbitur ergo ipſe quoque nec ad æquatorem accedere, nec ab eo recedere: hac itaque ratione erit ſtationarius.

II. Quum poſt ſex menſes tellus erit in Q ferme gradus 90 diſtans ab æquinoctio autumnali P; arcus ab ea in ſua curva percurſus erit adhuc analogo æquatoris arcui ad ſenſum parallelus: tellus hunc arcum percurrens ad æquatorem ad ſenſum non accedit, nec ab eo recedit; & ſol in M viſus videbitur in conſequentia ſignorum progredi, quin aliquot diebus ad æquatorem ad ſenſum accedat, aut ab eo recedat. Hinc *ſolſtitiorum phænomenon*; quod in hypotheſi terræ immobilis abſonum (1314), ſimpliciſſimum eſt, & naturæ conſonum in hyotheſi telluris planetæ; in qua ut contingat, motum projectilem, & centralem telluris circa ſolem tantum poſtulat in vacuo, aut in medio non reſiſtente. (1285)

PHÆNOMENON SEXTUM.

1321. *Solis mora in ſignis borealibus octo ferme diebus longior, quam in auſtralibus.* (*fig.4*)

EXPLICATIO. Sit ATBDA orbita elliptica annua telluris circa ſolem extra centrum C in foco F immobilem. Dum tellus planeta curvæ arcum borealem ATB percurrit, ſol F ſemper ad oppoſitas partes videtur in ſignis auſtralibus: dum tellus curvæ arcum auſtralem B DA percurrit, ſol F in ſignis borealibus videtur. Hinc ſimplex, & prona phænomeni explicatio.

Aſtronomicis obſervationibus demonſtratur, ellipticæ telluris orbitæ ATBDA axem primum dirigi a borea in auſtrum, & ſolem eſſe in boreali foco F (1224): eſt ergo tellus perihelia in T, aphelia in D.

Binis rationibus mora ſolis in ſignis borealibus longior apparere debet, quam in auſtralibus.

Harum *prima* eſt, quia eclipticæ pars ATB circa æquatorem ſub ſignis borealibus minor eſt altera BDA ultra æquatorem ſub ſignis auſtralibus. *Altera* eſt, quia telluris velocitas in arcu BDA, quem percurrit ab æqinoctio verno ad autumnalem, quo tempore ſol videtur in ſignis borealibus, minor eſt, quam in arcu ATB, quem percurrit ab æquinoctio autumnali ad vernum: planetarum enim velocitates abſolutæ in diverſis orbitæ punctis ſunt ſemper in inverſa radiorum vectorum ratione, (1281)

Uno verbo; ſol diutius apparet in ſignis borealibus, quia pars auſtralis BDA orbitæ terreſtris eſt boreali ATB aliquanto major; & vera telluris velocitas eſt in prima aliquanto minor, quam in altera.

PHÆNOMENON SEPTIMUM.

1322. *Dierum, & noctium inæqualitas utrinque ab æquatore.*

EXPLICATIO. Citra æquatorem, puta in Gallia, dies a ſolſtitio hyberno ad æſtivum creſcunt; ab æſtivo ad hybernum decreſcunt: hinc dierum, & noctium inæqualitas (1145): verum hoc dierum, & noctium augmentum, & decrementum ſingulis diebus non eſt uniforme. (*fig.* 10)

Ex genere, inter æquatorem, & circulos dies eo noctibus longiores ſunt, quo ſol diurnas revolutiones peragere videtur ab æquatore remotior viſibilem polum verſus. Si quotidie tellus ellipticæ ſuæ orbitæ partem percurrens æque ab æquatore recederet, aut ad illum accederet, puta minutis ſex, ſol eadem quantitate ab æquatore recedere, aut ad illum accedere videretur; & dierum, aut noctium augmentum in dies eſſet æquale: duæ tamen cauſæ huic uniformitati adverſantur.

Prima eſt inæqualis telluris velocitas: hæc a per-

perihelio T hyeme minuitur uſque ad aphelium Q æſtate; deinde pari ratione creſcit ab aphelio Q æſtate uſque ad perihelium T hyeme (1224, 1281). Tellus itaque in dies orbitæ arcum modo majorem percurrit, quo ab æquatore inæqualiter in dies recedit, aut ad illum accedit,

Altera eſt inæqualis ejus velocitatis directio ad æquatorem C X. Exempli gratia, prope ſolſti tia telluris velocitas eſt ad ſenſum æquatori parallela: prope æquinoctia eſt æquatori obliqua, a quo propterea in dies magis recedit.

PHÆNOMENON OCTAVUM.

1323. *Stellarum citior, quam ſolis ad meridianum reditus* (*Fig.* 42).

EXPLICATIO. Sit ABCDEA telluris orbita ſub zodiaco a ſole diſtans leucarum ferme tercenties centena millia, immenſum vero a zodiaco, & a ceteris ſtellis. Concipiatur axis terræ, circa quem ſingulis diebus rotatur, oblique occurrens orbitæ hujus plano ſub angulo ſemper æquali graduum 66, 32′: axis hic erit ſemper ſaltem ad ſenſum parallelus in una telluris circa ſolem revolutione. Sit obſervator *n* in terræ ſuperficie: linea A *n*, B *n*, C *n*, D *n*, E *n* hujus obſervatoris meridianum referet.

I. Tellus in A circa ſuum axem convertatur ab occidente in orientem directione *m n o m*, qui axis utrinque a plano eclipticæ promineat: Meridianus A *n* indefinite productus eodem inſtante ſolem S, & ſtellam Z attinget. Si tellus ſemper diurnas revolutiones faceret ad punctum *a*, nec in ecliptica progrederetur; ſol S, & ſtella Z ſemper ſimul advenirent ad meridianum A *n* obſervatoris in *n* immoti.

II. At vero dum tellus alteram revolutionem diurnam facit circa ſuum axem, in ecliptica ab A in B progreditur in conſequentia ſignorum.

Poſt integram telluris revolutionem circa ſuum axem, meridianus B*n* obſervatoris meridiano A*n* parallelus aſſequitur ſtellam Z, quæ æque in Z, & in *z* apparet, quum ſpatium A B die uno a tellure percurſum immenſæ ſtellarum diſtantiæ comparatum nullum ſit. Meridianus hic B*n*, qui jam ſtellam Z aſſequitur, nondum ſolem S non minus ſtellis immobilem aſſequitur: ut eum aſſequatur, meridianus B*n* adhuc arcum *nx* percurrat oportet: tunc vero ſol videbitur in V, & ſtella Z videbitur ſolem præcedere ad occidentem toto arcu V Z, qui eſt ferme unius gradus ſingulis diebus.

Hic jam apparet, diem naturalem, & civilem aliquanto longiorem eſſe una telluris circa axem revolutione: dies naturalis, & civilis eſt horarum 24. Telluris circa axem revolutio fit horis 23, 56′, 4″.

III. Tellus in tranſitu ab A in C revolutiones 90 circa ſuum axem expleverit: expleta poſtrema revolutione meridianus obſervatoris aſſequetur ſtellam Z, quæ ad diſtantiam veluti infinitam ſemper ad ſenſum in eodem cæli puncto apparet. Spatium *zz* Z ſpatio C S æquale in diſtantia infinita nullum cenſetur. At meridianus C*n* ut ſolem S aſſequatur, adhuc arcum *nx* percurrat oportet, ſeu revolutionis quadrans illi adhuc percurrendus eſt. Tunc ſol S in meridie apparebit in X, & ſtella Z videbitur in occidente, ſeu gradus 90 a meridiano diſtans occidentem verſus.

IV. Eadem ratione, tellure in D expletis jam revolutionibus 180 circa ſuum axem, meridianus D*n* ſtellam Z aſſequetur; & dimidiam revolutionem efficiat oportebit *nox*, ut ſolem aſſequatur. Quum deinde tellus erit in E, meridianus E N obſervatoris aſſequetur ſtellam Z, & adhuc tres revolutionis *nomx* quadrantes efficiat oportebit, ut ſolem, qui in Y videbitur, aſſequatur. Tandem quum tellus iterum

erit

erit in A, meridianus A*n* ſimul & ſtellam Z, & ſolem S aſſequetur. At ſtella vicibus 366 per meridianum tranſierit, ſol tantum vicibus 365.

1324. COROLLARIUM. Hic apparet cur, *licet telluris circa axem revolutio fiat horis* 23, 56′, 4″; *tamen dies naturalis, ſive aſtronomicus ſit horarum* 24.

EXPLICATIO. Ratio hujus eſt, quia dies naturalis, ſive aſtronomicus a meridie ad meridiem, aut a media nocte ad mediam noctem computatur; & integra telluris revolutio circa axem dum interea in ſua orbita procedit, non ſufficit, ut loci ejuſdem meridianus iterum ad ſolem redeat. Exempli cauſa: etſi in A, & B diurnæ telluris revolutiones *mnom* ipſis horis 23, 56′, 4″ perficiantur; in B integra telluris circa axem revolutio nequit meridianum B*n* ad ſolem S adducere; ſed hic meridianus ultra integram revolutionem, adeoque ultra totum æquatorem percurrere debet arcum *nx*; qui ut percurratur minuta 3, & 56″ ferme poſtulat.

Dico *ferme minuta* 3, 56″; aliquando enim aliquot ſecundis citius, aliquando ſerius centrum ſolis ad heſternum meridianum redit. Patet inæqualitates velocitatis telluris in ſua orbita, hujus orbitæ inflexionis, diſtantiæ ſolis, inter arcus eclipticæ, & analogos æquatoris arcus ab horum circulorum obliquitate ortas aliquam in diebus naturalibus a meridie ad meridiem, aut a media nocte ad mediam noctem computatis diverſitatem parere debere. Hinc dies verus a medio diſtinguendus.

Tempus verum, tempus medium.

1325. DEFINITIO. I. *Dies verus*, ſeu *tempus verum* illud dicitur, quod intercedit inter verum inſtans tranſitus centri ſolis per meridianum, & inſtans reditus centri ſolis ad eundem

meridianum. Tempus hoc nonnullis ſecundis aliquando longius eſt, aliquando brevius.

II. *Dies medius*, ſeu *tempus medium* illud dicitur, quod intercedit inter verum inſtans tranſitus centri ſolis per meridianum, & inſtans, quo centrum ſolis iterum per meridianum tranſiiſſet, ſi motus hujus aſtri in aſcenſione recta, & æquatori parallelus eſſet ſemper uniformis, & ſuo motui medio ſemper æqualis.

1326. NOTÆ. I. *Telluris revolutio circa ſuum axem ſemper uniformis, & æque diuturna eſſe debet*; quum enim in vacuo fiat, aut in medio non reſiſtente, nihil habet, unde ejus motus ullo modo mutetur. Ceterum hæc telluris revolutio a viribus centralibus non afficitur; vires hæ ſiquidem in omnes ejus partes æque agunt, nec unam altera magis urgent, nec diurnæ revolutionis æquilibrium perturbant, quæ eodem modo ad quamvis a ſole diſtantiam, & poſito quovis motu projectili, & centrali perficitur.

II. *Dies naturalis, verus, & medius longior eſt vera telluris circa ſuum axem revolutione, & apparente ſtellarum circa tellurem revolutione.* Stellæ ſiquidem quotidie breviori tempore, quam ſol ad meridianum redeunt (1323). Telluris, & ſtellarum revolutio meridiani cæleſtis revolutioni tempore æqualis eſt. Ergo dies naturalis verus, aut medius una meridiani velocitate longior eſt.

III. *Die uno medio totus æquator ſub meridiano tranſit, & præterea ejuſdem æquatoris minuta* 59, 8″. Minuta hæc 59, 8″ reſpondent diurno ſolis motui in aſcenſione recta, ſeu mediæ ſui motus diurni quantitati æquatori paralleli. Motus hic apparens ſolis reſpondet vero telluris motui per ſingulos dies in ecliptica.

IV. *Dies verus medio congruere nequit, niſi quum diurnus ſolis motus in aſcenſione recta eſt minutorum* 59, 8″: continget hoc ad diem 11 ſe-

februarii, ad diem 14 maii, ad diem 26 julii, & ad diem primam novembris. Ceteris diebus meridies verus erit a meridie medio diverſus: exempli cauſa, quum ſol eſt apogeus ad initium æſtatis, dies verus die medio ſecundis 13 longior eſt.

V. Hinc apparet, *optimum horologium, cujus motus omnino æquabilis eſſet, fere nunquam ipſas horas 24 a meridie ad meridiem indicare debere*; quum neceſſario tempus medium indicare debeat.

Sequens pagina tabulam exhibet, in qua temporis veri a medio differentia invenietur, ſeu quot ſecundis horologium affabre factum ſolem præcedere, aut ſequi debeat a meridie ad meridiem. Exempli cauſa, horologium accuratum ad horam ſolis poſitum meridie Kalendis Januarii, meridiem indicabit die ſequenti antequam centrum ſolis ſit in meridiano, ſeu antequam re ipſa meridies ſit: *præcedet* ſecundis 28; poſtridie vero nonas ejuſdem menſis præcedet ſecundis 28+27+27+26+26; ſive 2′, 14″. Idem horologium ad horam meridianam appoſitum Kalendis ſeptembris, die craſtina meridiem indicabit ſecundis 19 poſtquam centrum ſolis per meridianum tranſierit: tardius itaque procedet ſecundis 19: die vero decima ejuſdem menſis tardius procedet ſecundis 19+19+19+20+20+20+20+20+20, ſeu minutis 2, 59″; atque ita porro. A Kalendis novembris ad pridie nonas februarias horologium accuratum ſolem præcedere debet minutis 32; ſeu meridiem indicabit hora 11, & minutis 29.

Æquatio Horologii, ſeu TABULA SECUNDORUM, quibus Horologium accuratum quotidie Solis motum præcedere, aut ſequi debet. P *præcedit*. S *ſequitur*.

Dies Menſ.	Januarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Junius.	Julius.	Auguſtus.	September.	October.	November.	December.
	P	P	S	S	S	P	P	S	S	S	P	P
1	28	7	13	18	8	9	12	3	19	19	0	23
2	28	6	13	18	7	9	11	4	19	18	0	24
3	27	6	13	18	6	10	11	5	19	18	1	24
4	27	5	14	18	6	10	11	5	19	18	2	25
5	26	4	14	18	5	10	10	6	20	17	3	25
6	26	3	15	18	5	11	10	7	20	17	4	26
7	25	2	15	17	4	11	10	7	20	16	4	27
8	25	1	16	17	4	11	9	8	20	16	5	27
8	24	1	16	17	3	11	9	8	20	16	6	28
10	24	*S	16	16	2	12	8	9	20	25	7	28
11	23	1	17	16	2	12	8	10	21	14	8	28
12	23	2	17	16	1	12	8	10	21	14	9	28
13	22	2	17	16	1	12	7	11	21	13	9	29
14	21	3	17	15	*P	13	7	11	21	12	10	29
15	21	4	17	15	1	13	6	12	21	12	11	29
16	20	5	18	15	1	13	6	12	21	11	12	29
17	19	5	18	14	2	13	5	13	21	11	13	30
18	18	6	18	14	2	13	5	13	21	10	13	30
19	18	7	18	13	3	13	4	13	21	9	15	30
20	17	7	18	13	3	13	3	14	21	9	15	30
21	15	8	18	12	4	13	3	14	21	8	16	30
22	15	8	18	12	4	13	2	15	21	7	17	30
23	14	9	19	12	5	13	2	15	20	7	18	30
25	14	10	19	11	5	12	1	16	20	6	18	30
25	13	11	19	11	6	12	1	16	20	5	19	30
26	12	11	19	10	6	12	*S	17	20	4	20	30
27	11	12	19	10	7	12	1	17	20	4	20	30
28	10	12	19	9	7	12	1	17	19	3	21	29
39	10		19	9	8	12	2	18	19	2	22	29
30	9		18	8	8	12	2	18	19	1	23	29
31	8		18		8		3	18				29

PHÆNOMENON NONUM.

1327. *Præceſſio æquinoctiorum, ſeu magna firmamenti revolutio circa polos eclipticæ in conſequentia ſignorum annis* 25740 (*Fig.* 6).

EXPLICATIO. Phænomenon eſt hoc in natura maximum in ſyſtemate terræ immobilis nullo pacto explicandum, quod ſufficeret ad ſolis immobilitatem, & telluris motum oſtendendum. Qua ratione ſit, ut totum cælum quotidie revolutionem faciens ab oriente in occidentem circa polos æquatoris alteram revolutionem faciat ab occidente in orientem circa polos eclipticæ annis 25740? (1131, 1165). Primo phænomenon explicabimus ejus cauſam tantum indicantes: poſtea oſtendemus quænam cauſa conſtans ſit phænomenon pariens juxta notiſſimas naturæ leges.

Quæ cauſa lunam regredi facit in antecedentia ſignorum, æque concurrere debet ad æquatoris terreſtris regreſſum æque in antecedentia (1240); quandoquidem æquator terreſtris intumeſcens, & veluti extra globum extans eclipticæ plano, ut & lunaris orbita, eſt inclinatus; & quodvis hujus armillæ elementum motum habet ab occidente in orientem circa terræ centrum, ut & luna in ſua orbita. Singula igitur hæc elementa ſentiunt eandem vim perturbatricem, quæ in lunam agit, & qua per punctum magis occidentale eclipticæ pellitur in quavis revolutione (1238). Quare præter motum diurnum, & annuum ſuppoſito telluri *tertio motu*, quo partes ejus omnes lentiſſime regrediuntur in antecedentia ſignorum eclipticæ plano parallelæ, nihil, niſi neceſſario a legibus naturæ conſequens ſupponetur. Quænam integra motus hujus tertii cauſa ſit quamprimum perpendemus: hic illum ſupponamus, quæque inde ſequantur videamus (*Fig.* 6).

I. Sit

I. Sit igitur A *p b m* A tellus: *p* T *m axis terreſtris*, circa quem partes omnes telluris quotidie convertuntur ab occidente in orientem; *d* T *e alter axis terreſtris*, circa quem fit magna revolutio partium omnium telluris ab oriente in occidentem eclipticæ parallela annis 25740.

Axis *p* T *m* ſemper æquatori terreſtri A T *b* perpendicularis perſeverat; axis *d* T *e* ſemper eclipticæ F T G in quovis puncto F, T, G, in quo tellus ſit in annua revolutione circa ſolem, perpendicularis perſeverat. Ratio horum eſt, quia in vacuo, aut in medio non reſiſtente, nihil eſt, unde alteruter axis directionem mutet: vires enim centrifugæ, & centripetæ, quæ tantum in hos axes agunt, æque agunt in omnes earum partes hinc inde a telluris centro æque diſtantes. quum vero ſemel partes hæ æquilibratæ ſint, in telluris annuis, & diurnis revolutionibus æquilibratæ perſeverare debent. Si ſex menſibus punctum *m* paulo minus a ſole diſtans magis ab hoc aſtro attrahitur, quam punctum *p*; ſex menſibus ſequentibus punctum *p* eandem attractionem ſubit; & æquilibrium aut perſeverat, aut perpetuo reſtituitur.

II. Sub æquatore intumeſcente A *b* A, & armillam veluti efficiente circa axem terreſtrem *p* T *m* ſit urbs A: hæc in diurnis revolutionibus circa hunc axem ſucceſſive ad zenith habet ſtellas omnes, & puncta omnia circuli VTV. Si urbs hæc nullum alium motum haberet præter diurnum, & annuum telluris, ſemper ad zenith eaſdem ſtellas haberet, eademque puncta, ſicuti ad ſenſum pluribus menſibus habet.

Verum urbs hæc tertium motum habet, quo annis 25740 revolutionem faciet A *g a c* A ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem D *d e* E. Urbs hæc ergo annis 12870 erit in *a*; tunc vero ſemper in terreſtri æquatore ſita, & diurnas revolutiones *a* B *a* faciens ab occidente

in

in orientem habebit ſucceſſive ad zenith ſtellas omnes, & puncta omnia cæleſtis circuli ZTZ.

III. Quum terræ partes invicem adhæreant, dum urbs A revolutionem retrogradam efficit A*gac*A circa polos eclipticæ, axis terreſtris *p*T*m* revolutionem retrogradam *pqrſp*, *mnokm* efficere debet circa eclipticæ axem *d*T*e*. Axis terreſtris hic *p*T*m* indefinite utrinque productus itaque annis 25740 deſcribit circa eclipticæ polos D, E conos duos ad verticem T oppoſitos PTR, MTO; quod ejus ad planum eclipticæ inclinationem non immutat æqualem gradibus 90 dempto DP, vel DQ, vel DR, vel DS, qui ſunt radii quatuor ejuſdem circuli PQRS.

Motus hic conicus axis terreſtris *p*T*m*, vel axis mundi PTM in dies non eſt ſenſibilis, aut in menſes, quum quotannis ſit tantum ſecundorum ferme 50; neque ad ſenſum paralleliſmum tollit, quem axi terreſtri ſuppoſuimus in quavis ſolitaria circa ſolem revolutione (1314).

IV. Motus hic conicus aliquot ſæculis efficere debet, ut totum immobile firmamentum loco motum eſſe videatur. Efficere debet, exempli cauſa, ut dum axis terreſtris directionem, & poſitionem habet *p*T*m*; puncta cæleſtia P, M ſint poli mundi; & ſtellæ V, V ſint in æquatore.

At vero annis 12870 axis terreſtris *p*T*m* tranſierit in *r*T*o*: polus cæleſtis borealis, qui erat in P, erit in R; polus cæleſtis auſtralis, qui erat in M, erit in O: æquator cæleſtis, qui erat in VTV, erit in ZTZ: ſtellæ Z, Z quæ erant altera ad boream, altera ad auſtrum æquatoris, erunt in æquatore: ceteræ quoque ſtellæ omnes locum reſpectu æquatoris mutaſſe invenientur, aliis ad mundi polos R, O accedentibus, aliis inde recedentibus.

V. Quum totus æquator cæleſtis AT*b* perpetuo regrediatur in antecedentia ſignorum, jam

ejus

ejus diameter retrogradam revolutionem faciens AgxcA, bfBbb, eclipticæ planum 1, 2, 3, 4, ſecat in punctis quotannis magis occidentalibus, modo in 3, poſtea in 4. At quum æquator terreſtris cæleſtem definiat, hic quoque regredi videbitur in antecedentia ſignorum eclipticam ſecans in punctis ſemper magis occidentalibus.

Hinc ſtellæ quotannis progredi videntur eclipticæ parallelæ in conſequentia ſignorum ea quantitate, qua æquator cæleſtis, & terreſtris quotannis regreditur in antecedentia, ſcilicet 50″, 20‴ ferme. Exempli cauſa, ſtella, quæ annos ante 71 videbatur in interſectione eclipticæ, & æquatoris in æquinoctio verno, apparebit ferme gradum ultra punctum æquinoctii verni; quum modo æquator eclipticam fecet in puncto ferme gradum magis occidentali. Hinc phænomenon præceſſionis æquinoctiorum omnibus circumſtantiis conveſtitum, ut obſervationibus exhibetur, & ut alibi illud expoſuimus (1131).

VI. Motus hic telluris retrogradus circa axem eclipticæ cauſam conſtantem poſtulat. Eſt hæc ſolis, & lunæ ſimul attractio in protuberantem æquatoris terreſtris partem agens: hanc in ſequentibus explicamus.

Phænomeni hujus cauſa phyſica.

1323. ASSERTIO I. *Attractio ſolis in protuberantem æquatoris partem eum retrogradum reddere debet.*

EXPLICATIO. Tellus ad polos compreſſa eſt, ad æquatorem elevata, & æquatoris diameter axe per polos tranſeunte leucis 12, aut 15 longior eſt (*Fig.* 50). Si in hoc ſphæroide concipiatur circulus, cujus centrum ſit ipſum terræ centrum, diameter vero axis terræ, hic circa ſuam diametrum, ſeu axem terræ circumvolutus ſolidum ſphæricum deſcribet, circa quod

ma-

materiæ ſtratum relinquet, cujus craſſities, ad polos nulla, utrinque uſque ad æquatorem creſcet: eſt hæc materia protuberans æquatoris, a qua oritur terræ revolutio circa polos eclipticæ in antecedentia ſignorum. Sit ergo tellus T A M B N A circa ſuum axem eclipticæ inclinatum diurnas revolutiones faciens A M B N A ab occidente in orientem (*Fig.* 14).

I. Materiæ ſtratum hoc A M B N A anuli extantis ſpeciem efficit utrinque ad eclipticæ planum N R M inclinati, quod in M & N ſecat. Quævis anuli hujus particula B tribus viribus agitur: projectili B D per tangentem: centripeta B T ad terræ centrum: altera centripeta BS ad ſolis centrum. Poſtrema hæc vis BS agit hic in particulam B extra planum æquatoris poſitam, ut alibi oſtendimus, eam agere in lunam extra eclipticæ planum poſitam (1238). Itaque,

II. Poſtrema hæc vis, ſive attractio ſolis obliqua eſt particulis omnibus anuli extantis, quæ non ſunt in eclipticæ axe S T R. Vis ergo B S in duas reſolvitur B V, B T (1238, IV.), quarum altera B V nititur partem B ad ſolem adducere: altera B T eandem partem B nititur adducere ad planum eclipticæ N R M.

III. Pars hæc B ex vi projectili B D, & ex ſua gravitate B T ad terræ centrum pergeret planum eclipticæ ſecare in M. Verum ex ſolis actione B T, quæ eam quoque nititur ad eclipticæ planum adducere, citius, & propius planum hoc attinget in *n*, non ſerius, & remotius in N.

IV. Sit in centro terræ diaphanæ oculus particulam, ſeu urbem B obſervans dum per eclipticæ planum tranſit. Quum per illud tranſit in N, videtur in cælo in Q: quum in ſequentibus revolutionibus tranſibit per *n*, videbitur in cælo in P in puncto magis occidentali; & regreſſa videbitur arcu Q P in antecedentia ſignorum P Q X Y.

V. Pars

V. Pars ergo hæc B in quavis revolutione circa terram, cujus centrum ſemper eſt in plano eclipticæ, hoc planum attinget in puncto ſemper magis occidentali; & repetitis ſuis revolutionibus planum eclipticæ ſecabit in innumeris diverſis punctis, quæ viſa e centro terræ referentur retrograda in antecedentia ſignorum ad omnia eclipticæ cæleſtis puncta Y X Q P O.

Spatium totum a tellure in annua circa ſolem revolutione percurſum puncti inſtar eſt infinitæ ſtellarum O P Q X Y diſtantiæ comparatum. Quare tellus veluti immota in T cenſeri poteſt; & molecula B veluti diurnas revolotiones ſuas B N A M B faciens eclipticam ſucceſſive ſecans in N, *n*, *b*, M, *m*, &c.

VI. Idem continget particulæ cuivis N, A, M anuli hujus extantis, & plano eclipticæ inclinati: obliqua enim ſolis actio in quamvis particulam in duas reſolvitur A Z, A T, quarum A T inſumitur in particula A ad eclipticæ planum adducenda, & ad punctum *m* attrahenda, dum ſecus iret longius in M. Ergo ex obliqua ſolis actione quævis anuli hujus particula regredi debet. Ergo totus æquator terreſtris, qui eſt ipſa harum partium collectio, ex hac ſolis actione regredi debet, & ſecum terram totam retrogradam reddere.

1329. ASSERTIO II. *Lunæ attractio in prominentem æquatoris terreſtris materiam ipſa quoque in ejus motum retrogradum influit.*

EXPLICATIO. Æquator terreſtris lunæ orbitæ quoque inclinatus eſt: & ex generalis attractionis lege quævis anuli illius extantis particula in lunam tendit, aut in ſolem, & in terræ centrum. Dum luna itaque circa terræ centrum convertitur, partes omnes anuli hujus B, N, A, M attrahit: at ejus actio, ut illa ſolis, in duas reſolvitur. Quod ſupra de ſole diximus, de luna hic dici poteſt. (*Fig.* 14)

I. Sit igitur luna in quovis orbitæ ſuæ NRM

S N

SN puncto S. Hic luna attrahet particulam terreſtrem B directione BS. At hæc actio BS in duas reſolvitur, quarum altera BV nititur partem B ad lunam trahere; altera illam ad planum orbitæ lunaris adducere, extra quam pars B ſita eſt.

II. Pars BT itaque attractionis lunaris efficiet, ut particula B lunarem orbitam ſecet in *n*, non remotius in N; pars vero B citius planum eclipticæ attinget, ad quod luna extra ipſum ſita ſemper tendit. Idem dicas de æquatoris terreſtris particulis M, A, N.

Ex Neutoni ſupputationibus quantitas regreſſus ex actione lunæ in æquatorem terreſtremi eſt ferme quater, & ſemis actione ſolis major.

1330. OBJECTIO. Revolutio retrograda nodorum lunæ a *ſola* ſolis actione parta annis ferme 19 *completur*: quæ æquatoris terreſtris revolutio retrograda a conjunctis ſolis, & lunæ viribus orta annis tantum 25740 campleatur?

RESPONSIO. Quatuor præcipuis rationibus æquatoris terreſtris regreſſus orbitæ lunaris regreſſu multo lentior eſt. (*Fig.* 14)

I. Vis perturbatrix, qua luna in B regreditur, exhibetur per BT diſtantiam lunæ a centro terræ, hoc eſt terræ radios ferme 60: at vis perturbatrix, qua pars quævis æquatoris terreſtris regreditur, exhibetur per BT, diſtantiam ſcilicet partis illius a centro terræ, ſeu radium unum terræ. Actio ergo ſolis, qua regreditur luna (1238), eſt ſexagies major actione ſolis, qua pars æquatoris terreſtris regreditur.

II. Pars extans æquatoris terreſtris regredi nequit, quin totam terreſtrem maſſam ſecum trahat. Quum vero hæc lunæ maſſam ſexagies ferme, & quater excedat (1190); actio vim retrogradam lunæ imprimens, multo minorem multo majori telluris maſſæ imprimere debet.

III. Telluris materia protuberans ab æquatore ad polos diffuſa armillam ſub æquatore collectam totam re ipſa non efficit: minus propterea a ſolis, & lunæ vi perturbatrice afficitur.

IV. Eo major eſt regreſſus, quo cauſa efficiens diutius agit, ſeu quo tempus periodicum diuturnius eſt. Atqui revolutio anuli terreſtris completur horis 23, 56′: lunæ revolutio fit diebus 27, horis 7, 43′. Ergo ex his omnibus æquator terreſtris lunari orbita multo lentius regredi debet. Non ergo mirum, puncta æquinoctialia revolutionem retrogradam circa polos eclipticæ complere tantum annis 25740, dum illam lunæ nodi complent annis ferme 19.

CONCLUSIO. Maximum hoc naturæ phænomenon, *præceſſio æquinoctiorum* ita explicatur. In hypotheſi terræ immobilis nullam explicationem admittit: in ſyſtemate terræ planetæ eſt tantum mutuæ corporum gravitationis conſectarium.

Quam arcte omnia in natura connexa ſint hic apparet; quam belle cauſæ phyſicæ phænomenis, hæc illis congruant; qua ratione phænomenon, quod ſolitarium videtur, cæteris rebus connexum ſit: qua ratione æquatoris intumeſcentia, exempli gratia, quæ tantum legum generalium impulſus, & attractionis conſectarium videtur, phænomenorum cæleſtium maximo connexa ſit; & qua ratione hujus explicatio ceteras omnes intumeſcentiæ æquatoris demonſtrationes confirmet.

PHÆNOMENON DECIMUM.

1331. *Aberratio fixarum; ſive exiguus motus apparens, quo videntur quotannis circa ſuum verum locum curvam deſcribere, cujus radius eſt ſecundorum ferme* 20. (1165, III)

LEMMA. Explicatio tradenda, & paſſim admiſſa auctorem habet celebrem ſuperioris ſæculi aſtro-

aſtronomum Bradleium Anglum. Duobus principiis paſſim receptis innititur, quorum alterum ad virium reſolutionem ſpectat, alterum ad viſionis theoriam.

I. Principium primum. *Si corpus incurrat in planum, quod moveatur, ictus non ſequitur corporis percutientis directionem, ſed diagonalem inter percutientis, & percuſſi corporis directiones.* Exempli cauſa (*Fig.* 39)

Sit corpus C in planum A B incidens. Si planum eſt immotum, percuſſio fiet directione A R. Si vero planum eodem tempore moveatur directione A B; hoc ex viribus conſpirantibus A B, A R nitetur moveri directione A P; & percuſſio ex viribus A B, AR orta æquivalebit percuſſioni partæ a ſola vi AP exhibita per diagonalem parallelogrammi, cujus duo latera ſint vires conſpirantes. (346)

II. Alterum principium. *Objecta videmus in directione ictus a radio lucido effecti quo momento radius oculum attingit.* (*Fig.* 41)

Quare ſi radius a corpore C adveniens oculum in A feriat directione A P; oculus objectum C videbit in Z. Si vero oculus A circa ſe convertatur ſemper ab eodem radio affectus directione AP; objectum C videbitur circa ſuum verum locum C deſcribere circulum Z Y Z.

Ex hiſce certiſſimis principiis facile apparens fixarum aberratio explicatur, quod phænomenon non niſi ſæculo proxime ſuperiore detectum fuit. Hoc initio incertas redditurum videbatur plæraſque aſtronomicas obſervationes: at immortalitate tantum donabit eum, cujus acre ingenium illius cauſam phyſicam detexit, ipſumque exactiſſimo calculo ſubjecit. (*Fig.* 41)

1332. EXPLICATIO. A ſucceſſivo lucis motu, & ab annuo telluris motu in ecliptica apparens fixarum aberratio procedit. Siquidem

I. Dum obſervatoris oculus A a radio C A a ſtella veniente afficitur, oculus hic motu A B

cum

cum tellure per eclipticam fertur: ergo oculi affectio fit, non jam directione A R radii oculum ferientis, nec directione A B telluris, qua aſportatur, ſed directione diagonalis A P parallelogrammi, cujus latera ſunt vires duæ conſpirantes A R, A B. Si ergo velocitas radii C A rationem finitam habet ad velocitatem AB, qua oculus cum tellure fertur per eclipticam; punctum radians C videbitur non in ſuo vero loco C, ſed in extremitate lineæ percuſſionis P A Z, quandiu duæ directiones C A, AB angulum efficient in oculo in A ſito.

II. Atqui velocitas radii oculum ferientis ad velocitatem telluris oculum aſportantis finitam rationem dicit: dum enim lux horæ octante leucas percurrit 30000000 (895), tellus arcum percurrit ſecundorum ferme 19 in orbita, cujus diameter eſt ferme leucarum 60000000, & cujus peripheria eſt leucarum ferme 188000000 (*Math.* 480). Atqui in hac peripheria arcus ſecundorum 19 eſt ferme leucarum 2755; ut inveniemus dividendo leucas 188000000, per ſecunda 1296000, quot hæc peripheria continet. Datur ergo ratio finita inter radii oculum ferientis, & telluris oculum aſportantis velocitatem; datur enim evidenter ratio finita inter leucas 30000000, & 2755. Ratio hæc eſt :: 10526 : 1; hoc eſt lucis velocitas major eſt telluris velocitate per eclipticam vicibus 10526. (*Fig.* 41)

Si radii velocitas eſſet telluris velocitati æqualis, ſtella C videretur in Z ad graduum 45 diſtantiam a vero ſuo loco. Si velocitas A R eſſet infinita velocitati AC comparata, ſtella C in ſuo vero loco C videretur; tellus enim velocitati infinitæ comparata veluti quieſceret; tunc vero latus A B telluris velocitatem referens, quum veluti nullum ſit lateri A R radii velocitatem referenti comparatum, diagonalis P A, in qua objectum videtur, lateri R A ad

ſen-

ſenſum congrueret. At ſi velocitas A radii ſit multo maxima, rationem tamen finitam dicens ad telluris velocitatem A B, ſtella C, a qua venit radius, videbitur in linea P A Z ad exiguam a ſuo vero loco diſtantiam quandiu radii, & telluris directio angulum in oculo A faciet.

III. Hic apparet, ſi phænomenon, quod explicamus, ſucceſſivam lucis propagationem ſupponit, ipſum quoque hujus ſucceſſivæ propagationis certiſſimum argumentum eſſe: ſine hac propagatione ſiquidem explicari nequit.

IV. Alibi oſtendimus, lucem ad nos a ſole venire ferme horæ octante; unde ſequitur, eam hoc tempore percurrere leucas ferme 30000000, & quovis ſecundo leucas ferme 66666. (895, 1221)

V. Si telluris orbita, ſeu leucæ 188000000 dividantur per tempus, quo hæc orbita percurritur, ſeu per dies ferme $365\frac{1}{2}$; ſeu per ſecunda 31557600, inveniemus a tellure percurri quovis ſecundo leucas ferme ſex. Ergo *telluris motus annuus in ſua orbita eſt ferme centies tricies celerior globi bellici motu mœnia diruentis.* (391); poſita enim globi hujus celeritate centies tricies majore, non niſi leucas ferme ſex quovis ſecundo percurreret, ut tellus.

Ex principiis hactenus ſtatutis tria conſequuntur, quæ cetera hujus aberrationis phænomena hactenus obſervata clara in luce ſtatuent. (1165, III.)

1333. COROLLARIUM I. *Stella, quæ ſunt in plano eclipticæ videri debent lineam rectam in hoc plano deſcribere, quæ eas modo ad orientem, modo ad occidentem traducat; nec niſi bis in anno eas in vero loco videre ſinit.* (Fig. 37)

DEMONSTRATIO. Circa ſolem S ſit *abcda* ecliptica, ſive orbis annuus telluris. Sit quoque ad immenſam diſtantiam ſtella immobilis A in plano eclipticæ.

I. Ocu-

I. Oculus obſervatoris cum tellure translatus, & ſemper ad ſtellam A converſus exiguum arcum *a n* percurrat; qui ad ſenſum linea recta, aut planum erit; dum radius a ſtella A veniens partem ſpatii A *a* percurrit, & oculum mobilem in *a* attingit. Oculus a radio ictus directione *a x*, & a tellure translatus directione *a n*, ſtellam A non in linea *a* A videbit, ſed in diagonali *r a* B: ſtella igitur extra ſuum verum locum in B videbitur.

II. Idem oculus ſemper a tellure translatus, & ad ſtellam A converſus in *b* adveniat. Ibi motus telluris oculum transferentis, & motus radii oculum ferientis ſunt in eadem directione *b b*, nec jam angulum faciunt, aut diagonalem præbent: oculus ergo eſt aut veluti in plano immobili, aut in plano, quod movetur in directione corporis percutientis. Ictus ergo, quo percutitur, totus eſt in directione corporis percutientis, ſeu radii A *b*: ergo ſtella A videbtur in linea, quam ſequitur radis iu A *b* ab ipſa in oculum *b* conjectus: videbitur ergo in ſuo vero loco A.

III. Tranſeat ex *b* oculus in *c*. Ibi oculus directione *c m* translatus, & a radio ictus directione *c g* ſtellam A videbit non in linea *c* SA, ſed in diagonali *v c* C: ergo ſtella A extra ſuum verum locum in C videbitur.

IV. Tranſeat oculus ex *c* in *d*. Ibi transfertur a tellure directione *d* K, & a radio afficitur directione *d f*: directiones hæ concurrunt in eandem lineam K *d f*: oculus in *d* ſemper ad ſtellam A converſus eſt aut veluti in plano immobili, aut in plano, quod movetur contra directionem corporis percutientis: nulla eſt igitur diagonalis: & ictus, quo oculus afficitur, totus eſt in directione *d* A radii. Itaque ſtella A iterum in ſuo vero loco A videtur.

1334. NOTA. Veroſimillimum eſt, radium, a quo oculus afficitur quum ſtellam aſpicit, ab

anno,

anno, & ultra ab hac ſtella erupiſſe; lucis enim propagatio eſt ſucceſſiva; & radius horæ octante percuriens leucas 30000000 annum, & ultra inſumere debet ad ſpatium inter nos, & ſtellas minus remotas intercedens percurrendum. At temporis diuturnitas, qua radius a ſtella ad oculum in *d*, & *b* fertur, nihil ſtellæ poſitionem immutat; quum enim ſtella A ſit immobilis, hodie in eo ipſo puncto eſt, in quo decem menſes ante, aut annos triginta, aut mille erat. Nihil ergo intereſt, utrum radius A *d*, quo illam video in A quando ſum in D, ab illa venerit aut unico inſtante, aut a pluribus menſibus, aut annis.

Poſita ſtella A a tellure diſtante leucas 280000000000 (1340), & ſpatio a radio quovis horæ octante uniformiter percurſo leucarum 30000000 (895); calculo invenies, radium hunc non niſi menſibus 16, aut 17 ad terram appulſurum. Stella hæc A ex telluri propinquioribus eſſe ſupponitur.

1338. COROLLARIUM II. *Stellæ in polis eclipticæ ſitæ videri debent circellum deſcribere quotannis circa proprium locum, quin unquam in illo videantur* (*Fig.* 38).

DEMONSTRATIO. Circa ſolem S ſit ecliptica, ſeu orbis annuus telluris *a b d a*: ſit quoque R ſtella in alterutro eclipticæ polo.

I. Oculus perpetuo ad ſtellam R converſus feratur in ecliptica ab *a* in *v*: ſtella R videbitur in *m* in diagonali *r a m* (1332). Quum oculus a *b* in *c* tranſierit, ſtella R videbitur in *n* in diagonali *x b n*. Quum oculus erit in *d*, ſtella R videbitur in *o* in diagonali *t d o*.

Itaque ſtella R in telluris, & oculi revolutione videbitur curvam *m n o m* circa ſuum verum locum deſcripſiſſe, quin unquam in illo viſa fuerit: directio enim radii oculum ferientis, & directio telluris oculum aſportantis nunquam concurrunt, & ſemper inter ſe angulum faciunt

ciunt ad ſenſum rectum. Curva *m n o m* erit ad ſenſum circulus: omnes enim diagonales, quibus conſtat, ſunt plano eclipticæ æque inclinatæ; ſeu potius deſcribitur a revolutione ejuſdem diagonalis ſemper ſecundis ferme 20 ad eclipticæ planum inclinatæ,

II. Quum telluris a ſole diſtantia telluris a ſtellis diſtantiæ comparata ferme nulla ſit (*fig.* 40); oculus circa eclipticam *a d b c a* converſus cenſeri poteſt circa ſe ipſum converſus in eclipticæ centro *c*; ſeu circa ſe ipſum converſus in A (*fig.* 41), ſemper niſu A B ad motum ſollicitatus, & ſemper in directione A R a radio a ſtella C emiſſo affectus. Enimvero oculus hic circa ſe converſus in A ſemper ſtellam C videret in extrema diagonali P A Z, quæ diagonalis in cælo circulum Z Y Z deſcriberet circa ſtellæ C verum locum.

1336. COROLLARIUM III. *Stellæ inter eclipticæ planum, & polos ſitæ videbuntur circa ſuum verum locum ellipſim deſcribere, cujus axis primus erit eclipticæ parallelus,*

EXPLICATIO. Stellæ, quæ ſunt in plano eclipticæ quum lineam aberrationis, quæ ſunt in eclipticæ polis quum circulum aberrationis deſcribant; facile intelliges, eas, quæ inter eclipticæ polos, & planum ſunt, eandem aberrationis quantitatem eclipticæ parallelam ſervaturas ad orientem, & ad occidentem; at aberrationis quantitatem polos, & planum eclipticæ verſus eo minorem futuram, quo ſtella eclipticæ plano propinquior erit, ubi aberratio in latitudine, ſeu polos verſus nulla eſt; eo majorem, quo ſtella polis eclipticæ propinquior erit, ubi aberratio in longitudine, aberrationi in latitudine æqualis eſt. Poſtremum hoc corollarium a duobus præcedentibus conſequitur.

Qua ratione juxta opticæ leges aberratio in tribus hiſce caſibus in cælo tamquam plano conſiderato viſa, & projecta eſſe debeat perpende-

re

re omittemus; neque enim explicationi traditæ hæc inquiſitio eſt neceſſaria.

Parallaxis orbis annui.

1337. OBSERVATIO. Alibi adnotavimus, ſtellas a telluris centro, aut ſuperficie viſas ſemper ad idem cæli punctum referri; atque hac ratione nullam habere parallaxim. Aſtri enim parallaxis eo minor eſt, quo illud a terræ centro remotius eſt (1212); diſtantia vero ſtellarum a centro terræ quum centri hujus diſtantiæ a terræ ſuperficie comparata ſit veluti infinita, ſtellarum parallaxis erit veluti infinite parva; hæc vero ſemper eſt ad ſenſum nulla.

At ſi terræ radius hac ratione nulluseſt, num radius, & diameter quoque terreſtris orbitæ erit infinite parva propiorum ſtellarum diſtantiæ a tellure comparata? Non item. Hoc modo explicabimus (*fig.* 37).

1338. EXPLICATIO. Circa ſolem S ſit annua terreſtris orbita *abcda*, cujus diameter *dSb* eſt ferme leucarum 60000000 (1221). Sit quoque ſtella A primæ magnitudinis in hujus orbitæ, nempe eclipticæ plano. Sit quoque oculus in *b*, alter in S, tertius in *d* omnes ad ſtellam A converſi. Jam oſtendimus oculum in *b*, & *d* ſtellam A videre, quaſi ipſe non moveretur (1333).

Quum ultra ſtellam A ſpatium ſit infinitum, tres hi oculi æquivalenter immobiles eandem ſtellam A in tribus diverſis ſpatii infiniti punctis videbunt (912): oculus S illam videbit in Y; oculus *b* in X; oculus *d* in Z. Eſt hæc ſtellæ hujus parallaxis in orbe annuo: minima quidem, quam veteres aſtronomi non detexerant, at quæ a recentioribus comperta in angulo parallactico XAZ, vel *d*A*b* ad illuſtriores ſtellas, quæ nobis propinquiores cenſentur inventa eſt ſecundorum ferme trium, aut quatuor.

1339. DEFINITIO. *Parallaxis orbis annui* dicitur differentia inter verum locum aſtri a ſole viſi, & ejus a terra viſi locum apparentem. Itaque,

I. Stella A in eclipticæ plano immobilis nullam habebit parallaxim quum tellus erit in *a*, & *c*: tunc in Y, ut a ſolis centro, videbitur.

II. At quum tellure exiſtente in *b*, aut in *d*, ſtella A erit in quadratura cum ſole, ſeu gradus 90 ab illo diſtans, tunc maximam habet parallaxim. Exempli cauſa, tellure in *b* ſita, ejus parallaxis eſt angulus X A Y, ſeu illi ad verticem oppoſitus S A *b*. Angulus hic in illuſtriorum ſtellarum centro eſt ferme 2″.

III. Si ſtella A ſemper æque a tellure diſtans non in eclipticæ plano, ſed in polis eſſet; ſemper eandem parallaxim haberet, ubicumque in ſua orbita tellus eſſet.

IV. Si ſtella A a tellure recederet; ejus parallaxis eo minor fieret, quo magis recederet. Quare omnium ſtellarum parallaxis non eadem eſt.

1340. PROBLEMA. *Data parallaxi ſtellæ in quadratura cum ſole, ejus a tellure diſtantiam invenire.*

SOLUTIO. Poſita tellure in *b*, & ſtella in A in eclipticæ plano, aut polis ad gradus 90 a ſole, habebimus triangulum rectangulum AS*b*, in quo innoteſcit angulus AS*b*, qui eſt 90; angulum SA*b* datum, quem ſuppono 2″; & latus S*b*, diſtantiam telluris a ſole notam leucarum ferme 30000000 (1221).

Qua methodo diſtantia lunæ, aut ſolis a tellure invenitur (1220), eadem ſtellæ a tellure diſtantia invenietur hac analogia: ſinus notus anguli SA*b* 2″ eſt ad latus oppoſitum, & notum S*b* 30000000 leucarum; ut ſinus notus anguli recti AS*b* eſt ad quartum terminum, qui exprimet latus *b*A, ſeu diſtantiam quæſitam;

& in

& in numeris 9697: 30000000 :: 1000000000: *x* (*Math.* 718).

Diviſo mediorum producto per primum terminum, erit quotiens quartus terminus, ſeu quæſita diſtantia ſtellæ a tellure, leucarum ferme 3000000000000.

Si ſtella A magis diſtet, angulus parallacticus erit minor, & minorem diviſorem præbebit qui majorem diſtantiam exprimet. Si ſtella minus diſtet, angulus parallacticus maior erit, & ſi ſit 2″, 6″, erit ſtellæ diſtantia leucarum 280000000000; ferme ut alibi indicavimus (1163 IV).

PROPOSITIO II.

1341. *Tellus eſt verus planeta, qui diurnas revolutiones faciens circa ſuum axem annuas revolutiones facit circa ſolem immobilem, aut veluti immobilem in centro mundi planetarii.*

DEMONSTRATIO. Innumeræ rationes non æque validæ, ſed quæ ſimul ſumptæ veram demonſtrationem faciunt, motum telluris ſtatuunt, & ſolis immobilitatem. Etſi alibi in hoc opere rationes hæ allatæ ſint; operæ tamen pretium erit eas hic in unum collectas exhibere, ut ſententiæ huic totius ſanæ phyſicæ fundamento lux fulgidiſſima afferatur. Mox nihil in ſacris literis huic ſententiæ oppoſitum haberi oſtendemus. Modo ad rationes veniamus; ſunt autem,

I. *Diei, & noctis vices periodicæ.* Simplex telluris circa ſuum axem revolutio ſolis, planetarum, & ſtellarum præcipue revolutionem abſonam, nec concipiendam circa tellurem horis 24 de medio tollit (1164, 1313).

II. *Anni temporum reditus periodicus.* Simplex terræ revolutio circa ſolem (1314), ſolis motum per ſpirales ab auſtro ad boream, & hinc illuc de medio tollit, cujus motus cauſa concipi nequit, quique motus notis motus legibus

omnibus adverſatur, nec ſtantibus notis naturæ legibus explicari poteſt; adeo ut, ſi ſol re ipſa circa tellurem in ecliptica movetur, peculiari, & ſupra naturam Creatoris actione moveri debeat.

III. *Præceſſio æquinoctiorum*. Simplex terreſtris axis motus conicus retrogradus, cujus unica cauſa phyſica eſt mutua corporum gravitatio (1327), motum ſubmovet totius firmamenti circa polos eclipticæ ab occidente in orientem eo ipſo tempore, quo innumeras revolutiones explere deberet circa mundi polos ab oriente in occidentem: qui duo motus implicatiſſimam mundi totius machinam efficerent. Mira eſt noſtræ hypotheſis ſimplicitas; ſi tantum ſententia tam ſolide ſtatuta adhuc hypotheſis dici poſſit.

IV. *Aberratio fixarum*. Sane, poſita tellure immobili, ſtellarum motus eſſet maxime implicatus. Præter motum diurnum æquatori parallelum ab oriente in occidentem; præter earum motum retrogradum ab occidente in orientem eclipticæ parallelum, quotannis motum haberent periodicum aberrationis circa earum verum locum: aliæ quotannis lineam, aliæ circulum, aliæ ellipſim deſcribent. Quorſum hæc omnia? Hypotheſis telluris planetæ motus hos omnes fruſtra convulſos, & ſummo, ac ſapientiſſimo Opifice indignos amovet. In noſtra hypotheſi fixarum aberratio eſt ſimplex illuſio optica a telluris motu circa ſolem in ecliptica procedens (1332).

V. *Planetarum ſtationes, & regreſſus*. Simplex telluris circa ſolem revolutio majori velocitate, quam qua planetæ ſuperiores moveantur, minori, quam qua inferiores, rem perficit. Hinc motus inepti planetarum ſupprimuntur, ad quos in hypotheſi terræ immobilis adiguntur, eorumque motus æque ſimplices evadunt, ac globi bellici e tormento projecti motus, cujus curvam vires projectilis, & centralis

lis definiunt. In ſyſtemate telluris planetæ, ſuperiores planetæ, & inferiores ſemper re ipſa directi ſunt, nunquam ſtationarii, aut retrogradi: eorum ſtationes, & regreſſus ſunt tantum illuſiones opticæ, quarum cauſa phyſica aſſignatur, & demonſtratur (1317).

VI. *Celebres Kepleri leges.* Ex virium centralium theoria, ex ſecunda lege Kepleri, quæ una eſt ex præcipuis naturæ legibus corpora omnia circa idem centrum revoluta habent quadrata temporum periodicorum cubis diſtantiarum mediarum proportionalia (1261, 1303).

At vero, ſi tellus ſit immobilis, jam ſol, & luna circa tellurem convertuntur; ergo quadratum temporis periodici lunæ eſſe deberet ad quadratum temporis periodici ſolis, ut cubus diſtantiæ mediæ lunæ ad cubum diſtantiæ mediæ ſolis: quod evidenter falſum eſt, ut calculo admodum ſimplici oſtendi poteſt. Si enim cubi diſtantiarum mediarum lunæ, & ſolis a terra eſſent ut quadrata temporum periodicorum; diſtantiæ eorum mediæ eſſent ut radices cubicæ quadratorum temporum periodicorum (1262). Aſt luna revolutionem ſuam perficit menſe uno: periodi hujus 1 quadratum eſt 1, & quadrati hujus radix cubica 1. Sol revolutionem ſuam perficit menſibus 12: hujus periodi quadratum eſt 144; & hujus radix cubica eſt 5, & paulo plus. Ergo media lunæ a tellure diſtantia eſſet ad mediam ſolis a tellure diſtantiam ferme ut 1 ad 5; quum obſervationibus conſtet, mediam lunæ ad mediam ſolis diſtantiam eſſe ferme ut 60 ad 20000, vel ut 30 ad 10000, vel ut 1 ad 333 (1320).

Certum eſt, ſecundam hanc Kepleri legem in omnibus corporibus valere planetis, aut cometis, quæ circa ſolem convertuntur, & in omnibus ſatellitibus planetarum primariorum (1261); ex theoria vero virium centralium conſtat, valere in corporibus omnibus curvam

in ſe redeuntem circa idem motus centrum deſcribentibus (1303). Quare ergo lex iſta in lunæ, & ſolis motu circa terram non valeat, ſi re ipſa circa terram convertantur? Quare nam divinus naturæ Auctor ſolem a lege corporibus omnibus communi exemerit? hoc non niſi certiſſima demonſtratione admitti poteſt. Nequit ergo ſol circa terram converti, niſi generales naturæ, & motus leges evertantur; non ergo ſol circa terram movetur.

VII. *Telluris ceteris planetis analogia*. Quum ut ceteri planetæ opaca ſit, ad ſenſum ſphærica, nonnullis minor, curnam præ ceteris motuum omnium cæleſtium centrum effecta fuerit? Dum ceteri planetæ circa ſuum axem convertuntur, ut ſolis aſpectum, & noctium, ac dierum vices habeant, quare nam tellus a communi corporibus ſibi ſimilibus lege eximatur? Quare ſol, planetæ, cometæ, ſidera omnia quotidie circa tellurem, quæ iis comparata punctum eſt, convertantur? Naturæ Auctor, qui omnia ſapientiſſime diſponit, qui magna paucis facit, non parva multis, num ita rerum, & idearum noſtrarum ordinem everterit? totum ne, & totum maximum parti hujus totius minimæ ſubjecerit? Innumeras ne immanes machinas rapidiſſimo motu cieri voluerit, ut unicæ atomo id obtineret, quod ſimplici hujus atomi converſione circa ſe, & circa aſtrum, circa quod atomi omnes illi ſimiles convertuntur, obtineri poteſt?

VIII. *Polorum depreſſio, & æquatoris elevatio* (1372). Si tellus eſt immobilis, cur maris aquæ ſub æquatore ſex, aut ſeptem leucis altiores ſunt, quam ſub polis? quum juxta hydroſtaticæ leges ubique æqualem obtinere debeant altitudinem. Phænomenon hoc, quod in hypotheſi terræ immobilis explicari nequit, eſt tantum motus diurni telluris circa ſuum axem conſectarium. Tellus enim circa ſuum axem ab oc-

occidente in orientem revoluta partibus ſuis omnibus vim centrifugam imprimit gravitati oppoſitam; quæ eo major eſt, quo quævis pars majori velocitate donata eſt: quævis vero pars velocitatem habet ſuæ ab axe rotationis diſtantiæ proportionalem (1295). Ergo vis centrifuga maxima eſſe debet in æquatore, minor in zonis temperatis, nulla ad polos. Ut ergo inter mare ad æquatorem, & ad polos ſtet æquilibrium, columnæ aqueæ ad æquatorem altiores, quam ad polos, eſſe debent, ubi quum vis centrifuga nulla ſit, actionem gravitatis non imminuit. Æquatoris igitur intumeſcentia telluris rotationem circa ſuum axem oſtendit, ut plura alia phænomena ejus circa ſolem revolutionem oſtendunt.

Hæ præcipuæ rationes ſunt, quibus præjudicium terræ immobilis ſublatum fuit, & rerum univerſitas opus infinita ſapientia dignum. Apud aſtronomos, & alicujus nominis phyſicos telluris motus non amplius problema, ſed certa ſententia eſt, de cujus veritate nemo, niſi omnino in re phyſica jejunus, per hos dies ambigit. Hypotheſis vera oſtenditur, quum omnibus naturæ phænomenis congruere demonſtratur & hæc phænomena, rejecta hac hypotheſi, abſurda demonſtratur. Talis vero eſt hypotheſis telluris planetæ. Si plura ad rei veritatem quæras, eris profecto inter Pyrrhonicos pertinaciſſimus.

Nonnulla contra tres telluris motus (1196) objici poſſunt, quorum ſolutio Copernici, Kepleri, Neutoni, aſtronomorum omnium hujus ætatis theoriam de mundi ſyſtemate magis, magiſque confirmabit.

Objectiones ſolvendæ.

1341. OBJECTIO I. Si tellus quotidie circa axem converteretur, corpora in ejus ſuperficie

 ſclu-

ſoluta, ut aqua, arenæ, ſaxa, naves, homines bruta per tangentem in ſpatia cæleſtia abire deberent. Sit enim homo ſub æquatore: ibi tellus (motu annuo circa ſolem non conſiderato), motu diurno quotidie percurrit leucas ferme 9000, ſingulis horis 375, quovis minuto 6 $\frac{1}{4}$, quovis ſecundo hexapedas ferme 238. Hic homo igitur velocitatem habet ſaltem duplo cum triente illa majorem, qua globus bellicus in mœnia fertur (391); ergo homo hic mira hac velocitate vi centrifuga tanta præditus eſſe debet, ut per tangentem a ſuperficie telluris repellatur.

Præterea hic homo motu annuo fertur circa ſolem centies tricies majore (1332), quam ſit globi bellici mœnia diruentis velocitas: ergo ex vi centrifuga a duobus his motibus orta a tellure repelli deberet.

RESPONSIO. Non raro invenies, qui parum in re phyſica verſati duplici hoc telluris motu terreantur, quin immenſo illo motu terreantur, qui poſita tellure immobili, ſoli, planetis, & ſtellis præſertim tribuendus eſt.

I. Motu telluris diurno corpora terreſtria per tangentem diſpelli non debent. Ex his enim quæ velociſſime moventur, tantum hexapedas 238 quovis ſecundo percurrunt; unde vim centrifugam obtinent, qua tantum lineis ſeptem, aut octo a terræ centro recederent (*Math.* 534; dum eorum vis centripeta nititur illa ad terræ centrum adducere pedibus 15 quovis ſecundo (248). Itaque ex vis centripetæ exceſſu tanto in telluris ſuperficie conſiſtere debent.

II. Neque ex annuo telluris motu corpora a tellure per tangentem projici debent: centrum enim telluris eodem motu annuo, quo terreſtria corpora fertur: centrum hoc vero, ut & terræ ſuperficies vi centripeta in ſolem tendunt, qua vis centripeta orta a motu per tangentem ſemper æquilibratur. (1285)

1343. OBJECTIO II. Si tellus tanta veloci-

tate circa ſuum axem converteretur, motum hunc ſentire deberemus, vertigine corripi, aeris reſiſtentiam, ut in vento vehementiſſimo, pati. Avis e nido ad occidentem volans nidum non amplius invenire poſſet, qui immenſa velocitate ad orientem fugit. Glans plumbea e fiſtula verticaliter exploſa procul admodum ad occidentem caderet; tormenta majora murum ad orientem diruerent, ad occidentem non læderent; ibi enim in murum ferretur globus velocitate telluris aucta velocitate a pulvere pyrio indita: hic pergeret velocitate a pulvere pyrio indita, dempta majore, & oppoſita telluris velocitate. At nihil horum contingit; ergo nec diurnus, nec annuus telluris motus datur.

RESPONSIO. Nullum ex objectis ex telluris motu fieri debet.

I. Telluris rotationem ſentire non deberemus: corpora enim omnia, quæ conſpicimus, nobiſcum rotantur, & eandem ad nos poſitionem ſervant; nec ulla ſenſatio eſt, quæ nobis loci mutationem indicet. Ita homo navi incluſus in procella leucas centum percurrit neſcius an vi procellæ longius feratur, an vero eodem in loco tantum agitetur: in ſpatio enim, in quo incluſus eſt, nihil illi ſenſationem ullam parit, unde noſcat iter, quo fertur, aut motum, quo a loco, ubi erat ante procellam, longe aſportatur.

II. *Vertigine corripi non debemus*. Quum circa idem punctum, aut brevi gyro rotamur, ſanguis, & humores motu centrifugo rotationis velocitati proportionali corripi debent, quo humores hi extra corpus ferri per totidem tangentes nituntur: motus hic eorum curſum, ac totius humanæ machinæ harmoniam perturbare debet, unde animæ operationes pendent. At nihil tale a diurno telluris motu oriri debet: horis enim 24 unicam tantum circa nos converſionem facimus, in hac vero revolutione,

cujus omnes exiguæ portiones ad ſenſum lineæ rectæ ſunt (*Math.*534) partes omnes noſtri corporis modice), & uniformiter a tangente deflectunt ex ſimplici motu gravitationis illis, naturali, & communi, in quo nihil violentum eſt, unde organorum munera perturbentur.

III. Neque *ab aere* ſenſibilem reſiſtentiam pati debemus; in vacuo ſiquidem, aut in medio non reſiſtente athmoſphæra tellurem ambiens, quæcumque ſit ejus altitudo (743) cum tellure & nobiſcum motu communi convertitur. Ita in navi piſcis in cratere aqua pleno innatans veloci navis motu fertur, quin ab aqua, cui innatat, ullam ſenſibilem, & inſolitam reſiſtentiam patiatur.

IV. Si athmoſphæra cum tellure non converteretur, avis e nido evolans intra minutum plures jam leucas a nido procul eſſet. At quum athmoſphæra eo ipſo motu, quo tellus, convertatur, avis a nido ea tantum quantitate recedit quam volatu addit, aut adimit motui athmoſphæræ, a qua ſecum abripitur. Ita quis aut ſecundo, aut adverſo flumine natat. Si ſecundo, aquæ curſum prævertere nititur, ſi adverſo, oppoſitam aquæ velocitatem ſuperare contendit. Si natator aquæ motum non percipit, putabit inter lintrem aquæ curſum ſequentem, quem aſſequi vult, & inter ſe [interjectum dumtaxat ſpatium percurriſſe; dum alio motu, quem non percipit], ipſe, & linter longe alio translati fuerunt a loco, ubi natare cœpit.

V. Glans plumbea a fiſtula verticaliter exploſa in ipſam fiſtulam recidere debet: glans enim e fiſtula erumpit duplici motu acta: telluris per tangentem, & a pulvere pyrio indito huic tangenti perpendiculari; a quo duplici motu per duplicem parabolam ad locum, unde diſceſſit, reduci debet. (350)

Etſi glans hæc aſcendens, & deſcendens re ipſa duplicem parabolam deſcribat; tamen per-

p n-

pendiculariter aſcendere, & deſcendere videbitur oculo in ipſo fiſtulæ orificio collocato; aſcendens enim, & deſcendens per infinitas diagonales ſemper in ipſius oculi zenith invenitur, qui ſingulis inſtantibus zenith mutat, ut & glans ipſa. Si glans iſta ſit elaſtica, & in planum horizontale reflectens cadat; planum hoc quum moveatur novum motum illi imprimet a fiſtula impreſſo ſimilem; & hic motus quoque verticalis apparebit; etſi re ipſa verticalis non ſit. Idem de omnibus corporibus in terræ ſuperficiem verticaliter labentibus dicendum eſt.

VI. Globus bellicus eandem ruinam faciet muri orientalis, ac occidentalis. Globus *in murum orientalem* incurrens motum telluris habet addito motu a pulvere pyrio impreſſo; at murus ab ictu ſe ſubducit tota telluris velocitate; impreſſionem ergo admittet tantum motui a pulvere impreſſo proportionalem. Globus *in murum occidentalem* impingens motum habet a pulvere impreſſum, dempto motu telluris; at murus ipſi occurrit tota telluris velocitate: ictus itaque adhuc eſt, ut prior, motui a pulvere impreſſo proportionalis. (323)

Utrobique aer æqualem reſiſtentiam, & æqualem ſibilum edit; ſive enim aucta velocitate moveatur globus in aeris directione, ſive velocitate imminuta contra aeris directionem, eodem modo illum traiicit, ac ejus elaſticas moleculas inflectit, unde idem ſibilus exoritur. (753)

1344. OBJECTIO III. Si tellus quotidie circa axem convertitur directione A B C D A, horis 2 homo B poſitionem D obtinebit: hinc vero quare a D in V per cæli ſpatia non ruat? (*Fig.* 11)

RESPONSIO. Monuimus jam, *in ſpatio infinito neque ſuperius eſſe, neque inferius* (1289): corpora terreſtria ad terræ centrum tendere nec alio pacto niti aut ad nadir accedere, aut a zenit-

nith recedere. Quare homo, aut corpus quodvis in ſuperficie terræ ſemper ad ejus centrum nititur ex ſua gravitate A T, B T, C T, D T, nec in ullo puncto ſupra, aut infra terræ ſuperficiem ad ſtellarum regionem tendit, ad quam nullo ſenſibili niſu trahitur.

Nemo ignorat, navem e Britanniæ, aut Galliæ portu ſolventem, ut mundi ambitum perficiat, ſecus Americam meridionalem navigare, per fretum Magellanicum tranſire, oceanum meridionalem traiicere ad Galliæ, & Britanniæ antipodas, ad Sinicum Imperium, & Indas orientales appellere, inde redire per promontorium bonæ ſpei ad portum, unde ſolverat. In tota hac circa orbem terreſtrem revolutione ejus gravitas eam aquis immerſam tenet, & nititur ad terræ centrum trahere in oriente æque, ac in occidente, in Londini antipodibus, ut Londini. Quare navis in D non ad V, ſed ad punctum T e diametro oppoſitum tendit.

1345. OBJECTIO IV. Si tellus quotannis circa ſolem in ecliptica converteretur, polum in cælo perpetuo mutare deberemus. Exempli cauſa, ponamus oculum in utroque extremo axis, circa quem tellus quotidie convertitur, dum hic axis ſemper æquatori perpendicularis eclipticam percurrit. (*Fig.* 10)

Quum tellus eſt in Q, oculo D polus cæleſtis erit punctum *m*: quum poſt ſex menſes tellus eſt in T, eidem oculo D polus cæleſtis erit punctum *o*. Atqui puncta hæc duo invicem diſtant leucis ferme 60000000, quantus eſt axis orbitæ terreſtris, ſeu duplex diſtantia media telluris a ſole.

RESPONSIO. Tellus eclipticam percurrens quovis inſtante re ipſa polum mutat; ejus enim axis *mm* indefinite utrinque productus quotannis in cælo cylindrum *m o m* deſcribit, cujus diameter eſt ferme leucarum 60000000. At quum hujus cylindri diameter *m* V *o* in cælo arcum

ſubtendat tantum ſecundorum 3, vel 4, ex celeberrimorum noſtræ ætatis aſtronomorum ſupputationibus, diameter *m* V *o* veluti punctum in cælo apparere debet; axis vero terreſtris, qui circa hanc diametrum convertitur ſemper ad idem cæli punctum referri ad ſenſum videbitur.

Nemo ignorat, ex opticæ legibus duas parallelas *mm*, *oo* in immenſa diſtantia concurrere videri (929). Sive ergo tellus ſit in Q, ſive in T, ejus axis *mm*, *oo* videri debet ad eadem cæli puncta V, V pertingere.

Tota recentium aſtronomorum ſagacitas requirebatur, ut detegerent, axem terreſtrem non ſemper ad idem cæli punctum referri; & ſex, menſibus diverſitatem haberi ſecundorum 3, aut 4. Quæ diverſitas nullo inſtrumento deprehendi poteſt, niſi geometricis, & aſtronomicis acutiſſimis cognitionibus adjuvetur. Ergo in quavis annua revolutione eundem ad ſenſum axis terreſtris polum reſpicit.

1346. OBJECTIO V. Si tellus circa ſolem convertitur, mundi polus alternis attolli, & deprimi debet reſpectu horizontis incolæ terreſtris. Si enim ab auſtro ad boream leucas 25 ſub eodem meridiano percurram; video polum borealem ferme gradum unum attolli; ſi ſub eodem meridiano leucas 50 percurram, video eundem polum ferme duos gradus deprimi. Potiori ratione tellus poli altitudinem mutare deberet a tropico ad tropicum tranſiens & alternis ad alterutrum polum pluribus centenis millibus leucarum accedens.

RESPONSIO. *Altitudo poli* eſt minimus arcus, qui a polo ad loci horizontem duci poſſit. Arcus hic eidem loco ſemper idem eſt, in quovis tropico tellus ſit; axis enim terreſtris, qui polum cæleſtem definit, ſemper ad ſenſum ſibi parallelus eſt, & eandem ad loci horizontem inclinationem ſervat. Magna revolutio conica axis terreſtris circa polos eclipticæ nec ipſa qui-

dem

dem poli altitudinem mutare facit ; loci enim horizon eodem modo convertitur, quo axis terreſtris ; hic vero in conica revolutione ſemper plano æquatoris inclinatus perſeverat eadem quantitate, ſcilicet gradibus 66, 32′.

Si quæras quare ab auſtro ad boream, aut a borea ad auſtrum procedens diverſam habeat poli altitudinem, dum a tropico ad tropicum pergens eandem ſervat altitudinem, facile reſpondetur. Procedendo a meridie ad boream, aut viciſſim in terræ ſuperficie, mutatur horizon : contra vero a tropico ad tropicum ſuper eodem puncto terreſtris ſuperficiei ſemper idem horizon habetur. In primo caſu horizon reſpectu poli deprimitur, aut elevatur ; in ſecundo horizon reſpectu poli eandem ſervat poſitionem. Exempli gratia, (*Fig.* 8)

I. Si in loco quovis A ſuperficiei terreſtris eſſet planum ASR horizonti FTP parallelum & quis in hoc plano procederet ab auſtro ad boream, aut viciſſim, annis decem, aut centum; ſemper ad ſenſum idem zenith haberetur M, adeoque eadem poli altitudo; ſpatium enim percurſum AS quum ſit baſis anguli AMS, effecti a duabus lineis ductis a zenith M ad duas ſpatii hujus extremitates, haberetur triangulum cujus baſis AS lateribus comparata nulla eſſet. Ergo angulus M baſi AS oppoſitus duobus aliis angulis comparatus nullus eſſet ad ſenſum (*Math.* 701) : ergo duo anguli ad baſim eſſent ſinguli ad ſenſum graduum 90 : ergo punctum M ſemper in eodem ad ſenſum loco videretur.

II. Quum vero quis in ſuperficie terræ ab auſtro ad boream, at viciſſim procedit, in ſuperficie curva incedit, quæ perpetuo inclinata novum quovis inſtanti zenith, & horizontem præbet. Exempli cauſa, ſint R, V poli mundi. Homo in C ſub æquatore habet zenith punctum N, horizontem vero circulum RTV, cujus planum polos attingit. (*Fig.* 11)

Tran-

Tranſeat hic homo a C in f: ejus zenith erit punctum S, & horizon circulus HTG a polis diſtans toto arcu cæleſti RG. Etſi ſpatium percurſum C f leucarum centum, & ultra arcui cæleſti NXSR comparatum nullum ſit; tamen non exiguum eſt in arcu terreſtri CKfB; & angulum efficit CTf, qui ad firmamentum productus totum arcum NXS continet, & polum R elevat quantitate RG.

III. Non itaque ex ſolo ſpatio ab auſtro in boream, aut viciſſim percurſo ſenſibilis zenith, & poli altitudinis mutatio fit, ſed ex hujus ſpatii curvatura. Quare homo a cæleſti tropico ad alterum tranſiens ſemper eidem terreſtris ſuperficiei puncto inſiſtens neque zenith, neque poli altitudinem ad ſenſum mutat; tellus enim in ecliptica, ut in plano movetur; & ſpatium a tellure ab auſtro in boream, aut viciſſim percurſum veluti nullum eſt ſpatio ſtellis, & telluri interjecto comparatum.

1347. OBJECTIO VI. Syſtematis Copernicani inſigne vitium eſt duplex telluris motus, qui haberi nequit; alter ſcilicet ab occidente in orientem circa axem æquatoris; alter ab oriente in occidentem circa axem eclipticæ. Atqui duo hi motus ſeſe invicem deſtruere debent; nec motus ab occidente in orientem in eodem mobili cum motu ab oriente in occidentem haberi poteſt. Ergo ruit ſyſtema Copernicanum.

RESPONSIO. Si motus hi duo in tellure invicem pugnant; num in firmamento conciliabuntur? Aſt evidens eſt, motus hos aut in firmamento, aut in tellure neceſſario dari. Quare objectio æque ſyſtema Ptolemaicum, Copernicanum, Tychonicum, & naturam ipſam oppugnat. In Copernicano ſyſtemate, quod tuemur, eam inanem eſſe oſtendamus.

Repugnat, mobile ſimul ab occidente in orientem, & ab oriente in occidentem ſupra eundem axem converti; non vero ſupra duos

axes

axes diverſos. Facile tres telluris motus exemplo omnibus noto dari ſimul poſſe oſtendemus.

Turbo puerilis a funiculo circumvoluto motum rotationis concipit circa ſuum axem; ictus flagello in aera attollitur, & motum projectilem concipit, motu rotationis ſervato. In hoc turbine tres motus dantur, quos in telluri dari poſſe negatur.

I. Turbo in aerem elatus, & ab occidente, exempli gratia, in orientem projectus pergit ſupra ſuum axem rotari centrum gravitationi verſus recidens: eſt hæc ſenſibilis *diurni*, *& annui telluris motus* imago, quæ dum ambobus his motibus agitur ſemper ad ſuum gravitationis centrum tendere pergit. (1285)

II. Si ſtatim turbini tenuis lamina ſupponatur, illiuſque motus ſedulo conſideretur; videbimus ejus axem, dum turbo circa illum convertitur, non ſemper eſſe plano ſuſtinenti perpendicularem; ſed ipſum axem, circa quem omnia turbinis puncta circulos parallelos deſcribunt, *motum* habere, ſaltem ſæpius, *conicum* modo majorem, modo minorem, qui axis motus motum rotationis non extinguit, quo partes omnes turbinis circa axem convertuntur, & ſæpius directione oppoſita conicæ axis revolutioni. Itaque ſi turbo hic microcoſmus eſſe ſupponatur; oculus in axis extremitate poſitus ſucceſſive in cælo diverſos polos haberet pro diverſis ejus poſitionibus; & diverſa hæc cæli puncta, ad quæ axis productus referretur, eſſent poli mobiles revolutionum omnium circularium circa axem.

En itaque imaginem motus conici telluris, cujus axis circa ſe converſus adhuc ſucceſſive ab oriente in occidentem inflectitur, quin hæc regularis inflexio, cujus cauſam phyſicam attulimus (1328), motui circulari telluris circa ipſum ab occidente in orientem opponatur.

1348. NOTA. Tribus his motibus in eodem mobili conciliatis, non abs re erit illi in tellure qua-

ratione dari poſſint ſpeciatim oſtendere. Malumus enim prolixitatis, quam obſcuritatis notam incurrere. (*Fig* 10)

I. In vacuo, aut in medio non reſiſtente tellus primitus motum rotationis circa ſuum axem *b*P*b* conceperit: motus hic in tali ſpatio æternum perſeverabit; nihil enim eſt, unde extinguatur. (307)

II. In hoc ſpatio tellus primitus & motum centripetam in ſole a Deo acceperit, & motum projectilem per tangentem curvæ circa ſolem: tellus ex duabus hiſce viribus conſpirantibus debet juxta generales motus leges perpetuo & circa ſuum axem, & circa ſolem converti. (1285)

III. Axis terreſtris *mm*, *nn*, *oo*, *rr*, *bb* quotidie circa ſe ipſum converſus dum anno uno circa ſolem convertitur, poteſt aut ſemper ad eadem cæli puncta dirigi, aut ſenſim ſine ſenſu ad diverſa, alicujus cauſæ phyſicæ perpetua actione: neque enim axis hic ſemper ad eadem cæli puncta dirigi neceſſario poſtulat dum circa ſe, & circa ſolem convertitur: patet enim, eaſdem axis hujus revolutiones circa ſe, & circa ſolem haberi poſſe, ſive eadem ſemper cæli puncta reſpiciat, ſive ad diverſa deflectatur. (*Fig*. 6)

IV. Quum ſpatium a tellure circa ſolem percurſum nullum ſit ſpatio comparatum telluri, & ſtellis interjecto, telluris motu circa ſolem ſepoſito, illam veluti immotam in T conſideremus, ubi & motu diurno agatur circa axem *p*T*m* & retrogrado circa axem *d* T *e*.

Ut omnes telluris partes moveantur ab occidente in orientem circa æquatoris axem PTM, dum moventur ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem DTE, quid requiritur? Unice, axem *p* T *m* æquatoris A T *b* quotidie circa ſe ab occidente in orientem converſum, ſenſim ſine ſenſu in dies inflecti in occidentem in antece-

tecedentia ſignorum ita), ut omnes ſimul hæ ſucceſſivæ inflexiones *p q r ſ p*, *m n o k m* annis 25740 duos conos efficiant TPQRSP, T M N O K M circa eclipticæ D T E axem F T G.

Atqui patet, diurna axis *p* T *m* revolutione ſemper uniformi perſeverante, axem hunc, qui nulla re cogitur ſemper eadem cæli puncta reſpicere, & quem cauſa phyſica permanens ſemper nititur inflectere ab oriente in occidentem directione *p q r ſ p*, & *m n o k m* (1328), debere perpetuo inflecti motu conico ad cæli punctum magis occidentale: unde telluri oritur motus retrogradus ab oriente in occidentem, quam æquatori terreſtri, & omnibus telluris partibus tribuit ſyſtema Copernicanum. Ergo motus conicus, & retrogradus axis terreſtris *p* T *m*, vel P T M circa polos eclipticæ nulla ratione opponitur motui diurno ejuſdem axis circa polos æquatoris.

1349. OBJECTIO VII. *Syſtema* Copernicanum, quod tam apte obſervationibus, & phyſicis rationibus congruit, ſacris literis opponitur, in quibus ſoli motus, telluri quies tribuitur. Ergo hoc ſyſtema veritatis ſpecie gaudet, re ipſa falſum eſt.

RESPONSIO. Injurioſum eſt ſacris literis eas perperam interpretari. Quidquid homines ſacris literis de ſuo adiiciunt, humanam ſerius ocius imbecillitatem oſtendit. En exemplum omnibus ætatibus memorabile.

Docent ſacræ literæ, ſolem ab oriente in occidentem tranſire, & ab auſtro in boream deflecti, nec a ſemita illi a ſupremo opifice definita recedere: aliquando tamen Omnipotentis Dei juſſu ab illa divertiſſe: hoc vero miraculum perpetuum erga Deum grati animi obſequium ab ejus populo poſtulare. Hic ex genere ſenſus eſt ſcripturarum, in quibus ſolis motus, & mira-

raculoſa motus hujus ſuſpenſio memoratur (*).

At enimvero auctoritates hæ nonne æque de *vero*, ac de *apparente ſolis motu* intelligi poſſunt? uterque enim æque aptus eſt in naturæ, & religionis œconomia Dei potentiam, & beneficentiam oſtendere. Quare ergo de ſolo motu vero præpropere intelliguntur, apparente prorſus excluſo? Auctores ſacri in his auctoritatibus unice intendunt divinæ providentiæ beneficia naturalia, & ſupernaturalia hominibus in mentem revocare, ut Dei ſapientiam, & beneficentiam in utroque ordine admirentur, & adorent; non vero de re phyſica, aut aſtronomica doctrinam tradere (881). Poſtrema hæc, quæ nihil ad religionem, aut ad mores faciunt, ſacræ literæ prætereunt. Quamobrem quum in ſa-

(*) *NOTA. Auctoritates nonnullas ſubijcimus, quæ ſyſtemati Copernicano oppoſita putabantur, quæque profecto nullum aſtronomicum ſyſtema reſpiciunt.*

I. Oritur ſol, & occidit, & ad locum ſuum revertitur: ibique renaſcens gyrat per meridiem, & flectitur ad aquilonem. *Eccleſ. cap.* 1.

II. Sol contra Gabaon ne movearis, & luna contra vallem Ajalon. Steteruntque ſol, & luna donec ulciſceretur ſe gens de inimicis ſuis. Stetit itaque ſol in medio cæli, & non feſtinavit occumbere ſpatio unius diei. *Joſue Cap.* 10.

III. Invocavit itaque Iſaias propheta Dominum; & reduxit umbram per lineas, quibus jam deſcenderat in horologio Achaz, retrorſum decem gradibus. *Reg. IV. cap.* 20.

IV. Firmavit orbem terræ, qui non commovebitur. *Pſ.* 92.

V. Generatio præterit, & generatio advenit: terra autem in æternum ſtat. *Eccleſ. cap.* 1.

ſacris literis aut mirabilia naturæ, aut quæ ad naturæ mirabilia ſpectant commemorantur, hæc ut apparent hominibus enarrant, & communi, ac vulgari hominum loquendi modo ſeſe accommodant, qui nec in phyſicis, nec in aſtronomicis rebus verſati ſunt. Auctoritates ſacræ igitur Copernico objectæ non magis motum verum, quam apparentem præſeferunt. Alterum ergo, ſalvo ſcripturarum ſenſu, intelligi poteſt: quo poſito objectio ruit. His præmiſſis dico:

I. Ubi in ſacris literis ſoli tribuitur motus ab oriente in occidentem, ab auſtro in boream, *motum apparentem* intelligi; nihil vero eſſe, cur de motu vero intelligantur. Phraſes has: *ſol oritur*, *tranſit per meridiem*, *occidit* in ſacris libris, ut in ipſo aſtronomorum ore, ſignificare dumtaxat, ſolem, ſive mobilem, ſive immobilem, incipere horizontem illuſtrare, culminare ſupra horizontem, deſinere horizontem illuſtrare.

II. Ubi legimus, Joſue juſſu ſolem horis 24 motum ſuſpendiſſe, ſignificari tantum *motus apparentis* ſuſpenſionem. Miraculum in ſacris literis deſcriptum idem eſſe, ſive motus verus, qui tunc interruptus fuit, ſolis fuerit, ſive telluris. Addo, ſi Joſue de telluris motu, & de ſolis immobilitate tunc edoctus fuiſſet, non alia ratione loqui debuiſſe; ſi enim dixiſſet, telluris motum ſuſpenſum fuiſſe, nemo ſtupendum miraculum intellexiſſet, cujus memoriam apud nationem ſuam perpetuam ſervari volebat. Miraculum hoc memorabile fuiſſe ceſſationem motus rotationis telluris circa ſuum axem, & in ecliptica integra die; quo factum eſt, contra naturalem rerum ordinem, ut ſol integro die ad eundem cæli locum referretur, quod nec antea unquam, nec poſtea contigit.

III. Miraculoſum ſolis regreſſum, Ezechia rege, fuiſſe *tantum apparentem*; tunc vero tellurem contra naturalem rerum ordinem, non

jam

jam ab occidente in orientem, ſed Dei omnipotentia ab oriente in occidentem ſupra ſuum axem revolutam fuiſſe, & arcum retrogradum decem graduum percurriſſe; unde ſimilis motus retrogradus in apparente ejus diurna revolutione contigit. Sive motus interruptus ſolis fuerit, ſive telluris, miraculum idem eſt (952).

IV. Auctoritates allatas pro terræ immobilitate non ita eſſe intelligendas. Exempli gratia, verba Eccleſiaſtæ: *terra autem in æternum ſtat*, vitæ humanæ caducitatem terræ immutabili durationi opponunt; non de ejus immobilitate hic agitur, ſed de permanentia. Verba pſalmi: *firmavit orbem terræ, qui non commovebitur*, operum humanorum fragilitatem Dei operum indeſtructibilitati opponunt; hominum opera ſemper aliqua ratione ad ruinam properant; orbis terræ, Dei opus, nihil in ſe habet, unde diſſolvatur, aut deſtruatur: hic quoque in ſenſu pſalmiſtæ non de telluris quiete, ſed de permanentia ſermo eſt.

1350. OBJECTIO VIII. Data reſponſio ſacræ auctoritati ubique motum apparentem vero ſubſtituens ipſam religionem prorſus evertit. Si enim ſimili ratione ſacras literas interpretemur, pari jure dici poterit, exempli gratia, verbum carnem ſumpſiſſe, aut mortuum eſſe non vere, ſed apparenter. Tunc vero totum fidei depoſitum ſublatum erit. Quare juxta axioma paſſim receptum ſacræ literæ juxta ſenſum obvium, & naturalem accipiendæ ſunt. Ergo ſyſtema, quod non niſi mutato naturali ſcripturarum ſenſu admitti poteſt, & quod a ſacræ Inquiſitionis tribunali in operibus Galilæi damnatum fuit, reijciendum eſt.

RESPONSIO. I. Nulla hic facta metaphyſica diſcuſſione de modo interpretendi ſcripturas, quæ plures ſenſus admittere videntur; certum eſt, nunquam ſacris literis ſenſum abſurdum, & certis veritatibus a ratione, aut a revelatio-

tione ſtatutis oppoſitum eſſe tribuendum. Ita ſcripturas interpretari eſſet impietati arma præbere; & ſacris libris mendacii notam infligere, qui ab ipſo divino veritatis fonte emanarunt. Interpretationem a nobis allatam hoc axioma ſatis roborat. Impii enim, ſupponentes cum Tychone a ſacris literis motum ſoli tribui, terræ immobilitatem, ſic procedunt: *Deus nec inſcius eſt, nec fallax*; ergo a Deo non ſunt libri, duas certas, ac demonſtratas veritates oppugnantes, telluris motum, & ſolis quietem. Nihil eſt, quod his reponamus, ſi allatis auctoritatibus ſenſus tribuatur, quem increduli libentiſſime illis tribuerent. Ergo ſenſus a nobis allatis auctoritatibus tributus non modo illarum veritati non opponitur; imo is ſolus eſt, qui ipſis, ſalva recta ratione, tribui poſſit.

II. At non propterea ubique pro arbitrio apparens vero in ſcripturis ſubſtitui poterit; in univerſis enim ſacris literis fortaſſe motus ſolis unicus eſt, in quo apparentia, & veritas eadem exhibeant prodigia, eaſdem credendas veritates, eadem erga Deum exigant grati, & religioſi animi obſequia. Nulla igitur inductione a ſolis motu ad divini Verbi incarnationem argui poteſt. Vera Verbi incarnatio eſt dogma præcipuum, totius religionis fundamentum, contra quod nihil habet ratio, nihil aſtronomia. Verus ſolis motus eſt quid omnino religioni adiaphorum, quod nullo modo theoriæ motus, phyſicæ legibus, aſtronomicis obſervationibus conciliari poteſt. Ergo quæ rationes neceſſario cogunt ſcripturas de apparente ſolis motu intelligere, nullam anſam præbent, cur auctoritates Verbi incarnationem, ut & alia innumera annunciantes de rei apparentia, non vero de veritate intelligamus. Axioma ergo generale amplectimur: ſemper ſcripturas ſacras obvio, & naturali ſenſu intelligendas eſſe, quando nulla ſolida, & victrix ratio cogit eas alio ſenſu interpretari. III.

III. Etſi a ſacræ Inquiſitionis tribunali in immortalis Galilæi operibus ſyſtema Copernicanum damnatum fuerit, non propterea ejus judicium ab eccleſia univerſali aut collecta, aut diſperſa, aut a Summis Pontificibus confirmatum fuit: judicium hoc jam obſolevit, nec fidelium hac de re ſententias coarctat.

At num propterea ſacrum hoc tribunal, cui plærique tunc Cardinales præerant, improbandum eſt, quod Copernicanum ſyſtema proſcripſerit, ac tamquam verum tueri vetuerit? Nequaquam ſane. Eo enim tempore, quo hoc ſyſtema proſcriptum fuit, ſacrarum ſcripturarum veritati oppoſitum cenſebatur, & rite credentibus offendiculum. Semper vero maxime opportunum eſt ſcandala tollere, & præoccupare, etſi puſillis tantum ſint offendiculo. Ita quoque primis eccleſiæ temporibus religioſi epiſcopi nonnulli ſacrarum imaginum cultum proſcripſerunt; eo ſcilicet tempore, quo cultus hic perperam acceptus fidelibus neophitis, & ab idolorum cultu recens avulſis idololatriæ occaſionem præbebat.

Hac ætate, in qua jam nihil fidei a Copernici, & Galilæi ſyſtemate timendum eſt, nulla ab eo piis mentibus oritur ſcandali occaſio: nihil jam illud ſacris literis contrarium præſefert: illudque viri religioſiſſimi, ſi in phyſicis, & aſtronomicis rebus verſati ſunt, tamquam unicum verum mundi ſyſtema, nulla hæſitatione amplectuntur.

1351. OBJECTIO IX. Syſtemata hæc oppoſita aliqua ex parte conciliari poſſe videntur, telluri motum revolutionis diurnæ circa ſuum axem tribuendo in eodem ſpatii infiniti puncto: ſoli motum annuum circa tellurem: planetis, & cometis periodicam circa ſolem revolutionem. In hac hypotheſi tellus ſatis immobilis eſſet; ſol vero, planetæ, ſtellæ motu diurno, qui tam abſonus eſt, non agerentur.

RESPONSIO. I. Inepta conciliatio. Hanc hypotheſim terræ immobilis aſſertores, ſi qui adhuc ſunt, reijciunt; ſi enim ſcripturæ auctoritates, quibus unice innititur, veram telluri immobilitatem tribuunt; iis æque diurnus, ac annuus telluris motus adverſatur.

II. Hanc hypotheſim omnes Copernicani acrirer refellunt, & cum his aſtronomi omnes, & phyſici. Neque enim minus abſurdum eſt motum ſoli tribuere, planetis, cometis, toti firmamento circa tellurem anno uno, aut annis 25740, quam die uno. Quare hypotheſis hæc inter ſomnia recenſenda eſt.

ARTICULUS QUINTUS.

TELLUS PLANETA.

1352. OBSERVATIO. Ex dictis articulo præcedenti plane conſtat, tellurem eſſe verum planetam tribus motibus actum, *diurno* circa axem æquatoris, *annuo* circa ſolem in ecliptica, *retrogrado* lentiſſimo circa axem eclipticæ in antecedentia ſignorum. Modo telluris planetæ definienda eſt poſitio, figura, magnitudo, axis directio, & poſitio reſpectu ſolis, & æquatoris. Hæc tribus ſequentibus paragraphis tractabimus, in quibus gnomonicæ principia, theoria longitudinum, & latitudinum, geometricæ telluris dimenſiones, & alia plæraque utilia, & jucunda occurrent.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

TELLURIS IN CÆLO LOCUS.

1353. ASSERTIO, T*Ellus ſemper ad ſenſum eſt in centro firmamenti* (*Fig.* 40).

DEMONSTRATIO. In quovis ſuæ orbitæ annuæ *a d b c a* puncto tellus ſit, ſive in æquatore, ſive in tropicis:

I. Horizon obſervatoris ubicumque ſiti ſemper cælum in duo æqualia hemiſphæria partitur: hic enim ſemper ſex zodiaci ſigna ſupra, ſex infra ſuum horizontem habet: quod ſane non contingeret, ſi tellus *a* propior ſenſibiliter eſſet libræ A, quam arieti B, cancro, quam capricorno.

II. Ubique terrarum ſtellæ diurnam revolutionem in æquatore facientes horis duodecim, demptis minutis 2, & ſecundis 2, ab oriente ad occidentem tranſeunt, eodem, ipſo tempore ab occidente in orientem redeunt (1324); quod non contingeret, ſi tellus *b* non eſſet ſemper ad ſenſum in centro firmamenti æque diſtans ab oriente B, ab occidente A, a zenith, & a nadir.

III. Si tellus *d* eſſet ad ſenſum alterutri polo propinquior, incolæ ſphæræ obliquæ æquinoctium non haberent quo die ſol veram, aut apparentem ſuam revolutionem facit in plano æquatoris cæleſtis cælum in duo æqualia hemiſphæria dividentis; horum enim populorum horizon, quum tunc circulum ſolarem in centro non ſecaret, neceſſario arcus, diurnum, & nocturnum, inæquales haberet. Atqui certum eſt, bis in anno in univerſa tellure æquinoctium eſſe binis iis diebus, quibus circulus ſolaris æ-

quatori cæleſti ad ſenſum congruit (1314); ergo tellus ad ſenſum extra æquatorem cæleſtem non eſt; ergo nec alterutri polo propinquior.

Ergo tellus nunquam a polis, ab ariete, & libra, a zenith, & nadir inæqualiter ad ſenſum diſtans, ſemper ad ſenſum eſt in centro firmamenti. Q.E.D.

1354. COROLLARIUM. *Diameter terreſtris orbitæ leucarum* 60000000 *diſtantiæ ſtellarum comparata puncti inſtar eſt.* In quovis enim annuæ orbitæ *a d b c a* puncto tellus ſit, ſemper eadem apparent phænomena, quibus oſtendimus ipſam ſemper in centro firmamenti ad ſenſum ſitam videri (*Fig.* 40).

I. Potiori jure telluris radius ſtellarum diſtantiæ comparatus punctum erit. Ergo *in angulo a tellure ad duas ſtellas ducto promiſcue pro vertice ſumi poteſt aut telluris centrum, aut punctum ſuperficiei, cui inſiſtit obſervator.* Latera enim hujus anguli aut a centro, aut a ſuperficie ducta non niſi quantitate radio terreſtri æquali, quæ in caſu nulla eſt, differre poſſunt (1340).

II. Dum ſol circa tellurem convertitur, aut converti videtur, umbra a corpore a ſole illuminato projecta eoſdem ad ſenſum motus habet, quos haberet ſi ſol ad ſtellarum diſtantiam ſitus eſſet; ſtella enim, quæ illa die eſt in conjunctione cum ſole, in hypotheſi, qua diurnam revolutionem eo ipſo tempore, quo ſol, efficeret, eandem ipſam huic umbræ revolutionem ad ſenſum tribueret. Quare in gnomonica ſol ut infinitum a tellure diſtans haberi poteſt.

Dico, a ſole, & a ſtella in conjunctione umbram terreſtris corporis *ad eundem locum ad ſenſum* projectum iri; differentia enim poteſt eſſe dumtaxat parallaxis ſolis, quæ in horizonte ad ſummum eſt 9″ (1219), & ad zenith uſque minuitur, ubi nulla eſt (1215), quæque

in

in horologio ſolari quantumvis magno nunquam ſenſibilis eſſe poteſt (921).

1355. PROBLEMA I. *Poli viſibilis altitudinem invenire* (*Fig.* 11).

SOLUTIO. Alibi vidimus qua ratione proxime inveniri poſſit cæli punctum, circa quod fiunt ſolis, planetarum, ſtellarum revolutiones (1124). Oſtendam modo qua ratione definiatur quantitas, qua punctum, quod polus dicitur, ſupra horizontem quemvis hinc inde ab æquatore attollatur. Sub æquatore enim uterque polus in ipſo horizonte eſt (1142).

I. Sit *f* locus terreſtris, cujus quæritur *altitudo poli* R: loci hujus zenith eſt punctum S, horizon circulus G T H; meridianus adhuc ignotus ſemicirculus R N V.

Inter ſtellas perpetuæ apparitionis, ut utriuſque urſæ, una ſeligatur, puta ſtella *a*. Quadrante aſtronomico horizonti perpendiculari (*Math.* 421, 733) accurate obſervetur maxima, & minima ejus ſupra horizontem G altitudo, unica, aut pluribus diurnis revolutionibus. Minima ſtellæ *a* altitudo ſupra horizontem G addita dimidia maximæ, & minimæ altitudinis differentia erit altitudo poli. Exempli gratia, ſit minima altitudo *a* G = 40 gradibus; maxima *b* G = 50°, harum differentia eſt = 10°, quorum dimidium = 5°. Ergo altitudo poli erit 40 + 5 in R.

II. Quandoquidem ſtella *a* quotidie circulum circa axem mundi deſcribit, qui neceſſario per polos tranſit, certum eſt, ſtellam hanc quotidie ſupra, & infra hunc axem tranſire, & in maxima ſua, & minima elevatione eſſe eam in plano meridiani; præterea in minima elevatione tantundem eſſe eam infra axem, quantum in maxima ſupra eſt. Si ergo a maxima ad minimam elevationem ducatur linea, erit hæc diameter circuli diurni a ſtella deſcripti, & lineæ hujus *a b* medium R erit punctum axis mundi, circa quod totius cæli revolutiones

 fiunt.

ſunt. Punctum R, ſeu punctum indefinite remotius in linea T R ſed ſemper eodem graduum numero ſupra horizontem G elevatum erit igitur polus mundi, cujus altitudo quærebatur. Hæc igitur poli R ſupra horizontem G elevatio erit minima ſtellæ altitudo ſupra horizontem addita dimidia minimæ a maxima elevatione differentia.

III. Circulus maximus, cujus planum tranſat per terræ centrum T per zenith S, & per polum R erit *meridianus loci f*. Circulus hic horizontem G T H perpendiculariter ſecat; & punctum interſectionis G tantundem eſt infra polum viſibilem R, quantum punctum interſectionis H eſt ſupra polum viſibilem V.

IV. *Polus borealis* eſt modo ſtellæ polari P proximus. Anno 1772 ineunte ab ea diſtabat tantum gradu uno, 54′, 44″ (*Fig.* 4).

At poli borealis poſitio non ſemper eadem eſt reſpectu ſtellæ polaris P; ob magnam enim firmamenti revolutionem circa polos eclipticæ (1131, 1365), ſtella P alternatim a polo mundi conſiderato ut immobili recedit, & ad eum accedit. Modo ſtella P magis in dies ad polum accedit, & quotannis accedit ſecundis 20.

Si cælum ſtellatum conſideretur immobile, ut re ipſa eſt, erit *mobilis polus mundi*, qui modo ad polarem P quotannis accedit ſecundis 20. Alibi *motus conici* (*Fig.* 7) axis, & polorum telluris, & mundi cauſam, & effectus ſatis expoſuimus (1327, 1343).

1356. PROBLEMA II. *In plano horizontali lineam meridianam deſcribere*.

SOLUTIO. Linea meridiana eſt linea horizonti parallela, & plano meridiano incluſa (1118). Pluribus methodis deſcribi poteſt: duas tantum trademus.

1357. METHODUS I. Invento noctu polo viſibili ex præcedente problemate, relinquatur quadrans in ea poſitione, qua ad polum directus

ctus eſt. Hinc facile eadem directio lineæ ducendæ tribuetur; ad hoc enim ſatis erit plano horizontali planum perpendiculare ſtatuere directione axis inſtrumenti ad polum directi. Puncta, in quæ cadet planum verticale, lineam meridianam in plano horizontali definient. Itaque:

I. *Ut deſcribatur linea meridiana* in plano horizontali ad duo extrema axis quadrantis ad polos directi ſuſpende filo duo perpendicula in cuſpidem deſinentia, quibus planum horizontale ſuppone: puncta duo plani horizontalis, in quæ cadent perpendiculorum cuſpides, lineam per ea ductam definient: erit hæc recta meridiana.

Fila ipſa erunt in plano meridiani; ſingula enim ad zenith, & ad centrum terræ directa ſunt; & utrumque eſt in plano ad mundi polos, ad loci zenith, & nadir directo (1116). Itaque radius viſivus, cui filum unum ab altero occultetur, in plano meridiani eſt, & corpora omnia in horum filorum directione poſita ſunt in plano meridiani. Hac itaque methodo *loci meridianus, & linea meridiana invenitur.*

II. Ad auſtralem lineæ hujus extremitatem erige *gnomonem perpendicularem* cylindricum, & exilem: erit hic in plano meridiani; quum vero ejus umbra in ipſam lineam meridianam cadet erit meridies; tunc enim centrum ſolis erit in ipſo plano meridiani.

Si a vertice gnomonis ducatur in meridianam ad auſtrum productam *recta*, quæ cum plano horizontali angulum faciat angulo altitudinis poli æqualem, linea hæc utrinque producta erit axi mundi parallela, cum quo in cælo ad ſenſum confundetur (1354); & in diurna ſolis revolutione umbram jaciet ſemper illi parallelam, quam axis mundi jaceret: erit hic *gnomon horologii ſolaris horizontalis.*

III. Si plano verticali, ut parieti, infigatur

virga cylindrica ferrea lineæ obliquæ gnomonis ſupra memorati, ſeu axi quadrantis ad polum directi parallela; virgæ hujus umbra in ſolari revolutione eaſdem revolutiones ſubibit, quas axis ipſe telluris: ſemper ad ſenſum erit, ſicut axis ipſe telluris, & mundi in plano meridianorum omnium, per quos ſucceſſive ſol tranſit. Poterit ergo virga hæc horas indicare in plano, cui infixa eſt; ſive hoc ad orientem, ſive ad meridiem, ſive ad occidentem vergat.

Quum non ſemper inſtrumenta aſtronomica præſto ſint, quibus propoſita methodo loci meridianus, & linea meridiana inveniatur; & quum linea hac ſemper indigeamus ſive ad horologia corrigenda, ſive ad cæli aſpectus dignoſcendos, alteram mothodum, quæ iſtrumentis non indigeat, trademus.

1358. METHODUS II. Si planum, in quo *meridiana linea ducenda eſt* ſit horologium ſolare marmoreum, aut metallicum, in illo deſcribantur circuli concentrici duo, vel tres, & in communi centro ſtylus verticalis erigatur. Statuatur horologium horizontale; quam poſitionem libella obtinebis (*Math.* 532, 422).

I. *Stylus verticalis* totus eſt in plano meridiani; ad zenith enim, & ad terræ centrum directus eſt. Ergo ejus umbra tota erit in plano meridiani quum ſolis centrum ſive æſtate, ſive hyeme in hoc plano erit; corporis umbra ſiquidem ſemper in plano eſt per punctum radians, & per corpus lucem intercipiens tranſeunte. Umbra *ſtyli verticalis* meridiana longiſſima erit in ſolſtitio hyemali, in quo ſol minimam habet elevationem ſupra horizontem, breviſſima in æſtivo, in quo ſol maxime elevatus eſt: quare hujus umbræ longitudo ſolſtitiorum tempus proxime indicare poteſt.

II. *Styli hujus verticalis* umbra mane ad occidentem, veſpere ad orientem dirigetur; & in ſolſtitiis, in quibus ſol ad ſenſum declinationem

non mutat (1220), umbræ hæ mane, & veſpere æquales erunt in æquali ſolis a meridiano diſtantia, ſeu in æquali ſolis ſupra horizontem utrinque elevatione. Si ergo in ſolſtitiis, in æſtivo, exempli gratia, ſeu pridie, aut poſtridie hora nona aut decima matutina, & tertia, aut ſecunda veſpertina, umbrarum longitudo notetur, facile meridiana linea quæſita invenietur. (*Fig.* 43)

Obſervetur enim mane umbræ ſemper decreſcentis extremitas quum ſucceſſive ad diverſas peripherias concentricas pertingit, & notetur. Ita quoque veſpere notentur puncta, in quibus umbra ſemper creſcens ad eaſdem peripherias appellit. Tum arcus punctis duobus *a a*, *b b*, *c c*, umbrarum terminis interceptus bifariam ſecetur: linea MS a puncto diviſionis ad ſtyli pedem, commune omnium circulorum centrum, ducta, erit meridiana linea quæſita. Plures circuli non ducuntur, niſi ut de accurata operatione certiores ſimus.

III. Patet, ſi horis tribus, exempli gratia, ante meridiem ſtyli S umbra pertingit in *a* ad occidentem, ejuſdem ſtyli umbram perventuram in *a* ad orientem hora tertia pomeridiana: in his duabus enim poſitionibus ſol æque a meridiano diſtat, & æque ſupra horizontem attollitur. Quare medium M arcus *a* M *a* erit in plano meridiani, ſicuti & ſtylus S: quum ergo horologium ſit horizonti parallelum, linea MS erit meridiana.

1359. PROBLEMa III. *Altitudinem meridianam ſolis ingenti gnomone metiri*. (*Fig.* 46)

SOLUTIO I. Sit AB ingens gnomon plures hexapedas altus horizonti ſaltem ad boream perpendicularis. Sit quoque BCD linea meridiana horizontalis a gnomonis pede boream verſus ducta. Sit VZ arcus meridiani, & Z, vel *z* gnomonis zenith.

I. Gnomon hic totus AB eſt in plano meri-

diani, & quum centrum ſolis S erit in plano meridiani, gnomonis umbra in eodem plano erit, adeoque in linea B D.

Quum umbræ gnomonis extremitas difficile diſtinguatur, in ſummo gnomone collocetur lamina metallica plano meridiani perpendicularis, in qua ſit foramen circulare diametro linearum aliquot; altitudo vero gnomonis ab hujus foraminis centro comparetur. Hoc foramine habebitur in meridie ſupra lineam meridianam B D circellus lucidus, cujus centrum erit gnomonis umbræ B C extremitas.

II. Inſtrumento accurate in gradus, minuta, & ſecunda diviſo capiatur angulus ACB: tunc in triangulo A B C innoteſcet angulus B rectus, angulus C captus, & angulus A ſupplementum ad duos rectos.

III. Præciſa parallaxi, & refractione ſeorſim computandis, angulus A B C notus æqualis eſt oppoſito ad verticem V A z; atqui hic eſt menſura diſtantiæ ſolis a zenith Z; ergo angulus æqualis, & notus B A C diſtantiam quoque ſolis a zenith Z, vel z metitur.

IV. Altitudo meridiana ſolis ſemper æqualis eſt gradibus 90, dempto arcu V Z zenith, & vero loco optico ſolis intercepto; noto ergo arcu V Z, ſeu angulo VAZ innoteſcet altitudo meridiana ſolis quæſita.

1360. SOLUTIO II. Problema quoque ſolvi poteſt ex ratione longitudinis umbræ horizontalis ad ſtyli altitudinem, hac analogia: longitudo umbræ B C eſt ad gnomonis altitudinem B A; ut ſinus totus ad tangentem altitudinis ſolis ſupra horizontem. Tres primi termini noti dant quartum, qui eſt ipſa meridiana ſolis altitudo.

Triangula C A B, C T H ſunt ſimilia, quum ambo fiant a linea horizontali, ab alia huic perpendiculari, & ab eodem radio ſolari C A S T; ergo CB : AB :: CH : TH (*Math.* 403). Eadem ratione cB : AB :: CH : tH. In utraque proportio-

tione tres primi termini innoteſcunt; ſcilicet umbræ variabilis longitudo, conſtans gnomonis altitudo, & conſtans ſinus totus (*Math*. 646): ex his quarta eruitur, variabilis ſcilicet tangentis longitudo. Tangens hæc ea ratione creſcit, qua umbra breviatur; & reciproce; unde ſemper productum habetur æquale duorum conſtantium terminorum producto.

In tabulis quæratur angulus tangentis inventæ: erit hic meridiana ſolis ſupra horizontem altitudo. Exemplum. Poſito ſinu toto partium 100000, ſit tangens inventa 97586: invenietur hæc ſpectare ad angulum graduum 44, 18′; qui erit angulus ſolaris altitudinis, ſeu arcus meridiani ſole, & horizonte interceptus. Si tabulis careas, angulum quære methodo præcedente.

Gnomonica.

1361. DEFINITIO. *Gnomonica* ſcientia eſt docens tempus dividere, & metiri ex umbra gnomonis axi telluris, & mundi paralleli, & æquatori perpendicularis. Innititur ſcientia hæc theoriæ umbræ ſemper ad partes oppoſitas cadentis corporis lucidi, & opaci radios intercipientis, a γνωμων *ſtylus horas indicans*.

1362. EXPLICATIO. Sol quotidie percurrit ſeu percurrere videtur ab oriente in occidentem circulum æquatori ad ſenſum parallelum, & axi mundi perpendicularem. Axis hic ad ſenſum tranſit per centra circulorum omnium a ſole ſingulis diebus deſcriptorum, quorum radii, etſi apparenter inæquales, omnes tamen ſunt veluti infinite magni telluris radio comparati. Ex his certis, & notis principiis,

I. Quum circuli diurni cujuſcumque peripheria in gradus 360 dividatur, & uniformiter a ſole horis 24 percurratur, jam patet ſolem ſingulis horis percurrere hujus periph. gradus 15,

 gra-

gradum unum minutis 4; minutum gradus temporis ſecundis 4.

II. Si concipiatur axis mundi tamquam ingens cylindrus opacus ad duos polos cæleſtes terminatus, & per centrum telluris tranſiens; patet, hunc cylindrum projecturum umbram ad partes ſoli oppoſitas, ſed in plano illius meridiani, in quo ſucceſſive ſol in diurna revolutione reperitur. Umbra ergo cylindri hujus indefinite producta ſingulis horis percurret gradus 15; gradum unum minutis 4 in parte firmamenti ſoli oppoſita.

III. Si tellus eſſet diaphana, axis opaci umbra in ejus ſuperficie percurreret ſingulis horis gradus 15, ſingulis minutis quatuor gradum unum; ut in firmamento obſervavimus; ſuperficies enim telluris, & firmamenti ſphæricæ ſuperficies ad ſenſum concentricæ ſunt. (1353)

IV. Quum telluris radius radio firmamenti comparatus nullus ſit (1354); ſi in telluris ſuperficie ſupponatur globus vitreus diametro unius aut alterius pedis trajectus axe opaco axi telluris, & mundi parallelo; parvi hujus axis umbra eaſdem in parvo ſuo globo diviſiones faciet, quas telluris, & mundi axis in telluris, & firmamenti ſuperficie: percurret itaque, ut ſol, horis ſingulis gradus 15, minutis 4 gradum unum in globi ſuperficie ſoli oppoſita.

V. Si in parvi hujus globi ſuperficie incipiendo a meridiano dividatur æquator per gradus 15, & ab ejuſdem globi polis ducuntur arcus ad ſingula diviſionis puncta; axis globi erit ſtylus horas accurate indicans; & ejuſdem globi pars inferior in æquales partes diviſa, & ſubdiviſa erit accuratiſſimum horologium ſolare.

VI. Si globi hujus immoti excipiantur umbræ a ſuo axe in quamvis diviſionem projectæ in planum quodvis fixum: umbræ hæ extra globum productæ, & lineis indefinitis in plano notatæ horologium efficient horas indicans.

Th.o

Theoria hæc, ut patet, *methodum generalem* præbet *horologia ſolaria* in plano quovis horizontali, verticali, æquinoctiali, declinante *deſcribendi*. Tota difficultas eſt in directione ad polum viſibilem axi tribuenda; hoc tamen facile fiet lineam meridianam in plano horizontali deſcribendo, & axi inclinationem dando ſupra horizontem altitudini poli æqualem in plano meridiano (1357). Exempli cauſa, ſi polus viſibilis attollatur gradus 46, 30′ ſupra horizontem, debet axis globi in plano meridiani angulum efficere cum plano horizontali graduum 46, 30′.

VII. Si immoto axe globus tollatur, axis umbra eundem habebit motum, quem antea, & in quamvis objectam ſuperficiem eodem modo projicietur. Satis erit igitur umbras has notare in ſuperficiebus, in quas cadunt. Hinc orta horologia omnia ſolaria, & methodus ea deſcribendi in quavis ſuperficie ope globi artificialis diametro unius, aut alterius pedis, in quo ſit tantum æquator in æquales partes diviſus, & axis axi telluris, & mundi parallelus.

1363. NOTA. Ex his principiis *peculiare horologium ſolare* conſtrui poteſt a Kirkerio primum inventum; cujus tamen theoriam a Kirkeriana omnino diverſam tradere pergimus. (*Fig.* 44)

I. In pariete ſoli adverſo ſume pro libito punctum A, ſupra quod ingentem laminam ferream attolle GBHD, cujus planum cum pariete angulum efficiat illi æqualem, quem cum eodem pariete efficeret telluris, & mundi axis. Dein in hac lamina duc ab auſtro ad boream lineam M N, vel B D, vel G H, vel E F axi mundi parallelam (1357). Linea hæc, exempli gratia E F erit veluti totius horologii deſcribendi directrix.

II. Sit regula mobilis *m m*, *n n*, *r r* lamina ipſa longior, quæ cochleis laminæ affigi poſſit

jux-

juxta diverſas directiones BD, MN, GH; pro parietis aſpectu aut ad orientem, aut ad meridiem, aut ad occidentem. Habeas horologium ſolare accuratum; & die quovis ſudo quum hoc indicabit, exempli gratia, horam octavam matutinam, regulam *m m* ita in lamina diſpone, ut ſit directrici EF parallela, & ejus extremitates *m*, *m* in parietem umbram proiiciant: hæc in pariete dabit lineam rectam per punctum A tranſeuntem.

Patet, ſolem hora octava matutina eſſe in meridiano, cujus planum tranſit per punctum A (1354); & toto anno centrum ſolis hora octava matutina fore in eodem meridiano modo ad majorem, modo ad minorem altitudinem. Quare ducta in lamina linea *m m* regulæ parallela, & ibi inciſione facta ſecus hanc lineam *m m* dabitur luci aditus ad punctum A toto anno hora octava matutina. Hæc lucis ſemita recedet a puncto A ad orientem quo magis ſol ad meridianum, & occidentem verſus procedet.

III. Quum horologium meridiem indicabit, regulæ mobilis extremitates in directione EF in parietem proijcient umbram EAF per A tranſeuntem, quod punctum ſemper eſt in plano meridiani. Quare ducta in lamina linea FF, & inciſione in illa facta, lux illac tranſiens toto anno cadet in punctum A, & ante, & poſt meridiem perget ad occidentem, & ad orientem puncti A.

IV. Quum horologium ſolare indicabit horam tertiam pomeridianam, ſtatuetur regula mobilis in *r r*, vel *ſ ſ* directrici EF parallela ita, ut ejus extremitates umbram jaciant per punctum A tranſeuntem. Patet, ſolem hora tertia pomeridiana eſſe in plano meridiani per punctum A tranſeunte; & inciſionem *r r*, vel *ſ ſ* in lamina aditum luci daturam, quæ ſemper in punctum A cadet quum centrum ſolis ad eundem meridianum appellet modo altius, modo inferius hora tertia pomeridiana. V.

V. Eodem modo reliquæ diviſiones, & inciſiones *nn*, *vv* in lamina fient, horis horologii ſolaris ducibus. Poſtea in ſuperiori, & inferiori laminæ parte, in *mm*, *nn*, E F, *rr*, *ſſ*, *vv* ſcribentur horæ cujuſque diviſionis propriæ, & horarum puncta in lamina incidentur, ut a luce in pariete notari poſſint. Angelus, aut genius in pariete pictus, & ſub lamina digito ad punctum A indicabit *horam præſentem*, quam a ceteris diſtinguere faciet æque in umbram parietis a luce indicatis, omnibus tamen extra punctum A poſitis.

§. II.

FIGURA TELLURIS.

1364. ASSERTIO. *Tellus eſt ad ſenſum ſphærica*. (*Fig.* 11)

DEMONSTRATIO. I. Ab occidente in orientem, aut viciſſim viſum convertamus. Si tellus eſſet plana, idem aſtrum eodem inſtante orietur, & occideret populis omnibus eandem ſuperficiem incolentibus; punctum enim radians, cujus radii nullibi intercipiantur, omnia eodem tempore ſuperficiei planæ puncta illuſtrat. Atqui oppoſitum contingit; ſcimus enim ſolem citius Conſtantinopoli oriri, quam Pariſiis; quum Pariſiis meridies eſt, eſſe tantum horam undecimam in loco gradibus 15 magis occidentali; & eſſe horam primam pomeridianam in loco gradibus 15 magis orientali; atque ita de ceteris. (1362)

II. Tellus ab auſtro in boream inſpecta, aut viciſſim eandem exhibet figuram ſphæricam. Quo magis enim in meridiano a borea in auſtrum, aut viciſſim progredimur, videmus polum, ad quem tendimus, attolli, & oppoſitum deprimi:

quod

quod ſane non contingeret, ſi tellus non eſſet ad ſenſum ſphærica.

III. In mari ſphæricitas terræ apertiſſime patet. In quamcumque partem oceano navigetur, procul aſpiciuntur montium vertices, quo appellitur, antequam plana loca videantur; & illarum regionum incolæ prius navium malos, & vela vident, quam navim videant poſt aquarum convexitatem adhuc latentem: quod ſane non contingeret, ſi tellus non eſſet ad ſenſum ſphærica. Exempli cauſa, oculus in B nequit videre objectum in K; nam inter B, & K eſt tumor *f* telluris, aut aquæ vetans ne radii a K ferantur in B.

IV. Montes telluris ſphæricitati non officiunt; ſive quia quid minimum ſunt toti telluris ſuperficiei, ſive quia eorum altitudo telluris radio comparata quid minimum eſt. Altiſſimi enim, qui & perpauci ſunt, vix bis milleſima pars ſunt terreſtris ſemidiametri: & communis montium altitudo vix eſt hujus diametri pars decies milleſima.

Ergo tellus ea figura donata eſt, quæ late conſiderata a ſphærica ad ſenſum non eſt diverſa. Q. E. D.

1365. NOTA. Etſi tellus re ipſa ad polos paulum compreſſa ſit, ad æquatorem elata, ut mox oſtendemus; eam modo ut ſphæricam conſiderabimus, qualis nobis appareret, exempli gratia, e luna, aut e quarta hujus diſtantiæ parte inſpecta. Mox quomodo hæc corrigenda ſint indicabimus.

Meridiani terreſtris dimenſiones.

1366. PROBLEMA. *Meridiani terreſtris ambitum metiri*. (*Fig.* 11)

SOLUTIO. Sit M T N æquator cæleſtis: R, V poli cæleſtes: R N V M meridianus cæleſtis terreſtri B C D A dimetiendo analogus.

I. Ob

I. Obſervationibus ubique terrarum habitis conſtat, corpora terreſtria ubique ad terræ centrum gravitare; & gravitationis lineam ubique eſſe ſuperficiei terreſtri perpendicularem, & ſenſibili, atque aſtronomico puncti hujus, in quod cadit horizonti: lineam hanc in cælum productam deſignare zenith punctorum omnium terreſtris ſuperficiei: quæ zenith ubique a ſenſibili, & aſtronomico horizonte diſtant gradus 90. Ex his, quæ axiomatis inſtar habenda ſunt, ſequitur, hominis A zenith eſſe in M; hominis B in R; hominis C in N: hominis D in V; hominem C, ſi in K tranſeat, habiturum zenith in X; ſi in *f* tranſeat, habiturum zenith in R; atque ita porro, quocumque, & quaquaverſum feratur.

II. Poſita tellure ſphærica, meridiani terreſtris A B C D, & cæleſtis M R N V ſunt duo circuli concentrici, quorum arcus quivis *fk*, SX iiſdem radiis TS, TX intercepti ſunt ſimiles. Si ergo arcus cæleſtis SX eſt unius gradus, & terreſtris ſimilis *fk* erit unius gradus. Ergo ſi SX eſt $\frac{1}{360}$ meridiani cæleſtis, etiam *fk* erit $\frac{1}{360}$ meridiani terreſtris. Ergo ſi arcus *fk* longus eſt exempli gratia, leucas 25; totus meridianus terreſtris A B C D A longus erit leucas 25 X 360. Satis ergo eſt ſpatium *fk* accurate metiri gradus unius terreſtris meridiani duobus radiis interceptum, qui gradum unum comprehendunt cæleſtis meridiani.

III. Quum zenith eo magis ad polum accedat, quo magis in terreſtri meridiano ab æquatore receditur; ſi a *k* in *f* tranſeam, meum zenith ab X in S tranſibit ex ſuperius allato axiomate. Sint igitur *k*, & *f* ſtationes duæ in eodem terreſtri meridiano, puta Pariſii, & Amianum, ſeu locus quivis Pariſiis auſtralis, aut borealis ſub eodem cælecti meridiano facile inveniendus. (1357)

Quadrante in gradus, minuta, & ſecunda accura-

curate diviſo (*Math.* 421), in *k* poli R altitudinem metior (1355): ſit arcus RX, poli a zenith diſtantiæ menſura, graduum 42. A *k* in *f* ſupra eundem meridianum procedo ab auſtro in boream; & eodem inſtrumento in *f* altitudinem metior poli R. Sit arcus RS, poli a novo meo zenith diſtantia, graduum 41. Jam in triangulo STX arcus ſimiles SX, *fk* ſunt ſinguli unius gradus.

IV. Pertica, aut trigonometrice ſpatium *fk* metior utraque ſtatione interceptum, quarum zenith gradum unum meridiani cæleſtis continent; & ſpatium inventum eſt $\frac{1}{360}$ meridiani ABCDA. Si menſura accurate capta eſt, ſi arcus cæleſtis SV accurate obſervatus, ſi terræ ſuperficies eſt perfecte ſphærica; jam eadem certitudine totius meridiani terreſtris ambitum obtinui; quum capta diſtantia ſit ad amuſſim $\frac{1}{360}$ hujus meridiani.

1367. NOTA. Hac methodo ſpecie ſimplici, re ipſa difficultatibus aſpera inventus eſt gradus meridiani Pariſios inter, & Amianum hexapedarum ferme 57072; unde totus meridianus erueretur hexapedarum 57072 X 360, ſeu 20545920 quæ leucas communes Gallicas 8984 proxime efficiunt.

Dixi *hexapedas ferme* 57072; idem enim meridiani gradus Pariſios inter, & Amianum ſubinde a celeberrimis aſtronomis, & geometris captus non eaſdem prorſus menſuras exhibuit. Per Picardum arcus *kf* Pariſios inter, & Amianum eſt hexapedarum 57060; per Maupertuiſium, qui ex parte Picardi menſuris ſtetit, eſt hexapedarum 57183; per Caſſinum arcus medius gradus unius meridiani in Gallia eſt hexapedarum 57061. Lalandius in egregio ſuo opere aſtronomico gradum hunc inter Pariſios, & Amianum ſtatuit hexapedarum 57072. Hanc menſuram ſequimur.

Ne

Ne mireris, aliquam in hiſce menſuris exiguam diverſitatem inveniri. Nemo enim ignorat, menſuras geometricas phyſicis menſuris inniti, in quibus omnimoda præciſio non eſt ſperanda. Exempli cauſa: ſi homines decem, aut duodecim ſpatium hexapedarum 40, aut 50 in plano vel maxime æquabili ſeorſim dimetiantur, ſemper eorum menſuræ vel accuratiſſime captæ nonnullarum linearum diſcrimen offerent. Minimæ hæ diverſitates in ingenti ſpatio iteratæ tandem nonnullarum hexapedarum diſcrimen offerent; attamen re ipſa menſuræ æquales cenſendæ ſunt. Ad inevitabiles hos errores corrigendos menſura ſumitur inter maximas, & minimas media; ut certe hic a Lalandio factum fuit.

Graduum meridiani terreſtris inæqualitas.

1368. OBSERVATIO I. *Gradus meridiani terreſtris* non ſunt ubique æquales. Ab æquatore ad polos ſenſim ſine ſenſu longiores fiunt. Probat hoc, quod mox oſtendemus, tellurem, etſi ad ſenſum ſphæricam, tamen ad polos paulum depreſſam, ad æquatorem paulum elatam eſſe.

Sex terreſtris meridiani gradus celeberrimi noſtræ ætatis aſtronomi geometrice dimenſi ſunt. Subiicio ex Lalandio graduum horum menſuras, loca, altitudines, & illuſtrium menſorum nomina.

I. In Peruvia inter Cotcheſqui, & Tarquimenſi ſunt Bouguerius, & Condaminius: Eorum ſpeculæ, quarum altera erat ſub ipſo æquatore, & latitudine carens, ſpatium hexapedarum 176950, ſeu leucarum ferme 80 continebat in eodem terreſtri meridiano. Primus gradus ab ipſo æquatore polum auſtralem verſus inventus eſt hexapedarum 56750.

II. Ad promontorium bonæ ſpei ultra æqua-

to-

torem, inter promontorium, & Klipſonteyn, in auſtrali latitudine graduum 33, 18″ menſus eſt Caillius. Extremæ ſtationes ſpatium comprehendebant hexapedarum 69669 in eodem terreſtri meridiano. Ibi meridiani gradus inventus eſt hexapedarum 57037.

III. In Italia Romam inter, & Ariminum in boreali latitudine graduum 43 menſi ſunt Patres Boſcovikius, & Maire. Ibi gradus meridiani inventus eſt hexapedarum 56979.

IV. In Gallia auſtrali in latitudine graduum 45 menſi ſunt Caillius, & Thurrius: ibi gradus meridiani terreſtris eſt hexapedarum 57028.

V. In Gallia boreali Pariſios inter, & Amianum in latitudine graduum 49, 23′ menſi ſunt Picardus, Maupertuiſius, &c. Ibi gradus meridiani terreſtris eſt hexapedarum 57072 (1367).

VI. In Laponia ſub circulopolari inter Torneam, & Kittis in latitudine graduum 66, 20′ menſi ſunt Maupertuiſius, Clerautius, Camus, Monnierius, & Celſius aſtronomiæ profeſſor Upſalæ. Ibi gradus inventus eſt hexapedarum 57422.

Menſuræ hæ omnium, quæ haberi poſſint accuratiſſimæ, quum & a peritiſſimis viris, & exquiſitiſſimis inſtrumentis, & ea ætate captæ ſint, qua aſtronomia ad ſummum perfectionis apicem erecta eſt, conſentiunt omnes in gradibus meridiani terreſtris ab æquatore ad polos majoribus oſtendendis. Hæ ipſæ menſuræ poſtquam publici juris factæ fuerunt ad rigidam trutinam revocatæ ſunt. Poſtquam vero ab Eulero, a Lalandio, a pluribus aliis ſummis geometris invicem comparatæ fuerunt, exiguis nonnullis correctionibus caſtigatæ fuerunt, quibus primis menſuris a celeberrimis viris captis hexapedæ nonnullæ additæ, aut demptæ ſunt.

La-

Latitudo, & longitudo terreſtres.

1369. PROBLEMA I. *Loci terreſtris latitudinem invenire* (*Fig.* 11.).

SOLUTIO. *Latitudo loci terreſtris*, puta Londini, aut Pariſiorum, eſt arcus meridiani æquatore, & zenith loci interceptus. Sit ergo *f* locus, cujus latitudo quæritur in meridiano GSH, cujus horizon eſt GTH.

I. Quadrante accurate in minuta, & ſecunda diviſo (*Math.* 421), in *f* metior diſtantiam zenith S a polo R (1335). ſit hæc diſtantia R S graduum 42. Quum polus ubique ab æquatore diſtet gradus 90; jam arcus R S graduum 42 eſt complementum arcus SN, qui erit graduum 48.

II. Anguli STN, *f*TC ſunt æquales, quum ſint idem angulus: ergo arcus SN, vel *f*C ſumi promiſcue poſſunt ut hujus anguli menſura. Quum ergo arcus SN ſit graduum 48, etiam *f*C erit graduum 48. Quum ergo zenith S diſtet ad boream gradibus 48 ab æquatore cæleſti N; locus *f*, qui eandem habet latitudinem, quam ſuum zenith, diſtabit quoque ad boream ab æquatore terreſtri C gradibus 48; ergo loci, ſeu puncti *f* latitudo inventa. Alibi ſpeculativam, & genericam problematis hujus ſolutionem tradidimus, ſuppoſito noto polo cæleſti (1149).

Jam intelligis, iiſdem peractis locorum omnium latitudinem tum abſolutam tum relativam inventum iri, quæ facile in tabulas geographicas transferetur.

1370. PROBLEMA II. *Inter duo loca terreſtria differentiam longitudinis invenire* (*fig.* 45).

SOLUTIO. *Longitudo loci terreſtris*, puta Pariſiorum, aut Conſtantinopoleos, eſt arcus æquatoris, ſeu circuli illi paralleli interceptus meridiano per inſulam Ferri tranſeunte, & meridiano loci, cujus quæritur longitudo. Arcus

hic

hic innoteſcit ope eclipſium lunæ, ſeu adhuc aptius ope fere quotidianarum eclipſium primi ſatellitis Jovis (1199). Rem explico:

Sit A B C pars terreſtris ſuperficiei, in qua tres ſint urbes A, B, C prima magis occidentalis, duæ reliquæ magis orientales. Sit urbs B in ipſa inſula Ferri, ubi primum meridianum, & æquatoris initium ponimus, ab hoc primo meridiano gradus longitudinis in æquatore numerando, vel in circulo huic parallelo, ab occidente in orientem (1146).

I. Sol motu ſuo diurno ſeu vero, ſive apparente uniformi per omnes meridianos tranſit horis 24; & meridiem efficit ſub eo meridiano, in quo invenitur. Ergo quum centrum ſolis eſt in meridiano Conſtantinopoleos, ibi meridiem efficit; dum Pariſiis non niſi multo tempore poſt meridies erit, quum ſcilicet ſol in Pariſienſi meridiano verſabitur.

II. Si æquator, & circuli omnes illi paralleli in æquales partes a totidem meridianis diviſi ſupponantur, quot ſunt illorum gradus, tellus, & cælum a polo ad polum dividentur a meridianis 360, quos ſol uniformiter percurrit horis 24: percurrit ergo ſol meridianos 15, ſeu gradus 15 æquatoris, & cujuſque paralleli ſingulis horis. Quum ergo Pariſiis meridies eſt, ſub meridiano gradibus 15 magis orientali eſt jam hora prima pomeridiana; & ſub meridiano gradibus 15 magis occidentali eſt tantum hora undecima matutina. Ergo horologium ad meridianum Pariſienſem accommodatum hora una differt ab horologio accommodato ad meridianum loci gradibus 15 magis orientalis, aut occidentalis; atque ita de reliquis.

III. Sint modo urbes duæ A, & C altera magis ad orientem, altera magis ad occidentem, in eadem, aut diverſa latitudine, in quibus aſtronomi duo eamdem ejuſdem ſatellitis Jovis eclipſim obſervent. Satelles L circa plane-

netam primarium I revolutionem ſuam faciens immergitur umbræ I L ſui planetæ; nec lucere incipit, niſi quum emergit. Emerſio hæc eodem inſtanti videtur ab utroque obſervatore in A, & in C; & longitudinem indicat inter has duas urbes.

Supponamus enim, emerſionem hanc contingere eo momento, quo in A pendulum ad meridianum loci accommodatum horam indicat noctis duodecimam, & quo in B alterum horologium ad loci meridianum accommodatum horam indicat ſecundam matutinam. Patet, urbes has longitudine differre iis gradibus, quos ſol horis duabus percurrit; atqui ſol horis duabus percurrit æquatoris, ſeu paralleli gradus 30; ergo urbes A, B longitudine differunt gradibus 30.

IV. Ponamus, tertium aſtronomum eandem eclipſim obſervare in media inſula Ferri B, ubi a nobis ſtatuitur primus meridianus; & hanc ſatellitis L emerſionem fieri, quum horologium ad loci meridianum accommodatum indicat horam undecimam veſpertinam; patet, inſulam Ferri B longitudine differre gradibus 15 ab urbibus A, & C; & longitudines numerare incipiendo a B, ubi longitudo nulla eſt, urbis C longitudinem fore graduum 15, urbis A graduum 345.

Hac methodo abſoluta, & relativa locorum terreſtrium longitudo obtinetur, ut in tabulis geographicis notatur. Loco eclipſium ſatellitum uti poſſumus eodem modo eclipſibus lunæ. In his ipſum inſtans initii, aut finis eclipſeos, ipſum inſtans immerſionis, aut emerſionis ſedulo adnotandum eſt, & hoc inſtans horæ a fideli horologio indicatæ comparandum. Si hora indicata eadem ſit in B, & in V; urbes hæ eandem habent longitudinem. Si hora a duobus horologiis indicata in C, & D diverſa eſt; urbes

urbes hæ longitudine differunt ea ratione, quam horæ obſervationis indicant.

1371. NOTA. Ad *longitudines in mari* obtinendas duo difficillima requirerentur, *horologium exactum*, cujus navis motus vibrationes non perturbaret; & quadrans circuli, quo accurate loci, in quo maris eſt, meridianus innoteſceret, navis agitatione obſervationem non impediente.

Patet, ex dictis problemate præcedente, horologium ſemel ad meridianum loci accommodatum; cujus longitudo nota ſit, puta portus Brivatum, indicaturum horam primam, quum ſol tranſiret per meridianum navis jam progreſſæ gradibus 15 ad occidentem: horam tertiam, quum ſol tranſiret per meridianum navis jam gradibus 45 ad occidentem diſtantis: deinde horam ſecundam quum ſol tranſiret per meridianum navis Brivatos verſus ad orientem gradibus 15 regreſſæ; atque ita porro.

Celebris artifex in Anglia poſtremis hiſce temporibus hujuſmodi horologio conſtructo ſummam laudem ſibi comparavit, cujus automatis ope longitudines in mari ita accurate captæ ſunt, ut latitudines, ea ſcilicet certitudine, quæ ſatis eſt ad tuto navigandum.

Polorum depreſſio.

1372. OBSERVATIO. Ante ſæculum decimum ſeptimum tellus putabatur perfecte ſphærica, cujus ſemidiametri omnes æquales eſſent, cujus meridiani omnes circuli eſſent æquatori æquales. In hac hypotheſi quilibet meridiani gradus ſpatium æquale, æqualem leucarum, hexapedarum, & pedum numerum continebat.

Illuſtris Caſſinus quum celebrem Galliæ lineam meridianam definiviſſet, & omnes arcus dimenſus eſſet meridiani Pariſienſis, Dunikerka

Cau-

Caucoliberim uſque in Ruxinenſis Comitatus finibus, palam fecit, ex menſuris a ſe captis gradus terreſtris meridiani inæquales eſſe, eoſque a meridie in boream breviores fieri; unde telluri figura ellipſodis oriebatur ad polos producta, ad æquatorem depreſſa.

Neutoni, & Hugenii theoria virium centrifugarum (255); gravitas a Richero inventa minor ſub æquatore, quam inde procul (251), Caſſini ſententiæ adverſabantur. Adhuc ſub judice lis erat.

Ut itaque *telluris figura* certo definiretur potentiſſimus Galliæ Rex magnis ſumptibus annis 1735, & 1736 Gallos Academicos miſit, alios in Peruviam, alios in Laponiam, ut illi ſub æquatore, hi ſub circulo polari meridiani terreſtris gradum metirentur. Aliquanto poſt celebris Caillius ad id ipſum peragendum miſſus eſt ad promontorium Bonæ ſpei ultra æquatorem. Ita accuratiſſimam habuimus geometricam menſuram gradus unius terreſtris meridiani ultra æquatorem, ſub æquatore, in Gallia, ſub circulo polari (1368): omnes vero hæ geometricæ menſuræ probant, gradus meridiani terreſtris ab æquatore ad polos longiores eſſe, non breviores, ut Caſſinus enunciaverat. Quis non falli ſe poſſe putet, quum & magnus Caſſinus falſus fuerit?

1373. ASSERTIO. *Tellus etſi ad ſenſum ſphærica, re ipſa ſphæroides eſt aliquantum ad polos depreſſus, ad æquatorem elevatus.*

DEMONSTRATIO. Tria certa principia aſſertionem probant: *Telluris revolutio diurna* circa ſuum axem, *imminutio gravitatis*, quo magis a polis ad æquatorem accedimus, & *major graduum longitudo*, quo magis ab æquatore ad polos procedimus. Tria hæc ſingillatim expendemus.

PRINCIPIUM I. Certum eſt, tellurem quotidie circa ſuum axem converti (1341). Ergo

omnes telluris partes circulos æquatori parallelos circa axem deſcribunt: corpora ſub æquatore majores circulos deſcribunt, majori velocitate feruntur, majorem obtinent vim centrifugam, & majorem abſolutæ gravitatis partem amittunt, quam corpora polis propinquiora. Nequeunt ergo corpora ſub æquatore ſita corporibus ad polos ſitis æquilibrari, quin tantundem volumine, & maſſa creſcant, quantum gravitatis amittunt. Ut ergo inter maria æquinoctialia, & polaria æquilibrium detur, prima attolli, poſtrema deprimi debent (1295). Ergo maria polaria telluris centro æquinoctialibus propiora eſſe debent: Ergo tellus ad polos compreſſa eſſe debet, ad æquatorem elevata.

PRINCIPIUM II. Obſervationibus ubique habitis conſtat, eiuſdem corporis gravitatem majorem eſſe ad polos, quam in Gallia, majorem in Gallia, quam ſub æquatore (251, 1417): conſtat vero, corporum gravitatem eſſe in ratione duplicata inverſa diſtantiæ a ſui motus centro (1272). Ergo quum gravitas corporum major ſit ad polos, quam ſub æquatore, & prope æquatorem; poli minus æquatore a terræ centro diſtare debent: ergo tellus, etſi ad ſenſum ſphærica, eſſe debet ſphæroides paulum ad æquatorem elevatus, ad polos depreſſus.

PRINCIPIUM III. Si tellus eſſet perfecte ſphærica, meridianus terreſtris æquatori æqualis eſſet, & omnes gradus extenſione in utroque circulo æquales eſſent; in ſphæra enim omnes circuli maximi ſunt æquales. At aſtronomicis menſuris in Gallia, in Laponia, in Italia, ad æquatorem, & ultra æquatorem captis conſtat, *gradus meridiani terreſtris breviores eſſe ſub æquatore, quam ad polos*, & ab æquatore ad polos ſucceſſive longiores fieri (1368). Ergo non modo tellus non eſt ſphærica, imo vero magis magiſque curvitatem amittit, & ad tangentem accedit, quo magis ab æquatore diſtat;

ſtat; ut facile oſtenditur ſolidiſſimma, & ſimpliciſſima demonſtratione (*Fig.* 8.

Sit A T E æquatoris elevati diameter: *d* T *p* polorum depreſſorum diameter: M N O P peripheriæ meridiani terreſtris portio; A B C D E F ſphæra telluri ad polos depreſſæ circumſcripta: A *b c d* arcus meridiani terreſtris æquatore A, & polo boreali *d* interceptus. Meminiſſe hic oportet, quod certiſſimum eſt, *lineam gravitationis corporum terreſtrium eſſe ubique horizonti & tangenti ſuperficiei terreſtris, per quam tranſit, perpendicularem.*

I. Igitur ſi homo in ſuperficie terreſtri planum, ſeu tangentem R A S leucarum 100, aut 1000 percurreret, *zenith ad ſenſum non mutaret*; quum enim linea gravitationis ſemper ſit puncto, in quo homo eſt, perpendicularis, indefinite producta in cælum ſemper ad ſenſum ad idem punctum M pertingeret; in triangulo enim M R S baſis R S lateribus S M, R M comparata nulla eſt.

II. Hinc ſequitur hominis in meridiano terreſtri progredientis *zenith eo citius, & ſenſibilius mutari*, quo ſuperficies, per quam incedit, magis a tangente recedit; & reciproce eo minus zenith mutari, quo minus hæc ſuperficies a tangente recedit.

III. Sequitur quoque, ſi tellus eſſet prorſus ſphærica, zenith mutationem ſemper fore ſpatio in tellure percurſo proportionalem. Quum enim in ſphæra ſemper tangens ſit radio perpendicularis, zenith ſemper eſſet in radio producto. Quare ſi tellus eſſet ab auſtro in boream ſphærica, ut A B C D, homo in A, in B, in C, in D æqualia ſpatia percurrens æque diſtantia zenith haberet M, N, O, P.

IV. Sequitur tandem, ſi tellus ad polos depreſſa eſt, zenith mutationem ab auſtro ad boream ſuper eundem meridianum procedendo *non fore ſpatio in tellure percurſo proportionalem.*

Sint enim in cæleſti meridiano M N O P zenith quatuor ſingula gradibus 30 invicem diſtantia. Procedendo ab æquatore terreſtri A, in ſuperficie ſphærica percurrendum eſſet ſpatium A B, ut haberetur alterum zenith N poſitum in ſummo radio T B N; & ſpatium B C = A B, & ſpatium C D = A B, ut alia zenith O, P haberentur poſita in ſummis radiis T C O, T D P. At in ſuperficie curva magis a ſphæræ tangente remota percurrendum dumtaxat erit ſpatium A *b*, ut novum zenith N habeatur, poſitum in linea gravitationis *m b* N perpendiculari tangengenti ad punctum *b*: deinde ſpatium majus *b c* percurrendum erit, ut alterum zenith O habeatur, poſitum in linea gravitationis *n c* O perpendiculari tangenti ad punctum *c*; tandem percurrendum erit ſpatium adhuc majus *c d*, ut habeatur zenith ſeu polus cæleſtis P, poſitum in perpendiculari tangenti poli terreſtris *d*.

Ex eadem theoria facile intelliges quid continget homini totum meridianum obeunti, qui ſit curva ad polos *d*, *p* depreſſa. Hic ab æquatore A per eundem meridianum A *b c d* pergit ad alterutrum polum, puta ad borealem P. Ut graduum unum ab æquatore hunc polum verſus procedat ſatis eſt, ſi percurrat hexapedas 56750; deinde hexapedæ aliquæ ſupra 56750 illi percurrendæ ſunt, ut alterum gradum percurrat (1368). Quum Pariſios advenerit, hexapedas 57072 percurrat oportet, ut ejus zenith gradu uno fiat polo propinquius. Tandem ſub circulo polari, ut ejus zenith gradu uno fiat polo propinquius, hexapedas percurrat oportet 57422.

V. Si ergo tellus eſſet ſphæroides ad æquatorem *d* T *p* depreſſus, & ad polos A, E, elongatus, oppoſitum contingeret homini ab æquatore ad polum per meridianum procedenti. Hic ab æquatore *d* profectus percurreret primò ingens ſpatium *d c*, ut zenith O haberet: deinde minus ſpatium *c d* ad zenith N aſſequendum;

tan-

tandem adhuc minus ſpatium *b* A, ut polum P zenith haberet. Tria hæc zenith eodem graduum numero invicem diſtantia ſupponuntur.

Ex tribus hiſce principiis, quorum poſtremum ad rigidam demonſtrationem ſufficit, evidenter ſequitur, tellurem non eſſe perfecte re ipſa ſphæricam, ſed ſphæroidem paulum ad polos depreſſum, ad æquatorem elevatum. Q. E. D.

Recens auctor polorum depreſſionem negare auſus eſt, & Europæ Academias provocare, ut inanibus ſuis objectionibus reſponderent. Quodnam reſponſum obtinuit? quod Pyrrhonico ſuperficiei ſphæricæ cum convexa cylindri circumſcripti ſuperficie æqualitatem in dubium revocanti dedit Archimedes; Nullum.

Nucleus gravitationis in tellure.

1374. COROLLARIUM. Ex noſtra gravitatis theoria ſemper horizonti, & ſuperficiei terreſtris tangenti perpendicularis ſequitur; *in hypotheſi telluris ſphærica corpora omnia ad ipſum telluris centrum gravitare* directionibus A T, B T, C T, D T; at *ſi tellus ſphæroides ſit ad polos depreſſus, ad æquatorem elevatus, corpora terreſtria non ad ipſum telluris centrum, ſed ad diverſa axis terreſtris puncta paulum a centro T diſtantia gravitare* (*Fig.* 8).

EXPLICATIO. Corpus in A gravitat in T: corpus in *b* gravitat in *m*: corpus in *c* gravitat in *n*: corpus in *d* gravitat in T: corpus in *h* gravitat in *m*: corpus in *k* gravitat in *v*. Lineæ hæ omnes gravitationis circa terræ centrum ſeſe interſecant, & puncta omnia interſectionis circa centrum terræ nuclei T *m n r v ſ n* ſpeciem efficiunt, qui eſt veluti gravitationis corporum centrum commune. Alibi rei hujus cauſam phyſicam trademus (1420).

Quantitas intumeſcentiæ æquatoris.

1375. OBSERVATIO. Non ita facile æquatoris intumeſcentia accurate definitur, ſeu quantum æquatoris diameter A T E axem terreſtrem *a* T *p* excedat. Telluris enim menſuræ ad circulum polarem, in Gallia, in Italia, ſub æquatore, & ultra æquatorem captæ, etſi omnes conſentiant in æquatoris diametro majore quam axis telluris ſtatuenda (1368), non tamen eandem ipſam æquatori intumeſcentiam concordes aſſignant (*Fig.* 8).

I. Ex menſuris ad circulum polarem cum menſuris in Gallia captis comparatis diameter æquatoris inquit Maupertuiſius, eſt ad axem terreſtrem ferme ut 178 ad 177: fortaſſe ratio hæc paulo nimia eſt. Ex menſuris ad æquatorem & in Gallia captis ſimul comparatis, diameter æquatoris eſt ad axem terreſtrem ferme ut 216 ad 215; ex menſuris ad promontorium Bonæ ſpei, ut 241 ad 240; ex Neutoni ſupputationibus, quæ has menſuras præceſſerunt, ut 230 ad 229. Telluris figuræ ex diverſis hiſce menſuris exortæ adeo parum diſſentiunt, ut potius earum concordiam mirari liceat, quam majorem ſimilitudinem poſtulare.

Eulerus geometra ſummus hiſce menſuris rite perpenſis, & cuique minimis erroribus appoſitis ad illas conciliandas, ſtatuit eam inter æquatoris diametrum, & axem terreſtrem rationem, quam Neutonus poſuerat, 230 ad 229; neque tellus figuram admodum diverſam habere poſſe videtur.

II. Poſita accurata hac poſtrema ratione, & poſita æquatoris diametro leucarum 3000, habebitur analogia: æquatoris diameter eſt ad axem, ut 230 ad 229; ſeu 230 : 229 :: 3000 : x=2987 ferme. Unde æquatoris diameter axe terreſtri leucis ferme 13 longior eruetur; adeoque ma-

ria.

Digitized by Google

ria ſub æquatore leucis ſex aut ſeptem magis, quam ad polos elata ſunt, ſeu a terræ centro magis diſtant.

III. Scire cupiet lector quibus principiis ratio hæc inter æquatoris diametrum, & axem telluris inveniatur. Hæc & ab experimentis gravitatis corporum, & a theoria virium centrifugarum deſcendit.

EXPLICATIO I. Experimentis in corporum gravitate ubique captis conſtat, corporum gravitatem ab æquatore ad polos creſcere (251); & pedis cubici aquæ, exempli gratia, gravitatem ſub æquatore eſſe ad ejuſdem gravitatem ſub polis ferme ut 200 ad 201; ut alibi indicavimus (252).

Suppoſito ergo orbe noſtro initio fluido, columnæ aqueæ ſub æquatore eo altiores eſſe debuerunt, quo minus graves erant: ſecus aquæ æquatoris leviores gravioribus ad polum æquilibratæ non fuiſſent (502, IV.). Ergo harum columnarum a telluris centro ad ſuperficiem ſub æquatore altitudo ad columnarum ſub polis altitudinem eſſe debuit ut 201 ad 200. Columnarum ſub æquatore altitudo fuerit leucarum 1500: habebitur analogia: 1500: x : : 201 : 200. Invenietur x, radius ad polos, ad radium æquatoris comparatus ferme leucarum 1492 $\frac{1}{2}$: quæcumque ſit harum leucarum longitudo. Erit ergo radius æquatoris ad radium ad polos ut 1500 ad 1492 $\frac{1}{2}$; & differentia eſt leucarum ferme 7, aut 8.

Suppoſita jam tellure primitus fluida, aut molli, & ejus partibus omnibus circa commune centrum collectis juxta leges hydroſtaticæ (652) ex mutua earum attractione; ſupponamus modo, ejus intima ſenſim obduruiſſe juxta leges cryſtallizationis (120): eadem perſeverabit analogia :: & maria ſtratis ſolidis impoſita concentricis ad æquatorem, & ad polos eam altitudinem obtinebunt, quam in hypotheſi flui-

ditatis obtinebant. Erit ergo marium ad æquatorem, & ad polos altitudo, ut 201 ad 200, vel ut 1500 ad 1492 $\frac{1}{2}$.

EXPLICATIO II. Telluris figura, & polorum depreſſio proxime erui poteſt ex theoria virium centrifugarum, quæ eo magis cujusque elementi gravitatem minuunt, quo in majoribus circulis circa axem terræ hæc elementa rotantur (1295). Qui hac theoria depreſſionem definire velit, Neutoni opera conſulat, aut inſtitutiones Neutonianas Sigorgnii a pagina 243 ad 280.

Telluris dimenſiones.

1376. OBSERVATIO. Quoniam radius T E major eſt radio T *d*; jam radius T V ad mediam ferme æquatoris, & poli diſtantiam, minor erit primo, major poſtremo; & magnitudine ferme inter utrumque medius erit. (*Fig.* 8)

I. Si radius T V circa ſe convertitur in plano meridiani, circulum XVYZ deſcribet, qui ultra meridianum ad polos extendetur, & ultra quem meridianus terreſtris extendetur ſub æquatore: qui tamen totus ſumptus meridiano terreſtri A *d* E *p* A ferme æqualis erit. Sumi ergo poteſt radius T V ut medius telluris radius; eſt vero hic radius telluris in Gallia, & in latitudine quavis Galliæ latitudini æquali.

II. Quoniam in Gallia radius terreſtris eſt medius inter radios polorum, & æquatoris; tellus tota ſimul ſumpta cenſeri poteſt ſphæra, cujus radius eſſet radius terreſtris in Gallia. Atqui ſphæra hujus radii meridianum haberet ambitu leucarum communium ferme 8984 (1367); ergo meridiani terreſtris quoque ad æquatorem elati, ad polos depreſſi ambitus eſt ferme leucarum communium 8984.

III. Quum æquatoris radius T E longior ſit leucis ferme ſeptem radio T *d* polorum (1375);

jam

jam radius T E major erit radio medio T V leucis ferme $3\frac{1}{2}$. Ergo meridiani terreſtris ambitus erit ad æquatoris ambitum proxime, ut peripheria deſcripta a radio T V ad peripheriam deſcriptam ab eodem radio producto per leucas $3\frac{1}{2}$. (*Math.* 755)

1377. COROLLARIUM. *Radius terreſtris in Gallia eſt leucarum ferme* 1430.

DEMONSTRATIO. I. Convertatur radius terreſtris Pariſiorum circa centrum terræ in meridiano Pariſienſi: deſcribet circulum meridiano cæleſti concentricum, & hujus circuli gradus unus ad ſenſum confundetur ad borealem Pariſiorum plagam cum arcu terreſtri, cujus menſura capta fuit Pariſios inter, & Amianum (1368). Atqui hic arcus unius gradus ibi dimenſus dat peripheriam hexapedarum ferme 20545920 (1367); ergo radius terreſtris Pariſiorum eandem quoque daret peripheriam. (1366)

II. Nota circuli peripheria, ejus radius quam proxime invenitur (*Math.* 479) Metii ratione ſumpta peripheriæ ad diametrum. Habebitur ergo analogia, cujus quartus terminus erit duplus radius Pariſiorum $355 : 113 :: 20545920 : x =$ 6539969 hexapedis. Eſt ergo Pariſiis terreſtris radius hexapedarum ferme 3269985, ſeu pedum regiorum 19619910, ſeu leucarum communium 1430, demptis hexapedis tribus.

III. Telluris radius ad polos tribus, aut quatuor leucis minor eſt (1375); totidem ad æquatorem major. Poſita æquatoris diametro leucarum communium 2867, invenies ex Metio æquatoris ambitum eſſe ferme leucarum 9000 hac analogia: $113 : 355 :: 2867 : x = 9000 + \frac{1}{3}$. Eſt ergo ambitus æquatoris terreſtris major ambitu meridiani leucis Gallicis communibus ferme 16. (1367)

IV. Poſita telluris ſuperficie æquali ſuperficiei ſphæræ, cujus radius eſſet leucarum 1430 (eſt hic medius telluris radius); invenietur e-

jus ſuperficies in leucis, hexapedis, & pedibus quadratis, ut alibi deſcripſimus (496); imo ſi lubet & ejus ſoliditas, quæ eſt productum ſuperficiei in tertiam partem radii. (*Math.* 754)

V. Telluris radius medius erit ferme leucarum 1500, ſi leuca ſupponatur continere hexapedas 2180: erit hæc hexapedis 107 communi brevior, quæ hexapedas habet 2287. Ita aliquando ſupputationes ſimpliciores fiunt quum de corporum cæleſtium diſtantia, aut magnitudine ſermo eſt. (1187)

§. III.

AXIS TERRESTRIS POSITIO, ET DIRECTIO.

1378. OBSERVATIO. SÆpius in hoc tractatu oſtendimus (*Fig.* 6)

I. Tellurem quotidie circa axem pTm converti ab occidente in orientem; & hunc axem in cælum productum polos cæleſtes P, M definire, circa quos totum cælum quotidie directione telluris revolutioni oppoſita converti videtur.

II. Axem mundi PTM ex motu retrogrado æquatoris terreſtris circa alium axem dTe in cælo annis 25740 deſcribere duplicem circulum PQRSP, MNOKM diametro graduum ferme 47. (1327)

III. Hunc axem mundi PTM, vel RTO diverſa in cælo puncta ſucceſſive reſpicere, dum ſemper æquatori cæleſti, & terreſtri perpendicularis perſeverat, qui eoſdem motus veros, aut apparentes habet, quos hic telluris, & mundi axis.

IV. Conicam axis terreſtris revolutionem $Tp\,qr/p$, $Tmnokm$ in plano eclipticæ hujus axis inclinationem ad eclipticam ad ſenſum ſal-

tem non mutare; hic axis enim in conica ſua revolutione ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum ſemper ad ſenſum angulum facit PTG, vel RTF gradum fermè 66, 52 cum plano immoto eclipticæ FTG.

His poſitis, quæritur num diurnæ telluris revolutiones ſemper fiant circa eadem puncta terreſtria *p* T *m*; & num axis *p* T *m* ſit ſemper eclipticæ plano æque inclinatus. Horum problematum ſolutione, qualiſcumque dari poteſt, articulum concludemus.

Polorum terreſtrium immutabilitas.

1379. ASSERTIO. *Telluris poli in diurna revolutione ſemper eadem terreſtria puncta, eſſe videntur.* (*Fig.* 6)

EXPLICATIO. I. Convertatur modo tellus circa puncta *p*, *m*, quæ erunt ejus poli ſintque hi urbes duæ, vel alia duo quævis inſignia objecta. Nulla innoteſcit in natura cauſa, qua tellus cogatur polos hos in alia puncta duo diverſa mutare; ergo ſemper circa eoſdem polos converti debet juxta motus primitus impreſſi, nec mutati exigentiam. (307)

II. Si tellus modo circa duas urbes, ſeu puncta duo *p*, *m*, modo circa duo alia *r*, *o* converteretur; jam regiones A, & *b*, quæ ſunt ſub æquatore dum revolutiones fiunt circa *p*, & *m*, non amplius ſub æquatore eſſent quum revolutiones fierent circa alia puncta *r*, & *o*. Quæ regiones in primo caſu ſunt ſub eodem meridiano, non amplius ſub illo eſſent in ſecundo. At ab obſervationibus, & ab hiſtoria conſtat, urbes, & regiones eam ad polos poſitionem per hos dies obtinere, quam Hypparchi, & Ptolemæi temporibus obtinebant: ergo poli terreſtres iidem nunc ſunt, qui tunc erant; ergo & æquator idem eſt.

III. Alibi diximus, puncta polaria *p*, *m* mo-

t ım retrogradum habere circa polos eclipticæ ; a· motus hic retrogradus non obeſt , quominus d urnæ revolutiones circa eadem puncta fiant *p* , *m* axis terreſtris extrema , circa quæ primitus telluri rotationis motus impreſſus fuit . Axis hic ad diverſa cæli puncta deflecti poteſt ex cauſa phyſica conſtante (1329), quin eſſe deſinat commune centrum diurnarum telluris revolutionum . Quare puncta *p* , & *m* ſunt , & erunt telluris poli , ad quodvis cæli punctum R , & O dirigantur ; & ſi punctum *p* , exempli gratia , ſit urbs hæc, erit ſemper boreale axis terreſtris extremum in *p*, *q* , *r* , *ſ* in revolutione ſua eclipticæ parallela annis 25740 .

IV. Identidem tellus exiguam aliquam ſubire poteſt centri gravitatis mutationem , ut alibi innuimus (510) ; at hæ mutationes axem terreſtrem ad ſenſum non immutant . Sive enim centrum gravitatis perſeveret in T , ſive aliquot hexapedis extra punctum T feratur , diurnæ partium terreſtris revolutiones ſemper primigeniam directionem ſervant , & ſemper fiunt aut circa axem *p* T *m* , aut circa axem huic omnino proximum , & parallelum .

1380. OBJECTIO . Picardus celebris aſtronomus Gallus anno 1671 meridianam lineam duxit in diruta ſpecula Tychonis Uraniburgi ; & ſumma admiratione vidit , lineam a ſe ductam a Tychonis linea meridiana differre minutis 18 . Ergo a Tychone ad Picardum ſæculi unius decurſu poli mutationem ſubierunt minutorum 18 .

RESPONSIO . I. Chazellius geometrice , & aſtronomice pyramidis ægypiæ maximæ poſitionem obſervavit , ut habemus in actis Academiæ ſcientiarum ad annum 1710 ; & ejus quatuor latera accurate ad quatuor puncta cardinalia converſa reperit . Quum hanc poſitionem temere , & caſu pyramidi datam fuiſſe non ſit putandum ; patet jam annis ferme 3000 telluris polos eoſdem permanſiſſe .

II.

II. Inſignis linea meridiana a celebri Caſſino in D. Petronii æde Bononiæ ducta anno 1655, per hos dies quoque meridiani poſitionem ſervat: ergo annis 117 poli telluris non ſunt mutati.

III. Hinc colliges, aut Tychonis lineam recte poſitam non fuiſſe; aut, quod veroſimilius eſt, ejus ſpeculam in parva inſula maris Baltici ſitam loci mutationem ſubiiſſe aut a ſoli mobilitate, aut ab aliquo terræ motu.

Obliquitas ecliptica.

1381. OBSERVATIO. Ecliptica eſt curva a tellure in annua ſua circa ſolem revolutione deſcripta. Ejus planum indefinite productum æquatoris terreſtris planum oblique ſecat; eorum vero communis ſectio hoc anno 1770, juxta Lalandium, angulum efficit graduum 23, 28′, 7″, 7‴. Quæritur num hæc obliquitas conſtans ſit, an varia; & ſi varia, qua quantitate quotannis varia fiat. (*Fig.* 6)

Celebres aſtronomi nonnulli, inter quos Volfius, & Maupertuiſius, quæſtionem definire non auſi ſunt, quæ ad hoc novas accuratiſſimas obſervationes per plura ſæcula illis poſtulare videbatur. Illuſtris Lalandius aſtronomus æque doctiſſimus eam definit ex obſervationibus ab Hyparcho ad noſtra uſque tempora. Per hunc auctorem planum eclipticæ perpetuo accedit ad planum æquatoris: angulus ATF, vel BTF perpetuo minuitur, & quantitas media ſuæ diminutionis eſt ferme minuti unius quovis ſæculo; quare annis ferme 140000 ecliptica æquatori congruet, & tellus univerſa perpetuo vere gaudebit ſaltem pluribus ſæculis (1145, III.). Itaque tellus præter tres motus notos quartum haberet, quo ejus axis a borea in auſtrum, & viciſſim converteretur annis ferme 2160000; nec propterea Laponia in zonam torridam tranſiret, ut nonnulli auctores aſſeruerunt; Laponia enim

ſem-

ſemper eſſet in latitudine graduum ſupra 60°. (1279)

Cauſa hujus acceſſus planorum eclipticæ & æquatoris juxta Lalandium eſt actio planetarum, qui perpetuo planum æquatoris ad eclipticæ planum attractione inflectunt.

I. Alibi oſtendimus, non leves mutationes in eclipticæ obliquitate fieri poſſe (568); quarum cauſa ab allata admodum diverſa eſt. Cauſa harum mutationum nullum periodicum effectum pareret: ea æque eclipticæ inclinationem augere, ac minuere poſſet.

II. Comparatis invicem obſervationibus ab Hyparcho ad nos uſque, ecliptica ad æquatorem aliquantulum acceſſiſſe videtur. At antiquis obſervationibus ea certitudine conceſſa, qua fortaſſe non gaudent, illæ difficile conſentiunt in diminutione a Lalandio ſtatuta minuti unius quovis ſæculo; ut in ſequenti tabulâ apparebit, in qua obſervationes annorum bis mille collectæ ſunt. Hæc partim ex Volfio, partim ex Lalandio deſumpta eſt.

	Gradus	minuta	ſecunda	anni ante Chriſt.
Pytheas	23	52	41	324
Erathoſtenes	23	51	20	230
Hyparchus	23	51	20	140
				anni æræ Chriſt.
Ptolemæus	23	50	22	140
Papus ferme ut modo				340
Albategnius	23	35	0	880
Regiomontanus	23	30	0	1460
VValterus	23	30	0	1476
Copernicus	23	28	0	1525
Rotmannus & Brigius	23	30	0	1570
Tycho Brahe	23	31	30	1587
Keplerus	23	30	0	1627
Gaſſendus	23	31	0	1636
Ricciolius	23	30	20	1646
Caſſinus	23	30	0	1672
De la Hire	23	29	0	
Lovillius	23	28	0	1714
Condaminius	23	28	24	1736
Caillius	23	28	19	1750
Ealandius	23	28	7 7‴	1770

III. Ex his obſervationibus annis 2094 planum eclipticæ ad planum æquatoris acceſſet minutis ferme 24, 34″. Verum Ricciolius in ſua aſtronomia reformata contendit, ex quatuor primis obſervationibus iterum correctis obliquitatem eclipticæ tunc temporis fuiſſe tantum graduum 23, 30′; & antiquos hoſce aſtronomos in ſuarum obſervationum, ceterum ſatis accuratarum conſectariis deceptos fuiſſe. Gaſſendus Pytheæ obſervatione Maſſiliæ facta iterum repetita obliquitatem eclipticæ infert graduum 23, 31′. In hoc obſervationum, & ſententiarum conflictu, illuſtris Lalandii ſententia non impugnata, cum Volfio, & Maupertuiſio rem hanc nondum ſatis certam eſſe arbitramur.

IV.

IV. Fieri ne potuit, ut eclipticæ obliquitas aliquando aucta, aliquando imminuta fuerit ex revolutionibus in terreſtri globo, aut ex aliqua exigua mutatione centri gravitatis (516)? Opinio hæc admodum ſimplex diſcordes ſententias omnes componeret.

Nutatio axis terreſtris.

1382. OBSERVATIO. Vidimus axem telluris, & mundi revolutionem conicam facere circa axem eclipticæ in antecedentia ſignorum annis 25740; & hujus revolutionis præcipuam cauſam eſſe actionem lunæ in elevatum terreſtrem æquatorem (1329). Hæc eadem actio lunæ aliud parvum edit phænomenon ad eclipticæ obliquitatem ſpectans, quod modo exponemus. Ipſa exiguam regularem, & periodicam in axe terreſtri nutationem parit, qua alternis ad eclipticæ polos accedit, & ab illis recedit; nec ab expoſita eclipticæ obliquitate pendet. (*Fig.* 6)

I. Si axis telluris, & mundi PTM ſemper a polis eclipticæ æque diſtaret, annis 25740 deſcriberet circulum PQRSP, nec unquam ab illo diverteret.

II. Verum obſervationibus conſtat, annis ferme 19 axem hunc PTM alternis ad eclipticæ polos accedere, & inde recedere: ita, ut obliquitas eclipticæ, quæcumque ſit præſens hæc obliquitas, annis novem creſcat, totidem decreſcat, atque ita porro periodice. Differentia inter maximam, & minimam eclipticæ obliquitatem in hac periodo juxta Caillium eſt ſecundorum ferme 18. Maxima contingit quum nodus aſcendens lunæ eſt in puncto æquinoctiali verno; minima, quum hic nodus eſt in puncto æquinoctiali autumnali.

III. Hinc ſequitur, axem PTM præter motum diurnum, quo circa ſe rotatur, & an-

nuum

nuum, quo ingentem cylindrum circa ſolem quotannis deſcribit, & retrogradum, quo circa polos eclipticæ conos duos deſcribit vertice oppoſitos ad terræ centrum, quartum quoque motum habere, quo conice circa ſe convertitur annis 19, & quo non jam circulum PQR SP, ſed circa diverſa hujus peripheriæ puncta plures epicyclos deſcribit ad eclipticæ polos alternis accedens, & inde recedens. Hic eſt motus periodicus *nutationis*, qui a nobis explicandus erat, & cujus arcus S P ſpeciem exhibet.

Theoriam phænomenorum ſequitur theoria cauſarum ingenio ſimul, & phantaſiæ jucunda. *Felix qui potuit rerum cognoſcere cauſas.*

ASTRO-

ASTRONOMIÆ

SECTIO SECUNDA.

ASTRONOMIA PHYSICA, SIVE THEORIA CAUSARUM, A QUIBUS CÆLESTIA PHÆNOMENA PROCEDUNT.

Vetus, & recens ſyſtema pleni, & vorticum, utcumque temperatum, fabuloſum.

Vacuum immenſum in natura datur, præſertim in ſpatiis cæleſtibus, ubi nulla habetur impulſio.

Datur attractio reciproca, & univerſalis in directa ratione maſſarum, & in duplicata inverſa diſtantiarum. Ejus natura, & leges.

Hujus legis attractionis influxus in corporum gravitatem, in motum curvilineum planetarum & cometarum, & in maris æſtum.

THEORIA CÆLI.

SECTIO SECUNDA.

ASTRONOMIA PHYSICA.

1383. DEFINITIO. A*stronomia phyſica* eſt ſcientia cauſarum primigeniarum, quæ corporum cæleſtium motus pariunt, aut perpetuo ſervant. Cauſæ hæ primigeniæ, unde magna omnia oriuntur phænomena in mundo planetario ſunt per Carteſium *impulſio in pleno*, per Neutonum *attractio in vacuo*.

Diſſi-

Difficile duo magis oppoſita ſyſtemata excogitari poterunt, in quibus unius falſitas alterius veritatem apertius trahat. Primum magno plauſu, ſed brevi invaluit. Præclariſſima europæ ingenia illud a ruina incolumen ſervare omnibus viribus ſtuduerunt, quo illud trahunt ſimplicitatis, & veriſimilitudinis defectus, & a phænomenis difformitas; ſed fruſtra. Alterius regnum minori plauſu cœpit; ſed tempus fabulis inimicum in dies, & in ſæcula magis magiſque ſententias confirmat, quibus naturæ arcana deteguntur. Si aliquandiu inter duo hæc ſyſtemata docti viri diviſi fuerunt, per hos dies nemo Carteſio favet, Neutonum omnes ſequuntur.

Carteſius, & Neutonus in prima motus cauſa, in vero mundi ſyſtemate, in cæleſtibus phænomenis omnino conſentiunt. Ambo materiæ inertiam tribuunt, Deum motus omnis cauſam efficientem aſſerunt; ſolem, & ſtellas dicunt immobiles, aut minimo motu cieri volunt: tellurem planetam dicunt, qui per curvam ellipticam circa ſolem agitur dum quotidie circa ſuum axem ad ſenſum ſemper ſibi parallelum convertitur, atque ita de ceteris. Quare magni hi duo viri Dei actionem ad motum neceſſariam ſtatuentes, in modo, quo in phænomena influit, tantum diſſentiunt.

Per Carteſium Deus motum in corporibus cæleſtibus perpetuo non ſervat, niſi conſequenter ad præſentiam, & impulſum materiæ cujuſdam fluidæ, a qua impelluntur. Per Neutonum Deus motum perpetuo in corporibus cæleſtibus ſervat nullâ materiæ fluidæ præſentia, impulſu nullo. Omnia plena ſunt, inquit Carteſius & motus omnis ab impulſione oritur. Vacua dantur, æque immenſa in ſpatiis cæleſtibus, inquit Neutonus; & motus corporum cæleſtium cauſa non impulſio eſt, ſed attractio.

Hac ſectione, quam in duos articulos tribuemus,

ſcilicet: quandoquidem ſtella quævis ſol eſt noſtro ſimilis; & cuilibet ingenti hujus materiæ portioni motum indidit diverſis directionibus circularem, aut ellipticum circa ſolem proximum. Hinc *ingentes vortices*, qui ipſi alios *ſecundarios vertices* includunt, ut quamprimum explicabimus. Idem motus initio materiæ æthereæ inditus, a Deo perpetuo reſtituitur, & conſervatur; materia ſiquidem hæc ætherea, juxta Carteſium, nullum invenit obſtaculum, quo ejus motus interrupatur, aut turbetur. (*Fig.*59)

III. *Magni hi vortices* non omnes eadem directione circumaguntur. Exempli cauſa: dum noſter vortex ſolaris revolutionem facit *m n o m* ab occidente in orientem circa ſuum ſolem T; magni vortices ſtellarum propinquarum, qui illum premunt, & coercent, circumaguntur ab oriente in occidentem ſinguli circa ſuam ſtellam S directione *a b c a*; & dum magnus vortex I K L circumagitur ab auſtro ad boream in meridiano; magnus vortex V X Z circumagitur a borea in auſtrum. Ita eorum revolutiones ſunt magis analogæ, & minus aptæ ſeſe mutuo deſtruere. Eadem ratione magni ſtellarum remotiorum vortices ſimili ferme pacto diſpoſiti eſſe debent inter ſuperiores, & inferiores vortices, quos comprimunt, & a quibus comprimuntur; ita ut quivis magnus vortex intermedius circumagatur directione a ſuperioris, & inferioris vorticis directione diverſa. Ita rota dentata duabus aliis rotis dentatis inſerta circumagitur directione diverſa a directione rotarum, quas ipſa movet.

Quum poſtremum cujuſque vorticis ſtratum nitatur ſemper fugere per tangentem juxta leges motus (308); quumque ſtratum hoc nullam propriam gravitatem habeat, quæ ejus motum inflectat; in hoc ſyſtemate alii, atque alii vortices in infinitum requiruntur, quibus inferiores vortices coerceantur. Hinc Carteſii mundus

in-

mus, plenum, & vacuum expendemus, tum attractionis theoriam, quæque inde conſequuntur,

ARTICULUS PRIMUS.

PLENUM, ET VACUUM DISCUTITUR.

Syſtema Carteſii.

1384. EXPLICATIO. Carteſius tribus ſuis elementis excogitatis, ut alibi explicavimus, (163) ex materia ramoſa ſolidos planetarum & cometarum globos efficit: materiam globuloſam in circulum, aut ellipſim circa ſolem, & planetas rotari vult: materia ſubtili interſtitia omnia duorum aliorum elementorum replet.

I. Omnia per Carteſium plena ſunt, ita, ut ſi hodie Deus cubicum materiæ pollicem creare vellet, illumque inter ſolem, & ſtellas propinquas collocare, omnes data proportione mundi univerſi limites ulterius propellere deberet. Spatium immenſum undequaque inter ſolem, & ſtellas diffuſum plenum eſt materia globuloſa, & ſubtili, quæ mixtæ fluidum efficiunt, quod *ætherem, ſeu materiam ſubtilem* vocat. Huic materiæ ætheræ, fluido huic cohæſione, & gravitate carenti innatant globi aliquot ſolidi, planetæ, & cometæ cum exiguis eorum athmoſphæris. Per Carteſium globuli ſecundi elementi, qui præcipue ætherem efficiunt, ſunt corpora infinita duritie prædita: per Malebranchium, & Privatum Molierium hi iidem globuli flexiles ſunt, atque elaſtici, vorticilli ſunt aliis vorticillis referti.

II. Deus initio temporum materiam æthereami, quæ mundum univerſum replet, in totidem ingentes portiones diviſit, quot ſtellæ ſunt, ſoles

ſci-

indefinitus, qui tandem infinitus eſt, & chimæricus. (*Math.* 439, 442)

IV. In noſtro vortice ſolari diſpoſiti ſunt ad diverſas a ſole diſtantias planetæ, & cometæ, qui ſinguli proprium habent vorticem circa ſe rotatum dum a magno ſolari vortice circumfertur. Hinc *vortices ſecundarii*. Vortex planetæ primarii alios minores vortices continere poteſt, quorum rotationes fient intra vorticem planetæ pr marii. Hujuſmodi eſt vortex telluris, qui vorticem lunæ, & vortex Jovis, qui quatuor ſuorum ſatellitum vortices continet.

V. Motus omnis per Carteſium impulſione incipit, aut deſinit, augetur, aut minuitur, hac aut illa directione communicatur. Quare impulſio omnium in natura motuum cauſa eſt. Hinc neceſſitas *fluidi moventis* univerſum replentis, quo planetæ, & cometæ circumferantur, actio lucis ad oculum tranſmittatur, ſit inter omnes mundi partes medium communicationis. Fluidum hoc movens eſt materia ætherea.

VI. Materia hæc vi ſua impulſiva planetas noſtros vehit circa ſolem ab occidente in orientem; neque hac eadem vi impulſiva cometas quoſdam retardat, qui directione illi oppoſita ab oriente in occidentem feruntur. Idem juxta Carteſium in aliis ſolaribus vorticibus contingere debet reſpectu ſuorum planetarum, & cometarum.

VII. Materia hæc ætherea per Carteſianos nullam ipſa gravitatem habet, nec ab alio obtinet: quare ipſa nullo tendit, neque in ſolem, circa quem agitur, neque in corpora ſolida, quæ circumvehit. Corpora ſolida, ut planetæ, & cometæ, neque ipſa per ſe ullam gravitatem habent; at materia ætherea ſua impulſione motum illis imprimit ad quædam centra, qui motus eſt eorum gravitas. Quare materia ætherea omni prorſus ipſa gravitate carens omnis in natura gravitatis cauſa ſit.

Ut

Ut motum hunc centralem corporis ſolidi in æthere Carteſiano concipiamus, ſit globus bellicus ad altitudinem hexapedarum 30. Ibi ipſe de ſe, & ex naturæ legibus non magis nititur deſcendere, quam aſcendere. Verum materia ætherea circa terram revoluta eo velocius agitur, quo a terræ centro remotior eſt; quare pars hujus globi ſuperior validiores inferiore impulſus ſubit: hic vero percuſſionis exceſſus in ſuperiori parte illum cogere debet, ut motu accelerato tendat illuc, ubi ictus ſemper languidiores ſunt, minuſque efficaces.

En brevibus verbis obſoletum jam vorticum ſyſtema, cujus vitia quamprimum ſingillatim indicabimus.

Syſtema Neutoni.

1385. EXPLICATIO. Omnia per Carteſium plena ſunt: omnia ferme per Neutonum vacua ſunt. In immenſo ſpatio ſoli, & ſtellis interjecto alia materia non eſt, niſi qua conſtant ſex planetæ primarii, ſecundarii, & cometæ nonnulli adhuc parum noti (1201). Deme pauca hæc corpora ſolida ſuis exiguis athmoſphæris circumdata, deme radios nonnullos lucis hac illac diffuſos, qui ob maximam diviſionem ne conſiderari quidem debent, omnia in mundo noſtro planetario vacua ſunt. Quare in immenſo ſpatio ſolem inter, & ſtellas plenum vacuo comparatum ferme infinite parvum eſt: veroſimile vero eſt, rem eodem modo ſe habere in ſpatio ſtellis interjecto, quæ totidem ſoles ſunt, unde lucem hauriunt alii planetæ, & cometæ circa illas diffuſi. Itaque in Neutoni ſententia:

I. Planetæ, & cometæ circa ſolem immobilem in ſpatio vacuo, ſeu veluti vacuo aguntur, in quo nihil eorum motibus obeſt: propterea libere, & nulla perturbatione moventur.

II.

II. Corpora omnia gravitatem, ſeu niſum ad ſui motus centrum habent: hujus vero gravitatis cauſa eſt non impulſio ullius materiæ, non qualitas materiæ inhærens, ſed generalis, & primigenia lex a Deo lata, qua initio temporum juſſit, corpora omnia invicem gravitare vi æquali producto maſſæ per quadratum diſtantiæ diviſo (1273).

Per Carteſium impulſio unica eſt motus cauſa in natura. Per Neutonum præter impulſionem alia motus cauſa datur, nempe attractio, ſeu gravitas, quæ, ut habeatur, nullius corporis impulſionem poſtulat.

III. Si Deus poſtquam corpora cæleſtia creavit, illa a mutua attractione agi ſiviſſet, corpora opaca in propinquum ſibi ſolem cucurriſſent. Ne hoc contingeret quid fieri oportuit? Tantum Deum, quieſcentibus corporibus lucidis, corpori cuivis opaco motum projectilem indere, cujus directio angulum quemvis cum gravitatis directione efficeret. Ex corporis lucidi quiete, ex mutua gravitationis lege, ex motu projectili corporibus opacis indito omnes planetarum, & cometarum motus circa illorum ſolem, ſeu centrum motus in vacuo conſequuntur (1286).

Hoc paucis eſt ſublime mundi ſyſtema Neutonianum, cujus ſimplicitas naturæ mire conſentit, & cujus principia quum naturam faciant ſemper a ſuo auctore maxime dependentem, optime veris religionis principiis congruunt, conſectaria vero aſtronomicis obſervationibus apprime conformia ſunt, accuratiſſime nota phænomena explicant; ſæpius quoque nova inventa diſponunt, quorum veritatem ſubſequentes obſervationes in dies comprobant.

Accurata vacui notio.

1386. NOTA. Per Carteſium non modo vacuum in natura non datur, imo in ſe repu-

gnat.

gnat. Per Neutonum vacuum non modo non repugnat; imo immenſum in natura datur. Quum plenum, & vacuum ſint horum oppoſitorum ſyſtematum præcipua fundamenta, alterutrius probatio alterutrius quoque ſyſtematis ruinam inducet.

I. In metaphyſica oſtendimus, vacuum dari poſſe, illud infinitum extra naturam exiſtere (*Metaph.* 127). Reliquum eſt, ut videamus num re ipſa vacuum in natura detur, in ſpatio ſcilicet ſole, & ſtellis intercepto.

II. Magni momenti eſt rectam vacui, de quo quæſtio, ideam ſibi effingere. Vox hæc *vacuum* ideam admodum diverſam excitat in vulgo, & in philoſophis. Vulgus hac voce ſpatium intelligit, in quo nullum corpus ſit aptum ſenſus afficere. Philoſophus ſpatium intelligit, ubi nullum corpus ſive ſenſile, ſive inſenſile exiſtat. Phiala in qua multus aer condenſatus ſit, multa materia ignea, lucida, electrica, magnetica, vulgo vacua eſſet. Ut vere phiala vacua ſit in ſenſu philoſophi, nihil in ea ſit oportet neque aeris, neque ignis, neque lucis, neque alius materiæ cujuslibet. Vacuum, de quo agimus, eſt cujuſvis materiæ privatio in immenſa ſpatii parte ſole, & ſtellis intercepta.

III. Oſtendemus primo, ſine vacuo corporum, quibus circundamur, motus obtineri non poſſe: deinde planetarum, & cometarum motus circa ſolem ſine vacuo ferme perfecto in ſpatiis cæleſtibus fieri non poſſe. Hinc probabitur dari tum vacuum diſſeminatum, tum ingens vacuum coacervatum, quod in ſyſtemate Neutoniano requiritur, & quod in Certeſiano impugnatur.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

VACUUM DISSEMINATUM

PROPOSITIO.

1387. M*otus corporum, quibus circumdamur, obtineri nequit ſine innumeris vacuis in natura.*

DEMONSTRATIO. Motus in natura datur: dantur corpora, quorum partes aliæ ad alias accedunt, aut invicem recedunt; ergo vacuum in natura datur contra Carteſianos. Oſtendo.

I. Quum materia non ſit, nec eſſe poſſit in infinitum diviſa (67), Carteſianis ipſis fatentibus, ſint materiæ elementa duo ſpeciei omnium minimæ contigua: ex motu, quem in natura videmus, conſtat, elementa hæc invicem ſeparari; atqui ſeparari nequeunt, quin vacuum relinquant a nullo corpore occupandum. Alterum enim ex his elementis ab altero recedere nequit tota ſua diametro, quin antea ſemidiametro receſſerit: atqui quo momento hæc elementa omnium minima ſola ſemidiametro diſtant, vacuum inter illa eſt, quod nulla materia replere poteſt. Ut enim repleretur, dari deberent elementa, quorum diameter eſſet diametri illorum dimidia; ergo hæc minimis omnium minora eſſent; quod implicat.

II. Si minimum elementum alteri majori contiguum ſit, neque hæc ſeparari poterunt, quin vacuum inter ſe relinquant a nullo corpore occupandum. Patet enim, minimum elementum a majore dimidia ſua diametro recedere debere antequam tota diametro recedat; ergo minimum

a ma-

a maximo ſejungi nequit, quin vacuum in natura relinquat.

III. Si innumera elementa in maſſam collecta ſint, nullo vacuo interjecto, adhuc hæc elementa ſejugni nequeunt, quin innumera vacua relinquant quo momento ſeparantur. Sit enim maſſa hæc aqua, farina, ſalibus, oleis, fluidis omnibus inviſibilibus, quæ corpora permeant, conflata. Ut in hac maſſa non habeatur vacuum, elementorum majorum interſtitia a minoribus repleri debent: vacua vero ab his ipſis relicta ab adhuc minoribus repleri debent; atque ita porro uſque ad omnimodam omnium elementorum in omnibus ſuperficiei punctis contiguitatem. Tunc vero minima elementa vel paribus ſunt contigua, vel majoribus; at vero in neutro caſu ſeparatio ſine vacuis relictis fieri poteſt, ut oſtendimus.

IV. Ergo elementa, exempli gratia, guttæ aqueæ vel nunquam ſejungi poſſunt, vel ſucceſſiva eorum ſeparatio neceſſario infert vacuum diſſeminatum. Atqui hæc elementa ſeparantur, nec in aqua modo, ſed in omnibus corporibus; ergo innumera vacuola in natura dantur; & vacuum Carteſianum motus phænomenis opponitur. Q. E. D.

1388. OBJECTIO. Materia ſubtilis Carteſiana, cujus munus eſt aliorum duorum elementorum interſtitia replere, indefinite ductilis ſupponi poteſt. Quid obeſt igitur quominus dum duo materiæ ſubtilis elementa invicem recedunt dimidia, aut quarta parte diametri, alia materia ſubtilis, ſua ductilitate ulterius attenuetur ad ſpatium ſemper replendum, quod illa elementa dum ſejunguntur, relinquunt?

RESPONSIO. Infinita hæc materiæ ſubtilis ductilitas omnino falſa eſt.

I. Alibi oſtendimus, primigenia materiæ elementa, principia corporum, a Deo ita ſolida creata fuiſſe, ut nulla vi unquam immutentur:

ceterum nihil in natura fixum, ac permanens eſſet, quam tamen ſemper ſibi ſimilem videmus (145). Quare ab hac lege omnibus elementis communi materia ſubtilis eximatur? Qua vi, quove machinamento materia hæc ſubtilis infinitas diverſas uno inſtante figuras ſubeat, primigenia ſua natura non mutata?

II. At detur hæc infinita materiæ ſubtilis ductilitas, & quid inde conſequatur videamus. Sint duo lucis globuli multo minimi contigui. In hypotheſi Carteſiana, ut invicem tota diametro ſeparari poſſint, debet materia multo tenuior ſucceſſive occupare ſpatium illis intermedium uni eorum diametro æquale. Nec ſatis: debent præterea hæc innumera tenuis materiæ ſtrata interjecta invicem ſeparari: ceterum natura tota iners, & motu carens quamprimum eſſet. At vero ſtratum a ſtrato ſegregari non poteſt per ſpatium ſuæ craſſitiei æquale, niſi prius, quarta, dimidia, &c. diametri ſuæ longitudine receſſerit, atque ita porro. Ut igitur impediatur vacuum debent innumera alia materiæ ſubtilis ſtrata ſemper adhuc magis tenuia implere ſemper magis, ac magis minora interſtitia a ſtratis præcedentibus relicta dum quarta, tertia, dimidia, &c. ſuæ craſſitiei parte invicem recedunt, quæ craſſities jam eſt infinite minima pars diametri globuli jam veluti infinite parvi. Et nondum ſatis: ut poſtrema hæc ſtrata adhuc invicem ſeparentur, quorum craſſities jam eſt infinite minor priorum craſſitie, infinita nova ſtrata ſupponenda ſunt materiæ ſemper magis, magiſque attenuatæ, ut ſtratis, quæ ſeparantur, ſeſe poſſint inſerere ad vacuum impediendum; atque ita porro in infinitum. An non hæc ſomnia, & deliria ſunt?

§. II.

§. II.

DATUR VACUUM IMMENSUM.

1389. OBSERVATIO. Per Neutonum ſpatia inter ſolem, & ſtellas intercepta vacua ſunt, ubi nulla materia eſt præter planetas, & cometas, eorumque exiguas athmoſphæras, & aliquot maxime rarefactos lucis radios, qui nihilo æquiparandi ſunt; ſi enim in maſſam colligerentur ſpatium veluti infinite minimum occuparent.

Per Carteſium ſpatia hæc plena ſunt materia infinite denſa, at infinite fluida, cui planetæ, & cometæ cum ſuis athmoſphæris innatant.

Priuſquam altrutram ſententiam amplectamur, nonnullæ prodromæ veritates ſtatuendæ ſunt, unde fluet judicium de re hac recentioris phyſicæ baſi ferendum.

Theoremata prodroma.

1390. THEOREMA I. *In ſyſtemate Carteſiano corpora omnia ſunt æque denſa.*

DEMONSTRATIO. Per Carteſianos omnia plena ſunt materia, quæ homogenea creata, diviſione, & trituratione naturam intimam non mutavit; ergo tantundem materiæ pedi cubico aeris ineſt, ac pedi cubico marmoris. Conſequentiam Carteſius, ejuſque diſcipuli concedunt.

In ſyſtemate Carteſiano pes cubicus aeris pede cubico marmoris levior eſt, etſi eadem utriuſque ſit abſoluta denſitas; pes enim cubicus aeris fere totus materia ſubtili, & globuloſa conſtat, quæ gravitate carent; pes vero cubicus marmoris parum continet materiæ ſubtilis, & globuloſæ, multum ramoſæ, quæ ſola per

Carteſianos gravis eſt. Hinc in duabus hiſce maſſis æqualis materiæ quantitas, pondus inæquale. Q. E. D.

1391. THEOREMA II. *Corpus per fluidum ferri nequit, quin motus ſui partem amittat.*

DEMONSTRATIO. Nequit corpus per fluidum tranſire, quin ejus partem luco dimoveat, illique motum ſuum communicet. At ex certa naturæ lege, corpus ab alio impelli, & loco moveri nequit, quin corpus impellens motus quantitatem amittat æqualem quantitati, quam corpus impulſum acquirit (310). Ergo corpus per fluidum, quod impellit, & loco movet ferri nequit, quin ſui motus partem amittat. Q. E. D.

1392. THEOREMA III. *In fluido quovis vis inertiæ, qua mutationi ſtatus reſiſtit (286), eſt in ratione compoſita denſitatis fluidi, ſuperficiei corporis per fluidum ſe moventis, & quadrati velocitatis hujus corporis.*

DEMONSTRATIO. Etſi de reſiſtentia mediorum alibi egerimus (295); illic dicta breviter repetere opportunum erit, in hypotheſi Carteſiana, in qua medium, per quod corpora cæleſtia moventur, cohæſione nihil reſiſtit.

I. Medium denſius corpori per illud moto majorem materiæ depellendæ quantitatem obiicit; major vero hæc materiæ quantitas majorem motus quantitatem adimit a corpore propellente: ergo reſiſtentia medii ejus denſitati eſt proportionalis.

II. Corpus in fluido motum eo majorem fluidi quantitatem depellit, quo major eſt ejus ſuperficies. Ergo reſiſtentia fluidi eſt ſuperficiei corporis depellentis proportionalis.

III. Mobile fluidum depellens motum illi imprimit quadrato ſuæ velocitatis proportionalem (302). At talem motum a fluido acquiri nequit, niſi tantundem corpus depellens amittat; nec motum quadrato velocitatis ſuæ proportiona-

nalem mobile amittere poteſt, niſi a fluido reſiſtentiam ſubeat huic quadrato proportionalem; ergo hæc reſiſtentia eſt quadrato velocitatis mobilis proportionalis. Q. E. D.

1393. THEOREMA IV. *Cylindrus in fluido æque denſo motus dimidiam ſuam velocitatem amitteret dum ſpatium percurreret ſuæ diametro æquale.*

DEMONSTRATIO. Cylindrus in fluido ſpatium ſuæ diametro æquale in hujus diametri directione percurrere nequit, quin maſſam ſuæ maſſæ æqualem dimoveat, poſita utrinque æquali denſitate. At ex certiſſima motus lege, corpus materiæ maſſam ſuæ æqualem dimovere nequit, quin illi dimidiam ſuam velocitatem communicet (322); ergo cylindrus in fluido æque denſo motus ſuæ diametro parallelus dimidiam ſuam velocitatem amittet dum diametri ſuæ longitudinem percurrit. Q. E. D.

1394. THEOREMA V. *Si ſphæra, & cylindrus, cujus baſis, & altitudo ſint ſphæræ diametro æquales, eadem velocitate in fluido moveantur, æqualem reſiſtentiam perferent.*

DEMONSTRATIO. Si cylindrus ſuæ diametro parallelus moveatur, ejus baſes nullum fluido motum imprimunt, nec ullam a fluido reſiſtentiam ſubeunt. In hac hypotheſi, in qua procedimus, ſola ſuperficies convexa cylindri, quæ ſphæræ ſuperficiei æqualis eſt (*Math.* 573) reſiſtit. Atqui quum fluidi denſitas, & mobilium velocitates eædem ſunt, fluidi reſiſtentia eſt ſuperficiebus depellentibus proportionalis; ergo ſphæra, & cylindrus quum æquale fluidi volumen depellant, æqualem reſiſtentiam ſubibunt. Si ergo ſphæra eandem motus quantitatem habeat, quam cylindrus, dimidiam ſuam velocitatem amitteret dum ſpatium ſuæ diametro æqualem percurrit. Q. E. D. (1393).

1395. THEOREMA VI. *At quum ſphæra maſſa duas tertias tantum valeat maſſæ cylin-*

dri, dimidiam ſuam velocitatem amittet, quum ſpatium æquale duabus tertiis ſuæ diametri percurrerit.

DEMONSTRATIO. Poſitis ſphæræ, & cylindri velocitatibus æqualibus, motus quantitates erunt ut maſſæ (273); at maſſa ſphæræ eſt $\frac{2}{3}$ maſſæ cylindri ejuſdem baſis, & altitudinis (*Math.* 624); ergo motus quantitas eſt tertia parte minor in ſphæra. Ut ergo dimidiam ſuam velocitatem ſphæra amittat ſatis erit, ſi columnam fluidi duabus tertiis cylindri, adeoque duabus tertiis ſui axis æqualem dimoveat. Q. E. D.

1396. THEORIA VII. *Si cylindrus quieſcat, & fluidum moveatur, cylindrus dato tempore eam motus quantitatem acquiret, quam eodem tempore amiſiſſet, ſi velocitate fluidi per illud preceſſiſſet.*

DEMONSTRATIO. Quum mobile fluidum propellit motus quantitatem amittit fluidi reſiſtentiæ proportionalem: quum mobile a fluido propellitur quantitatem motus acquirit impulſui fluidi proportionalem. Poſita ergo utrobique æquali velocitate, fluidi reſiſtentia, & impulſus æquales eſſe debent. Ergo reſiſtentiæ, & impulſus effectus æquales erunt. Ergo impulſus fluidi in cylindrum quieſcentem illi quantitatem motus communicabit æqualem quantitati, quam cylindrus fluidum impellens amiſiſſet. Q. E. D.

1397. COROLLARIA. Ex hiſce theorematis, ex poſtremo præſertim colliges:

I. Si cylindrus primo quieſcat in fluido æque denſo, *cito eadem, qua fluidum, velocitate motum iri.*

II. Si ſphæra primo quieſcat in eodem fluido, *citius eadem, qua cylindrus, velocitate motum iri*; tertia parte minorem ſiquidem reſiſtentiam obiicit.

III. Si ſphæra contra fluidi curſum movetur, *cito*

cito in fluidi directione, & plano motum iri. Fluidum enim perpetuo dimidiam velocitatem ſphæræ adimens dum illa duas tertias ſuæ diametri percurrit; cito totum illi motum adimere debet, & ſuum communicare.

Hiſce præſertim armis Neutonus Carteſii plenum profligat. Aliquod ex allatis theorematis, exempli gratia, quartum rigidiorem geometricam demonſtrationem admittit. At ubi veritas etiam ſine his ſatis elucet, ab hac ſuperſedere ſatius duximus.

IV. Si *pleno perfecto* Carteſiano *vacuum diſſeminatum* ſubſtituas, *iidem effectus ſequentur*, licet non ita brevi tempore. Exempli gratia ſphæra omnino plena, quæ in fluido ſemivacuo moveretur, non dimidiam, ſed quartam ſui motus partem amitteret duas tertias ſuæ diametri percurrens. At tandem totum ſuum motum adhuc amitteret, & brevi fluidi directionem ſequi cogeretur.

P R O P O S I T I O I.

1398. *Motus corporum terreſtrium pleno Carteſiano adverſatur, & magnum vacuum Neutonianum probat.*

DEMONSTRATIO I. Si omnia plena ſunt, denſitas mediorum æqualis eſt denſitati ſolidorum, quæ in illis moventur (1390). Ergo nullus globus in medio quovis, puta in aere, moveri poteſt, quin dimidium ſuum motum amittat dum duas tertias ſuæ diametri partes percurrit (1395). Atqui experientia oppoſitum evincit; nam globus bellicus non modo dimidium motum ſuum aera traiiciens non amittit dum duas tertias ſuæ diametri percurrit, imo vix paululum retardatus videtur, poſtquam millies ducenties, vel quingenties ſuam diametrum percurrerit. Ergo globus hic in medio minimum denſo movetur; ergo quod magna ex parte va-

cuum ſit, & multo, ac multo minorem materiæ quantitatem habeat ſub eodem volumine, quam globus bellicus, qui tamen plus vacui habet, quam ſolidi (199).

Fruſtra dices, ætherem Carteſianum, quo juxta Carteſium, & aſſeclas magna ex parte athmoſphæra conſtat, non eſſe gravem, adeoque globo bellico non reſiſtere. Inanis ſubterfugii ineptam falſitatem quamprimum oſtendemus (1400).

DEMONSTRATIO II. Pluribus experimentis Neutonus oſtendit, ſphæras in aere motas ſemper reſiſtentiam pati ſuperficiebus proportionalem, quæcumque earum denſitas ſit: exempli gratia, globus chartaceus diametro ſemipedis eandem ipſam in aere reſiſtentiam ſubit, quam globus plumbeus ejuſdem diametri. Atqui ſi omnia plena eſſent, ſphæræ hæ reſiſtentiam pati deberent non tantum ſuperficiebus, ſed his, & denſitatibus proportionalem. Materia enim ſubtilis quum mira per Carteſianos tenuitate ſit, debet ſphærarum interſtitiis inſinuari, & non ſolum externis ſolidis partibus, ſed & internis omnibus reſiſtere; ergo ſphæris his reſiſtere non in ratione ſuperficierum, ſed in ratione harum, & ſimul denſitatum; quod falſum eſt. Ergo hypotheſis pleni hic quoque experientiæ adverſatur.

DEMONSTRATIO III. Quum machina pneumatica aer e prælongo vitreo tubo exantlatus fuit, eadem velocitate in hoc tubo aurum, plumbum, pluma libere deſcendunt (245). Ergo aerem exantlando plurimum hujus medii denſitas minuitur: ceterum corpora hæc etiam aducto aere reſiſtentiam paterentur ſuo volumini proportionalem, qua inæquali velocitate deſcenderent. Ergo educto aere multo minus materiæ in tubo eſt. Ergo æther Carteſianus, qui embolo non educitur, plenum perfectum non facit; neque enim denſitatem habet aptam ſenſibili-

biliter corporibus per illum labentibus reſiſtere.

CONCLUSIO. Ex dictis hactenus ſequitur, athmoſphæram noſtram ea denſitate non gaudere, quam Carteſiani illi adſcribunt; ſed in ea plurimum eſſe vacui, quod quantum ſit certis principiis definiri poteſt. Scimus enim aeris denſitatem eſſe ponderi comprimenti proportionalem (691), & aerem eo minus compreſſum eſſe, quo magis ejus ſtrata ſupra mare attolluntur (738); unde ſequitur, aerem, qui jam prope terræ ſuperficiem octingenties aqua rarior eſt (736), minuere denſitatem, & plus habere vacui, quo magis ejus ſtrata a tellure recedunt.

Neutonus calculo invenit, ad quadraginta milliaria Anglica, quæ ſunt ferme leucæ Gallicæ tredecim cum dimidia, aerem ſupra mare elevatum eſſe ferme millies rariorem, quam prope terram; ad altitudinem milliariorum 80, ſeu leucarum 27, aerem fore rariorem decies centies millies; ad milliaria 160, ſeu leucas 54, rariorem fore vicibus 1000000000000, adeoque in hac ratione fore ibi ejus vacua. Si ergo ulterius calculo procedamus, inveniemus lunam, planetas, cometas, in vacuo ferme perfecto moveri. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1399. *Phænomena motus corporum cæleſtium ſyſtema pleni, & vorticum refellunt, & vacui ferme perfecti in ſpatiis cæleſtibus neceſſitatem oſtendunt.*

Demonſtrationes duæ, altera a planetis, altera a cometis deducta propoſitionem ſtatuen-

DEMONSTRATIO I. a planetis ducta. Obſervationibus aſtronomicis conſtat, planetas inæqualibus *temporibus* circa ſolem converti: *curvas* deſcribere, quarum ſol focum, non cen-

trum occupat: in *planis* inter ſe non parallelis, imo ſe interſecantibus. Hæc cum pleno, & cum vorticibus ſtare nequeunt. Siquidem

I. Si magnus vortex materiæ æthereæ, qui circa ſolem volvitur planetas ab occidente in orientem ſecum vehit; quarenam Mercurius quatuor ferme revolutiones peragit; dum tellus unam facit? quarenam tellus ferme triginta revolutiones complet dum Mars quindecim, Jupiter duas & dimidiam, Saturnus unam tantum facit? Sane quia diverſa ſolaris vorticis ſtrata eo citius revolutiones complent, quo ſoli propinquiora ſunt (*Fig.* 54).

At quanam ratione fiet, ut ſtrata inferiora breviori tempore, quam ſuperiora revolutiones ſuas faciant, quin in perpetuo affrictu ad tardiora ſtrata propinqua quidpiam velocitatis amittant, quin velocitatis ſuæ partem communicent ſtratis, in quæ perpetuo impingunt; quin vorticilli flexiles, & elaſtici, quibus juxta recentiores omnes Carteſianos conſtant, invicem in perpetuis hiſce incurſibus diſſolvantur, a quibus alternis eorum poli, & æquator comprimuntur, & attolluntur? Si hoc ſit naturæ machinamentum, fateamur neceſſe eſt, eſſe hoc myſteriorum omnium naturæ maxime incomprehenſibile; neque hunc rerum nexum, atque ordinem ſine perpetuo miraculo contra omnes motus leges ſtare unquam poſſe.

II. Si magnus vortex ſolaris in ſua ellipſi planetas vehit circa ſolem in foco poſitum, & extra vorticis centrum, qui fit, ut vortex hic ſolem loco non moveat? qui fit, ut illum tandem ad ellipſeos centrum ad æqualem a focis diſtantiam non propellat? Exempli gratia. (*Fig.* 23).

Quum major amplitudo T S vorticis ſolaris tranſit in minorem S E; patet materiam T S in S E translatam debere motum accelerare, & vim ſuam impulſivam in ſolem S augere. Qua ratio-

ratione fit, ut ſol S tanto majore vi impulſus, quo fluidum contiguum velocius eſt, perſeveret in S, nec tranſeat in O vorticis centrum? Qua ratione fit, ut omnia vorticis hujus ſtrata S T in arctum ſpatium SE tranſeant, quin commiſceantur, & quin minimi vortices elaſtici, & flexiles, quibus componitur, interturbentur; quin unquam periodicæ eorum circa ſolem revolutiones mutentur, quarum tempora in diverſis planetarum diſtantiis ſunt in ſubduplicata ratione cuborum diſtantiarum cujuſque ſtrati concentrici (1262)? Cui adeo implicatum, & ſecum pugnans machinamentum naturæ ipſius ſyſtema eſſe perſuadeas?

III. Si magnus vortex ſolaris ab occidente in orientem planetas vehit; planetæ vorticis, a quo aguntur, directionem ſequentur. Qui fit igitur, ut planetæ circa ſolem diverſis directionibus ferantur in vortice, in quo partes omnes curvas parallelas deſcribere debere videntur? quare telluris orbita ab auſtro in boream, & viciſſim ſub diverſis angulis ſecatur ab orbita Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni (1180)? Fruſtra in ſolari vortice diverſas ſtratorum concentricorum directiones confinges. Hæc enim ſtrata ſeſe ita invicem ſecantia ſeſe in pleno evidenter deſtruere debent; atque hæc confingere ad permanens naturæ phænomenon explicandum eſt a Scylla in Charybdim incidere.

IV. Ex his ſequitur, vortices Carteſianos utcumque confictos non eſſe cauſas motus planetarum: eos in natura non exiſtere: ſi darentur diutius non perſeveraturos, quin invicem permiſcerentur, & deſtruerentur: ſi darentur, motus in planetis effecturos omnino diverſos ab iis quos videmus, qui cum vorticibus componi nequeunt, neque cum materia quavis vorticibus ſubſtituta; nec motus iſtos planetarum regulares, & uniformes fieri poſſe niſi in ſpatio libero, & vacuo, ubi materia nulla illis ſenſibiliter reſiſtat. Q. E. D.

DE-

DEMONSTRATIO II. a cometis deſumpta. Certum eſt cometas eſſe globos opacos mundo coævos, planetis noſtris ſimiles (1204). Obſervationibus conſtat, cometas periodice circa ſolem revolutos quaquaverſum in cæleſtibus ſpatiis moveri, alios ab occidente in orientem, alios ab oriente in occidentem, ab auſtro in boream, & viciſſim. (1201)

At enimvero ſi vortex materiæ æthereæ planetas ab occidente in orientem circa ſolem vehit; jam vorticis hujus impulſus cometarum motus ab oriente in occidentem ſiſtere debet, eorum qui a borea in auſtrum, aut hinc illuc feruntur, motum diſtrahere, illoſque ſecum, & ſua directione ab occidente in orientem aſportare. Hæc aliquanto fuſius explicemus.

I. Inter quinquaginta novem cometas a recentioribus diligentius obſervatos ſolos quadraginta tres conſideremus, quorum ſemitas illuſtris Abbas Caillius indicavit anno 1755, & quorum tabulam edidit ſuæ aſtronomiæ pagina 254, numero 571. Inter hos, quorum viginti, & unus directi ſunt, ceteri retrogradi, viginti duo ibant in antecedentia ſignorum; adeoque contra ſolaris vorticis directionem, qui planetas in conſequentia ſignorum vehere ſupponitur. Qua igitur ratione cometæ hi retrogradi in hoc vortice contra ejus directionem moveri potuiſſent? qua ratione dum vorticis impulſus tanta celeritate planetas ab occidente in orientem vehit, hic idem impulſus nihil agit in globos ejuſdem cum planetis naturæ, quos libere ab oriente in occidentem progredi ſinit? Concipe navim remis, & velis deſtitutam in velociſſimo fluvio, quæ libere adverſo flumine feratur, & motum certa lege contra aquæ curſum acceleret quo magis ad certum terminum accedit, deinde eadem lege poſt hunc terminum motum retardat: erit hoc ſingulare phænomenon a veteri, & recentiori ſyſtemate Carteſiano in naturam invectum. II.

II. Ex his quadraginta tribus cometis viginti, & unus procedebant, ut planetæ, in conſequentia ſignorum, ab orbitis ſeſe invicem ſecantibus, & ferme cælum totum complectentibus. Obſervatum eſt enim, ex his alios ab auſtro in boream declinare, alios a borea in auſtrum ſub diverſis angulis a gradibus 2 ad 88 (1201). Atqui evidens eſt, horum cometarum directorum motus æque, ac retrogradorum, cum hypotheſi pleni, & vorticum conciliari non poſſe. Dum enim vorticis ſolaris directio eſt ab occidente in orientem zodiaco parallela; qua ratione globi illi immerſi pergant ab auſtro in boream, aut viciſſim directionibus inæqualiter eclipticæ obliquis in vortice, qui omnia ſua directione abripere debet; & cui diverſæ directiones, quæ ſe invicem deſtruerent, tribui nequeunt?

Sive cometæ ſint globi ignei emphatici, aut opaci permanentes, nihil ad rem facit; quæcumque enim eorum natura ſit, in hypotheſi Carteſiana, motus in illis obſervatos habere nequeunt.

III. Cometæ fere omnes diligentius obſervati quum in planetarum regionem devenerunt multo magis, quam tellus, ad ſolem acceſſerunt: fere omnes Saturni, Jovis, Martis, telluris orbitas trajecerunt (1201). Qua ratione peculiares planetarum vortices eorum ſemitæ oppoſitos ingredi potuerunt, quin eorum directio mutaretur, quæ eadem ſemper perſeverat? Poſtquam vero diu in his vorticibus verſati ſunt uſque ad ſolis vicinias (1202); qua ratione inde emerſerunt? Quo miraculo viribus vorticum Saturni, Jovis, Martis, Telluris reſtiterunt, quorum quilibet eos in ſuam directionem abripere debuiſſet? Quo miraculo hinc emerſi, & ultra Saturni vorticem evecti adhuc aliquando majori velocitate, quam Saturnus ipſe, ferebantur; etſi per Carteſianos vorticum ſtrata eo lentius

omni gravitate deſtitutus ſupponitur, nihil motui cometarum obſiſtere poteſt.

RESPONSIO. Difficile paucioribus verbis plura paradoxa, & pugnantia includerentur. Singula perſequamur.

I. Alibi oſtendemus, ætherem Carteſianum non eſſe cauſam gravitatis (1436): & materiam quamvis gravitate gaudere, quæ ſit productum ſuæ maſſæ diviſum per quadratum diſtantiæ a centro, ad quod trahitur (1440): gravitatem hanc materiæ cuivis inhærentem eſſe effectum generalis naturæ legis, qua corpora omnia invicem tendunt vi maſſæ corporis trahentis diviſæ per quadratum diſtantiæ a corpore attracto proportionali. (1418)

II. Si quoque æther Carteſianus gravitate careret, non propterea non reſiſteret. Ineſt enim corporibus vis inertiæ, qua præciſa gravitate, motui reſiſtunt. Oſtendo. Sint globi duo diametro ſemipedis, alter plumbeus, alter chartaceus, alter graviſſimus, alter leviſſimus. Si globos hos dum libere demiſſi cadunt ambos ictu mallei percutiam, reſiſtentiam ſentio, quæ certe a gravitate eſſe nequit; gravitas enim non modo ictui non reſiſtit, imo globum ab ictu ſubducit; ergo præciſa gravitate, globus reſiſtit.

Fruſtra dices, reſiſtentiam oriri ab aeris gravitate, in qua globus percuſſus movetur. Si enim aer eſſet cauſa unica reſiſtentiæ, quum uterque globus æqualem aeris columnam dimoveat, æqualem reſiſtentiam faceret: quod prorſus contra experientiam eſt, qua patet, globum plumbeum magis chartaceo reſiſtere. Ergo præciſa gravitate, corpora reſiſtentiam habent eorum naturæ inhærentem, denſitati proportionalem a vi inertiæ procedentem (286). Etſi ergo æther Carteſianus gravitate careret, ut gratis ſupponitur, non propterea non reſiſteret.

III. Experimentum globi cerei nihil probat. Globus hic gravitate tunc non caret; ejus enim

gravitas ad quandam altitudinem ſuſtinet volumen fluidi globo æquale. Gravitas globi, & fluidi, quod ſuſtinet, invicem eliduntur in ſuis æqualibus, & oppoſitis effectibus, non in eorum natura invicem in oppoſitam vim agente. Gravitas globi fluido immerſi permanenter agit; ergo perſeverat; ergo non eſt ſublata.

IV. Verum, ſi lubet, demus globum hunc in fluido gravitate carere; & funiculo illum in ipſo fluido horizontaliter, aut verticaliter celerrime trahamus: reſiſtentiam ſentiemus creſcentem ut quadratum velocitatis; etſi gravitas fluidi nihil reſiſtat motui horizontali, aut verticali globi cum fluido æquilibrati. Ergo corporibus reſiſtentia ineſt, præciſa gravitate. Ergo etſi æther Carteſianus gravitate careret, quod contra leges a Deo in natura ſtatutas eſt, nihil minus maximam corporibus cæleſtibus in illo motis directione illi oppoſita reſiſtentiam obiiceret.

V. Patet, veram, & propriam percuſſionem inter duo corpora dari non poſſe ſine *reciproca reſiſtentia* inter utrumque. Corpus enim ictum reſiſtentiam habet ad motum, quæ non niſi a majore, & oppoſita corporis percutientis reſiſtentia vinci poteſt. Quomodo corpus percutiens alterum loco depellet, niſi percutiens oppoſitæ percuſſi reſiſtentiæ reſiſtat? Ergo ſi æther Carteſianus planetas impulſu trahit, ut Carteſius, ejuſque aſſeclæ contendunt, debet æther hic reſiſtentiam habere vi inertiæ planetarum oppoſitam, & hac majorem. Si ergo ætheris hujus actione moventur planetæ in ejus directione, idem in cometis præſtari debet.

Cometæ ſunt *lapis Lydius* ſyſtematis Carteſiani. Vel enim vortices ſunt cauſa phyſica motuum cæleſtium; tunc vero eodem modo in planetas, ac in cometas agere debent; aut in cometas non agunt; & tunc neque in planetas agent. Si non agunt, inutiles in natura ſunt; ſi agunt co-

eorum actio naturæ phænomenis eſt oppoſita & innumeris modis perturbari, & deſtrui debet. Ergo vortices fabula, & ſomnium ſunt, non motuum cæleſtium cauſa.

1401. OBJECTIO II. Certum ne eſt cometas eſſe corpora permanentia planetis ſimilia periodice circa ſolem ſe convertentia? certum ne eſt eos, ſi planetis ſimiles ſint, re ipſa retrogrados fieri, non apparenter, ut planetarum regreſſus tantum apparens eſt (1317)? Certum ne eſt, cometas hos revolutiones ſuas ultra verticem ſolarem non peregiſſe? Certum ne tandem cometas proprium vorticem habere non poſſe in omnibus planetarum vorticibus, & in ipſo ſolari vortice? Nonne in fluviis ipſis aquarum decurſus videntur a fluvii directione diverſi? Quare igitur cum recentioribus aſtronomis, ac phyſicis fere omnibus a cometis certam ſyſtematis vorticum ruinam edicamus, quod nonnulli recentiores non uno in opere tueri conati ſunt?

RESPONSIO. Non unica cometarum theoria Carteſianum ſyſtema falſum oſtendit, quod ſatis ex ſe falſum evincitur, nec naturæ, & motus legibus ullibi conciliari poteſt. At quoniam probatio a cometis deſumpta inviciſſima eſt, Carteſianorum ſubterfugia ſingillatim expendamus.

I. Inepte de cometarum natura quis ambiget, quum jam & eorum ſemita calculo definita fuerit, & reditus enunciatus; eventus vero calculum & prædictionem veram oſtenderit (1205)? Adeo certum eſt per hos dies, cometas eſſe corpora opaca permanentia in curvis in ſe redeuntibus circa ſolem revoluta, ut tales eſſe Saturnum, Jovem, alioſque planetas noſtros certum eſt.

II. Neque illuſio optica dici poteſt cometarum regreſſus; quum omnes aſtronomi, qui certe verum ab apparente regreſſum optime diſtinguunt, unanimes affirment, viginti, & ultra come-

metas ex hactenus accurate obſervatis re ipſa, & celerrime in antecedentia ſignorum proceſſiſſe, iis omnibus ſubductis, quæ hac in re illuſionem opicam parere poſſent. Æque certum eſt hos cometas re ipſa in antecedentia ſignorum proceſſiſſe, ut certum eſt, planetas noſtros in conſequentia procedere. Idem dicas de orbitarum inclinatione ad eclipticam: quibus aſtronomicis regulis planetarum orbitæ inclinatio ad eclipticam definitur, iiſdem & cometarum orbitæ inclinatio definitur.

III. Certum, ac demonſtratum eſt, cometas ſaltem nonnullos dum apparebant fuiſſe in regione planetarum, & pluribus planetis ſoli propinquiores; quod aut ex eorum parallaxi, aut ex obſervationibus eodem tempore diverſis in locis habitis definiri potuit (*Fig.* 45). Eorum igitur orbita tota ultra vorticem ſolarem, a quo planetæ vehi ſupponuntur, ſita non erat. Nequit igitur ſupponi, ad vorticum hypotheſim tuendam, cometas omnes converti in vortice ultra vorticem ſolarem ſito, & diverſa a vortice ſolari directione moto.

IV. Quum certum ſit, plures cometas poſtremis his ſæculis obſervatos in apparitione Saturni, Jovis, Martis, telluris vortices trajeciſſe; (1201) cenſemus, rem hanc nulla alia ratione explicari poſſe, niſi ſupponendo materiæ alicujus curſum, qua per hos vortices, & per ſolarem cometa deferatur.

At vero hi materiæ curſus nonne evidenter inepti ſunt, & fabuloſi? Quomodo in materia, quæ ab occidente in orientem elliptice fertur, alia peculiaris materia ab auſtro in boream, alia a borea in auſtrum feratur; & alii plures ſint, & fortaſſe mille materiæ curſus, qui diverſis directionibus ſe invicem ſecent?

Quum in fluvio, aut lacu peculiares ſunt aquæ curſus, videmus horum cauſam aliquam phyſicam dari, quæ paſſim apparet: hos curſus bre-

breves eſſe: eorum motum quo magis ab origine recedit, eo magis decreſcere, mutari, & tandem extingui. Porro hæc nihil habent commune immenſis illis materiæ curſibus permanentibus, & immutabilibus, qui in cometis per ſolarem vorticem ſupponuntur.

Maritimi aquarum curſus a fluviorum, & lacuum curſibus non niſi magnitudine diverſi ſunt: eorum motus communicatione langueſcit, & extinguitur: a cauſa phyſica ſunt: hac ceſſant. Ut a marinis curſibus ad ſuppoſitos cometarum curſus valeret illatio, deberent marini perpetuo ab oriente in occidentem, ab auſtro in boream fieri, eorum motu nec immutato, nec unquam extincto: qui motus quidem alternis acceleratur, ac retardatur; at ſemper ſibi ſimilis eſt, nec ejus ulla extra ſe cauſa eſt, aut principium ullum.

V. Quodnam delirium tutore caruit? nihil in hominibus certum eſſet, ſi certitudo non intrinſeca, aut extrinſeca evidentia, ſed unanimi hominum conſenſu inniteretur (1205). Præcipua opera perpendimus in quibus auctores vorticum hypotheſim cometarum theoriæ conciliare contendunt; & ingenue fatemur, omnia arbitrarias, & diſcordes hypotheſes aſſumere naturæ legibus, & phænomenis oppoſitas, a quibus nihil ſolidi pro vorticibus deduci poſſit.

Qui olim cometas globos igneos emphaticos dicebant, conſentiunt modo, illos periodice redire, eorumque reditus non ſecus, ac eclipſes prævideri, & prædici poſſe; volunt tamen eos non jam eſſe globos opacos planetis ſimiles (1204) ſed *ignes electrices* a mutuo vorticum affrictu excitatos; vortices, exempli gratia, Veneris, & telluris in perihelio quum velociſſime, & magis arcta ſemita feruntur, fortius perfricari debere, & ignes electricos excitare modo majores, modo minores, qui a materiæ curſibus directis, aut retrogradis vecti erunt cometæ di-

re-

recti, aut retrogradi. Lectoribus noſtris injurioſi eſſe crederemus, ſi in his deliriis ſerio confutandis immoraremur. Futiles obſervationes obtrudunt, quibus ajunt, planetam viſum fuiſſe in duas partes dividi, magno igne coruſcare & momento temporis evaneſcere. At ſi obſervatio vera ſit, veroſimillimum eſt, quo tempore adhuc Ariſtotelis de cometis ſententia vigebat, nec cometæ accurate obſervabantur, ab obſervatore meteoron, ceu globum igneum (1100) cometam putatum fuiſſe; veri enim cometæ, non ſecus ac planetæ, nec dividuntur, nec deſtruuntur.

1402 OBJECTIO III. Spatia cæleſtia immenſa materiæ lucis copia plena ſunt: in quovis enim cæli puncto oculus a luce ſolis imaginem excipiet. At lux iſta eſt ipſe æther Carteſianus; ergo hic exiſtit.

RESPONSIO. Lux per ſpatia cæleſtia diffuſa nec plenum Carteſianum ullo pacto eſt, nec vacuo Neutoniano opponitur, nec regulares motus cæleſtes impedit.

I. Plenum Carteſianum vortices ſunt. Lux ab his vorticibus omnino diverſa eſt. Vortices Carteſiani ſiquidem directione communi moventur ferme ſuperficiei ſphæricæ parallela; lux vero per rectam lineam movetur quaquaverſum per radios ſphæræ, cujus ſol centrum eſt. Vortices Carteſiani eandem ubique denſitatem ſervant: lucis denſitas decreſcit in duplicata ratione diſtantiæ a puncto radiante. (898)

II. Lux vacuo Neutoniano non opponitur. Etſi enim in ſpatiis cæleſtibus locus nullus ſit, in quo oculus radios a ſole, & ſtellis modo plures, modo pauciores non excipiat; non propterea magna eſt in cæleſtibus ſpatiis materiæ quantitas. Ut concipiamus qua ratione lucis radii in quovis cæleſtis ſpatii puncto innumeris modis ſeſe interſecent, nec propterea vacuo Neutoniano officiant, huc revocanda ſunt, quæ alibi de ma-

materiæ diviſione, & diviſibilitate dicta ſunt. Ibi pluribus experimentis oſtendimus, materiam ultra quam mente concipi poſſit, diviſam eſſe: ratione probavimus, materiæ diviſibilitatem nullos limites habere; & minimam materiæ maſſam, puta arenæ granum, aut alam muſcæ, ita dividi, atque ita per immenſum ſpatium diſtribui poſſe, ut vacua inter partes diviſas relicta ſint quavis aſſignata extenſione minora. (61)

Si materia lucis ita diviſa, ut re ipſa eſt (41); & facile intelliges, poſſe ipſam per omnia cæleſtium ſpatiorum puncta ſenſibilia diſtribui, quin magnis Neutoni vacuis officiat; lucis enim maſſa arenæ, aut alæ muſcæ æqualis in adeo minimas partes diſtribui poteſt, ut ex his plures in quovis ſenſibili ſpatii cæleſtis puncto collocari poſſint; quin omnes ſimul collectæ arenam aut alam muſcæ maſſa excedant: quæ quantitas reſpectu vacui relicti profecto nulla dicenda eſt,

III. Lux motuum cæleſtium libero progreſſui nihil obſtat. Primo enim quantitas lucis quovis inſtante globos cæleſtes impellens eorum maſſæ comparata nulla dici poteſt: non ergo quovis inſtante obſtaculum ponet niſi infinite parvum. Deinde quum irradiatio permanens ſit, lux per radios ſphæræ divergentes proijcitur: ſi ergo tandem quid obſtaculi faceret, aliquo tempore planetæ & circa ſuum axem rotato, & circa ſolem revoluto obſiſteret, alio æquali tempore faveret; & ſumma motus in planeta eadem perſeverat, ac ſi in vacuo moveretur. Exempli cauſa. (*Fig.* 10)

Sit tellus P in libra. Si conus lucidus DSF P tellurem ad libram C propellere poſſet; alter conus lucidus DSFR tellurem a libra removeret pari modo, ſi lux ſolis obſtaret diurnæ telluris P rotationi in occidentali parte hemiſphærii illuminati, hæc ipſa lux rotationi in parte orientali hemiſphærii illuminati faveret. Nequeunt ergo regulares planetarum, & come-

ta-

tarum motus a minimæ maſſæ lucidæ impulſu perturbari, quum neque projectilem, neque centralem eorum vim, a quibus eorum motus eſt immutare poſſit. (1285)

1403 OBJECTIO IV. In pleno magnifica Dei opera apparent, in vacuo exigua. Per Carteſium Deus mundum creavit immenſum, totum creatis rebus refertum. Per Neutonum Deus in ſpatio æterno, & infinito, ut ipſe eſt (*Math.* 127), pauca tantum creavit puncta ſolida immenſis vacuis invicem ſejuncta; opus condidit, in quo res creatæ quid minimum ſunt, nihilum infinitum.

RESPONSIO. Satis magnum, ac magnificum eſt Creatoris opus, ut fabulis amplificari non indigeat. In ſpatio immenſo, in quo Deus ſoſus exiſtebat, omnipotens ejus vox e nihilo innumeros eduxit globos partim opacos, partim lucidos magnitudine, & natura diverſos. *Globos lucidos* circa ſuum axem rotari juſſit, & intime effervcſcere, ac in ſpatium vacuum & increatum materia tenuiſſima mira & inextinguibili celeritate jaculari. *Globos opacos* circa ſuum axem & per varias curvas circa lucidos converti juſſit, motu projectili, & centripeta illis impreſſo (1283), quem nihil in vacuo deſtruit. Hoc eſt Creatoris opus ſimpliciſſimum, maximum, ſua ſapientia, & omnipotentia digniſſimum.

Vivida Carteſii mens machinæ hujus mirandæ vacua replere auſa eſt, illique plura affingere, quibus diruitur. Sublime Neutoni ingenium hæc omnia naturæ extranea rejecit; & verum Creatoris opus nobis patefecit. Hæc de Neutono legimus in opere, quod vorticum regnum reſtituiſſet, ſi ingenio fabulæ regnum reſtitui poſſet.

AR-

ARTICULUS SECUNDUS.

THEORIA ATTRACTIONIS.

NEutoni theoria motus corporum cæleſtium ſublimis, atque profunda *mutua* horum corporum attractione innititur. Attractionem nos dari oſtendemus, tum ejus leges, & actionem expendemus: atque hiſce tribus operi finis fiet.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

ATTRACTIO DATUR.

1404. DEFINITIO. A*ttractio* eſt corporum niſus permanens, quo alterum ad alterum accedere conatur: quæcumque ſit niſus hujus, aut motus cauſa.

Ex hac *mutua* corporum *attractione*, quæ quoque gravitatio, aut gravitas nuncupatur, luna perpetuo ad tellurem accedere nititur, & ſi huic niſui nihil obſtaret, luna motu accelerato in tellurem ferretur per rectam a lunæ centro ad telluris centrum ductam.

Ex hac mutua attractione tellus quoque perpetuo in lunam tendit; & ſi nihil obſtaret, tellus quoque motu accelerato in lunam ferretur per rectam ab eorum centris ductam.

Pari modo inter tellurem, & ſolem, & inter hunc, & illam ſimilis attractio datur. Si huic nihil obſtaret, invicem ſibi occurrerent per rectam inter eorum centra ductam. Idem dicas de mutua telluris, & Martis attractione; ac de ceteris corporibus univerſis.

1405. DIVISIO. Attractio corporis ad aliud, exempli gratia, telluris ad lunam ſimul activa, & paſſiva eſt.

I. *Attractio activa* dicitur, quam corpus exercet in aliud corpus attractum, motus ſcilicet, quem corpori attracto ad ſe imprimit. Exempli cauſa: tellus vim attractivam in lunam habet, qua tellus in luna niſum parit tellurem verſus: hæc telluris actio in lunam, motus hic a tellure lunæ impreſſus eſt attractio activa telluris in lunam.

II. *Attractio paſſiva* eſt actio, quam corpus perfert a corpore attrahente, motus, qui illud ad corpus attrahens adducere nititur. Exempli cauſa: tellus lunam ad ſe trahens eodem tempore a luna ſuum centrum verſus trahitur. Niſus hic telluris ad lunam, motus hic in lunam telluri impreſſus a vi attractiva lunæ eſt attractio paſſiva telluris ad lunam.

Hinc colliges, lunam quoque attractionem activam habere, qua tellurem trahit, & attractionem paſſivam, qua a tellure trahitur. Idem dicas de aliis corporibus quibuſcumque, quorum mutuæ attractiones invicem comparentur.

Attractionis natura, & cauſa.

1406. OBSERVATIO. Quod paſſim in attractione diſplicet eſt falſa, quæ confingitur, ejus naturæ, & cauſæ idea. Hanc recte efficiamus: nihil jam erit, quo phyſicus a rationibus, quibus ſtatuitur, diſcutiendis avertatur.

I. Activa corporum attractio conſideranda non eſt tamquam qualitas eorum naturæ intrinſeca, aut tamquam materiæ vis activa, & efficax, ut ipſorum corporum occultus influxus, ſeu vis, aut actio a libera, & permanente Dei actione ſejuncta. Attractio ita ſumpta, *occultas qua-*

lita-

litates jam rejectas iterum in phyſicam inveheret.

II. Quamcumque de gravitatis cauſa occaſionali ſententiam ſequamur; ſive cum Carteſio impulſioni, ſive cum Neutono attractioni tribuatur; certum eſt, motus gravitationis *cauſam efficientem* eſſe non ipſius materiæ, aut qualitatis creatæ materiæ inhærentis actionem, ſed efficacem, & permanentem Dei actionem, qui motus omnis in natura eſt unica cauſa efficiens (76). In hoc Carteſius, & Neutonus conſentiunt; & ſecum eorum aſſeclæ gravitationis, & motus omnis cauſam efficientem Deum ipſum dicunt; at in cauſa occaſionali gravitationis non item concordes ſunt.

Carteſius cauſam occaſionalem gravitationis *materiæ impulſionem* ſtatuit: vult quippe, Deum corporibus motum, quo invicem tendunt, non imprimere, niſi occaſione contactus, ictus, impulſionis materiæ in hæc corpora incurrentis. Neutonus contra vult, gravitationis cauſam occaſionalem eſſe non materiæ cujuſvis impulſum, ſed *ſimplicem horum corporum coexiſtentiam*; hac ſcilicet data coexiſtentia, Deum ſive in vacuo, ſive extra vacuum corporibus motum imprimere, quo ad invicem tendant juxta quaſdam leges, quin ad motum hunc niſus, contactus, ictus, impulſus ullus occaſio ſit,

III. Quænam igitur in ſyſtemate Neutoniano cauſa occaſionalis eſt, qua poſita Deus imprimit corporibus niſum hunc, quo perpetuo invicem tendunt, & quem promiſcue attractionem, gravitatem, gravitationem nuncupemus? Eſt hæc *primigenia natura lex*, ſeu Dei voluntas efficax, & permanens, qui decrevit corpora omnia circa ſolem coexiſtentia reciproce ad invicem tendere. Hæc ſola coexiſtentia ſine ullo corporum impulſu ſufficit, ut Deus juxta legem a ſe conditam perpetuo in corporibus motum efficiat, quo ad invicem tendunt. Hæc per

Neutonum eſt cauſa occaſionalis mutuæ corporum attractionis in natura.

P R O P O S I T I O.

1407. *Datur attractio, & eſt generalis naturæ lex.*

DEMONSTRATIO. I. Attractio, aut gravitas, aut gravitatio eſt *tendentia permanens* corporum ad invicem, & ad quædam communia centra; atqui hæc tendentia evidenter datur in planetis, & cometis in ſolem, in ſatellitibus in ſuum planetam primarium; ergo in his corporibus attractio evidenter datur.

II. Tendentiæ hujus mutuæ corporum cæleſtium, & ad ſui motus centrum non eſt cauſa materiæ impulſus ad hoc centrum illa adigentis; corpora hæc enim in ſpatiis vacuis moventur (1399), in quibus nulla materia eſt apta illos ſenſibiliter impellere, & in quibus materia lucida ea potius a centro ſolis repelleret. Ergo datur in his corporibus *attractio ſine impulſione*, cujus unica cauſa occaſionalis eſt eorum coexiſtentia, & primigenia Dei lex, qualis a Neutono admittitur.

III. Hæc corpora cum cometis totam naturam, quam obſervare poſſumus, efficiunt; ergo tota natura noſtris obſervationibus obvia attractioni obnoxia eſt. Ergo judicio analogo idem in natura nobis impervia continget, puta in cometis adhuc ignotis, & in iis, quæ circa ſtellas convertuntur. Ergo attractio eſt generalis naturæ lex. Q. E. D

Objectiones diluendæ.

1408. OBJECTIO I. Attractio, utcumque explicetur, eſt qualitas occulta, principium obſcurum, cauſa abſtracta nihil phyſice influens. Ergo ſyſtema, cujus baſis attractio eſt, rejiciendum eſt.

RES-

RESPONSIO. I. Adnotavimus jam, attractionem nihil *occultis qualitatibus* peripateticorum habere commune: illæ ſiquidem nec definiri poſſunt; hæc nitidiſſime concipitur, & definitur. Attractio eſt motus duobus corporibus a Deo impreſſus, quo ad invicem tendunt: hujus occaſio eſt eorum coexiſtentia: effectus eſt perpetuus horum corporum mutuus acceſſus, ſeu reſiſtentia vi nitenti illa invicem ſejungere. Quid in his omnibus obſcurum? Perperam igitur perſpicuo principio obſcuritas objicitur.

II. Principium, quod in univerſa natura nobis nota ſuis effectibus manifeſtatur, dubium non eſt: atqui talis eſt generalis attractio corporum. Planetas, & cometas perpetuo ad ſui motus centrum tendere videmus: corpora terreſtria perpetuo ad terræ centrum tendere videmus: Effectus hi evidenter cauſam indicant: hanc non eſſe impulſionem oſtendimus; ergo non niſi attractio eſſe poteſt. Ergo attractio principium dubium non eſt.

Ex attractionis natura, & lege omnia ferme naturæ phænomena deſcendunt: horum explicatio ab impulſione repeti nequit; eſt hæc igitur prævia attractionis demonſtratio. Hæc univerſo naturæ machinamento conſentit. Neutonus hoc invento naturæ myſteria detexit, cæli theoriam calculo ſubjecit ita ut, nihil magis conſentiens accuratiſſimæ obſervationes exhibeant. Si adhuc attractio principium dubium eſt, quodnam certum eſt?

III. Quid intelligunt qui attractionem dicunt cauſam abſtractam? attractio æque ac velocitas, extenſio, impulſio, alia quævis cauſa phyſica ut abſtracta conſiderari poteſt; num propterea inanis erit? non ſane: ceterum & aliæ memoratæ cauſæ inanes, & fictitiæ eſſent; quod evidenter falſum eſt.

IV. Num potiori jure obiicitur attractioni, non eſſe illam cauſſam mechanicam, principium

phyſicum. Dico, eam eſſe cauſam mechanicam, principium phyſicum æque ac impulſionem. Cur enim *impulſio cauſa mechanica eſt* per Carteſium, per Malebranchium, per Privatum Molierium, per recentiores Carteſianos omnes? quia occaſione ictus duorum corporum Deus in corpore percuſſo quantitatem motus producit illi æqualem, quam corpus percutiens amittit. Qua ratione *cauſa mechanica eſt attractio* per Neutonum, & ejus aſſeclas ferme omnes? quia occaſione coexiſtentiæ duorum corporum Deus in illis quandam motus quantitatem producit, quo alterum in alterum tendit. Sicuti percuſſio non eſt cauſa efficiens, ſed tantum occaſionalis motus in ictu producti; ita coexiſtentia non eſt cauſa efficiens, ſed tantum occaſionalis motus in attractione producti. Ergo vel impulſio non eſt cauſa phyſica, & mechanica, vel attractio æque cauſa eſt phyſica, & mechanica.

V. Facile eodem modo reſpondebis ſimilibus objectionibus contra chemicas affinitates, & contra peculiarem corporum attractionem, cujus natura æque perſpicue definiri poteſt, & quæ innumeris phænomenis dari probatur (93) cujus machinamentum tandem eſt mutua quorundam corporum tendentia occaſione eorum contiguitatis, & a Deo producta, qui unica cauſa efficiens eſt omnis motus, & legum a ſe in natura ſtatutarum effector.

1409. OBJECTIO II. Magnum inter impulſionis, & aſſertum attractionis machinamentum eſt diſcrimen. Primum in natura motus fundatum eſt, qui eadem quantitate perſeverare nititur; in natura materiæ, quæ mobilis, & impenetrabilis loco moveri debet, ne corporis percutientis motus extinguatur; in natura plærorumque corporum, quæ quum aſſidue fermententur, & depereant perpetua ſubſtantiæ aquiſitione, & amiſſione, impulſionem harum ſubſtantiarum mutuam poſtulabant. Alterum machina-

men-

mentum vero neque in natura materiæ, aut corporum fundatum eſt; obſcurum illud, & ignotum, tantum Dei voluntatem præſeferens, & tantum dicens, corpora invicem attrahi, quia Deus illa ita attrahi voluit.

RESPONSIO. Quum utrinque convenitur, ut Carteſiani, & Neutoniani conveniunt, motum a qualitate occulta non produci, *motus omnis cauſam efficientem eſſe Dei actionem*, quodnam inter impulſionis, & attractionis machinamentum diſcrimen invenies? Eadem utriuſque motus cauſa efficiens eſt; utriuſque cauſa determinans eſt Dei voluntas, qui libere impulſionis, & attractionis legem condidit; primam occaſione mpulſus, alteram occaſione coexiſtentiæ corporum. Quodnam igitur inter utrumque machinamentum diſcrimen? aut neque in impulſione, neque in attractione machinamentum eſt, aut utrobique.

I. *Motus impulſionis* neque ex ſe oritur, neque ex materia, neque ex corporibus, ſed unice a Deo, qui has motus leges condidit juxta ordinem a ſe in natura ſtatutum. Quare, exempli cauſa, corpus molle in aliud molle incurrere nequit, quin illi dimidium ſuum motum communicet, ſi maſſæ ſint æquales, quin duas tertias partes ſui motus illi communicet, ſi corpus percuſſum maſſa duplum ſit? Quare corpus elaſticum in aliud elaſticum incurrere nequit, quin totum ſuum motum amittat, ſi maſſæ ſint æquales: quin regrediatur, ſi maſſa percuſſa major ſit? nulla alia horum ratio phyſica afferri poteſt, niſi primitiva Dei voluntas. Deus qui libere has percuſſionis corporum leges condidit, alias omnino diverſas condere potuiſſet; puta, poſt ictum ambo corpora aut quieſcere, aut ambo prima velocitate moveri, aut ambo æqualibus, aut inæqualibus velocitatibus regredi. Nullum ergo in impulſione, ut in attra-

ctione, phyſicum machinamentum eſt, niſi quod a Deo naturæ auctore, & motore eſt.

II. Si naturæ ordo, & corporum perpetua renovatio *legem impulſionis* poſtulabat, num *legem* quoque *attractionis* non poſtulabat? Num demonſtratum eſt, minus impulſione attractionem in natura agere? Demonſtratum eſt primo, attractionem, nulla impulſione, perpetuis periodicis motibus cæleſtia corpora ciere. Certum deinde eſt, ſi impulſio plurimum influit in corporum actionem, qua natura perpetuo reſtituitur; attractionem ſive generalem, ſive peculiarem in hanc ipſam naturæ actionem, ejuſque phænomena plurimum influere; ut primo hujus operis tractatu ſæpius oſtendimus (93, 220, 228, 241).

III. Si ſola impulſione omnia naturæ phænomena explicarentur, attractio, ut ſuperflua reijcienda eſſet. At quum impulſio nihil poſſit in cæleſtibus ſpatiis, in quibus nulla vis impulſiva eſt; quum neque impulſione minora phænomena plurima explicari poſſint, quæ in chemicis operationibus, & in ferme omnium terreſtrium corporum formatione, & diſſolutione obſervantur; cur hæc cauſa ſimul non admittatur, quæ in univerſa natura perpetuis effectibus manifeſtatur?

IV. Si vitio vertitur Neutoniano ſyſtemati, quod motum corporum ſeſe attrahentium Dei actioni tribuat; id quoque Carteſiano obiici poteſt, in quo motus corporum invicem collidentium non occultæ materiæ qualitati, ſed Dei actioni tribuitur.

At neutri ſyſtemati id obiici poteſt. Quodcumque ſequaris, fatearis neceſſe eſt, Deum ſolum naturæ auctorem, & conſervatorem leges motus a ſe libere ſtatutas in natura exequi. Phyſica, in qua aut Deus non admitteretur, aut otioſus tantum admitteretur, ſtolido

lido epicureo potius, quam philoſopho digna eſſet.

V. Neque quum Deo motum corporum invicem collidentium, aut attrahentium tribuimus, impulſionis, aut attractionis machinamentum tollimus; nec tantum dicimus, phænomenon contingere, quia Deus illud efficit; ut inſipienter aliquando Carteſio, & Neutono obiicitur.

Si a Neutoniano petas, cur gravia libere cadentia motum accelerent juxta numeros impares (366); non inſipienter reſpondebit, ita fieri, quia Deus vult; ſed reſpondebit, *hoc ſequi ex generali attractionis lege*: Data hac lege ex motibus cæleſtibus detecta, talem eſſe debere gravium cadentium accelerationem. Reſponſio hæc plane phyſico digna eſt: in quo enim phyſica ſita eſt, niſi in obſervandis generalibus naturæ legibus, earumque in phænomena influxu conſiderando?

Legum harum generalium naturæ explicationem, & cauſam ulteriorem petere ſtultum eſſet. Ex hypotheſi enim leges hæ ſunt omnium naturæ effectuum cauſa generalis, & primitiva; neque primitivarum cauſarum ratio ulla afferri poteſt, niſi *libera*, & *permanens Dei voluntas*, qui talem in natura rerum ordinem quum decreverit, cauſas primitivas ſtatuere debuit, & a nulla alia pendentes, quibus natura juxta ejus decreta moveretur.

1410. OBJECTIO III. Neutonus attractionem admiſit tantum ut hypotheſim, qua phænomena explicarentur, & ut theoriam, a qua facile calculo motus cæleſtium corporum deducuntur. Cur ergo eam theſim facias, quam auctor hypotheſim fecit?

RESPONSIO. I. Parum ſcire intereſt quid de attractione Neutonus ſenſerit; neque enim ejus auctoritate illam aſſerimus. Scire tantum oportet quid nos de illa natura doceat. Atqui

natura docet, impulſionem non eſſe unicam primitivam ſuæ actionis cauſam, eique cauſam aliam, attractionem ſcilicet ſociandam eſſe: ergo æque attractio demonſtrata eſt, ac impulſio.

II. Omnibus phyſicis, & aſtronomis tum Neutonianis, tum Carteſianis fatentibus attractio omnibus naturæ phænomenis, eorumque conſectariis, & conditionibus perfecte congruit. Qui fieri poteſt, ut hypotheſis accuratiſſime naturam referens falſa ſit? Si inanem attractionis hypotheſim ſuſpicemur, eodem jure idem de repulſione ſuſpicabimur, quod ſane perperam fieret. Quare Neutonus edicit, ſe ſyſtema, aut hypotheſim non proponere: *ego hypotheſim non fingo*; profecto quia hanc ipſum naturæ theoriam eſſe arbitrabatur.

§. II.

ATTRACTIONIS LEGES.

1411. LEX I. *Attractio activa, & paſſiva corporum reciproca eſt; ſeu corpus omne illud attrahit, a quo attrahitur.*

DEMONSTRATIO. Sint, exempli cauſa, tellus & luna ad magnam inter ſe diſtantiam in cæleſtibus ſpatiis (1398). Probandum eſt, a tellure lunam, a luna tellurem attrahi.

I. Certum eſt lunam, omneſque ejus partes perpetuo ad terræ centrum tendere; nulla enim alia cauſa eſt, qua luna in ſua orbita detineatur ne per tangentem abeat juxta motus leges (308). Atqui niſus hic, ſeu gravitatio in ſpatiis vacuis a ſola attractione activa telluris oriri poteſt. *Ergo tellus attractionem activam in lunam exercet.*

II.

II. Æque certum eſt, lunæ partes ad lunæ centrum tendere; ceterum dum menſe uno circa ſuum axem rotatur (1243), partes ejus omnes in ſuperficie poſitæ, & ſolutæ neceſſario per tangentem curvæ rotationis effugerent ex vi centrifuga a rotatione orta. Atqui hæc partium lunæ ad ejus centrum tendentia in vacuo cæleſti non niſi ab activa lunæ attractione oriri poteſt. *Ergo luna in ſuas partes attractionem activam exercet.*

At ſi activa hæc lunæ attractio a centro ad ſuperficiem extenditur, cur inæquali vi ad terram uſque non extendatur, quæ tunc a luna attractionem paſſivam ſubibit, & *a luna tellus attrahetur*, ut a tellure luna?

Activa telluris attractio non ſolum partes omnes in ſua ſuperficie diſſolutas, ut maria, & flumina, continet, ne per tangentem fugiant ex vi centrifuga a telluris rotatione circa ſuum axem orta, ſed ad lunam uſque extenditur (1272), cujus motum perpetuo ad telluris centrum inflectit. Quare ergo attractio activa lunæ intra ejus ſphæram coerceretur? Nullus actioni attractivæ telluris limes aſſignari poteſt: qua ratione lunæ attractioni limites aſſignemus, cujus alibi miros effectus in æſtu maris oſtendemus? Ergo mutua inter tellurem, & lunam attractio datur: hanc illa, hæc illam reciproce trahit.

III. Idem dicas de ſole ad planetam, aut cometam quemvis. Sol ſupra ſuum axem rotatur (1181); & ejus attractio, qua ipſius partes retinentur, Jovem in ſua orbita continet. Jupiter circa ſuum axem convertitur (1181): quare *vis attractiva Jovis*, qua omnes ejus partes vi centrifugæ reſiſtunt, nec per tangentem abeunt, ad ſolem uſque non extendatur?

Quum vero eandem vim attractivam corporibus omnibus cæleſtibus, quæ obſervamus, tribuere cogamur, inductione, & judicio analo-

go, quod nihil infirmat, eam totius materiæ propriam cenſere debemus. Ergo corporum attractio ubique reciproca eſt: corpus omne illud attrahit, a quo attrahitur. Q. E. D.

1412. LEX II. *Attractio activa eſt maſſæ corporis attrahentis proportionalis.*

DEMONSTRATIO. Quum attractio activa corporum ſit reciproca; jam ad omnes ejus partes ſpectare debet, & pars omnis propriam attractionem activam habere debet. Ergo vis attractiva corporis eo major eſſe debet, aut minor, quo plures, aut pauciores partes corpus habet; ergo ejus maſſæ debet eſſe proportionalis. Q. E. D.

1413. COROLLARIUM. *Si duo corpora, ut tellus, & luna, tantum a reciproca attractione agerentur, invicem accederent percurrendo ſpatia, quæ eſsent in ratione inverſa maſſarum; & punctum occurſus conſiderari debet tamquam commune centrum eorum attractionis reſpectu tertii corporis, quod a duobus primis ſimul attraheretur* (Fig. 47).

DEMONSTRATIO. I. Sit maſſa corporis A = 10, corporis B = 1. Ex præcedente demonſtratione corpus A in corpus B vim exercet ut 10, dum corpus B in A vim exercet tantum ut 1. Quum itaque effectus ſint cauſis proportionales, corpus B ad A accedet velocitate ut 10; dum corpus A ad B accedet velocitate tantum ut 1. Ergo ſpatia percurſa erunt in ratione inverſa maſſarum; & corpora ſibi occurrent in puncto C decies propinquiore corpori A, quam corpori B.

II. Fiat modo, ut corpora A, & B, non obſtante reciproca attractione ſuis in locis immobilia tertium D ſimul attrahant. Corpus hoc a duabus viribus conſpirantibus actum utrique obtemperare debet deſcribens diagonalem parallelogrammi, cujus latera ſint vires attrahentes (345). Ergo corpus D eo magis ad corpus A

ac-

accadet, quo hujus maſſa major eſt, adeoque, & vis attractiva, quam maſſa ſit, & vis corporis B.

1414. LEX III. *Attractio paſſiva corporis, ſeu quantitas motus in illo orta ex attractione alterius corporis eſt maſsa corporis attracti proportionalis* (*Fig.* 47).

DEMONSTRATIO. Attractio paſſiva corporis eſt ipſa ejus gravitatio, aut gravitas; at gravitas eſt maſſæ corporis gravitantis proportionalis. Obſervatione ſiquidem conſtat, in vacuo corpora omnia eadem celeritate cadere ex propria gravitate, cujus cauſa phyſica eſt activa telluris attractio, quæ æqualem plumæ, ac maſſæ ferreæ velocitatem indit (245). Quum itaque in vacuo, ubi attractiones paſſivæ ſine obſtaculo exercentur, velocitates æquales ſint; jam quantitates motus in corporibus erunt ut eorum maſſæ (273). Ergo corpus B, exempli gratia, ex attractione paſſiva ſuæ maſſæ proportionali ad corpus A attrahens accedet quantitate motus, ſeu vi motrice ut 1, ſi maſſa corporis B ſit ut 1: vi motrice ut 100, ſi maſſa B ſit 100; atque ita deinceps. Q. E. D.

1415. NOTA. Fruſtra contra hanc legem dices, maſſam ferream magis activæ telluris attractioni reſiſtere, quam plumam; adeoque facilius plumam cedere debere, ac velocius cadere.

Hæc falſa hypotheſi innituntur, quam adnotare opportunum eſt. Sit nobis tellus exemplum genericum corporum in alia attractionem activam exercentium. In vacuo corpora a tellure attracta, ut pluma, & ferrum, nullam aliam vim telluris attractioni opponere poſſunt, præter vim inertiæ cujuſvis elementi propriam (287). Atqui vis hæc in quovis elemento eliditur ab attractione activa totius terreſtris maſſæ in quodvis elementum agente ac ſi illud ſolitarium eſſet in pluma, aut ferro, cujus pars eſt.

Quod-

Quodvis ergo corporis attracti elementum, quotcumque iſta ſint, gravitat in corpus attrahens, puta in terræ centrum, velocitate proportionali vi attractivæ, quam in illud tota maſſa corporis attrahentis exercet: ergo quodvis elementum corporis attracti tendit in corpus attrahens æquali velocitate: ſive corpus attractum pluribus elementis conſtet, ſive multo paucioribus. Ergo vis motrix corporis attracti, ſeu gravitantis erit ut ſumma ſuorum elementorum, ſive ut ejus maſſa.

Canon præcipuus, ſeu

1416. LEX IV. *Attractio activa, & paſſiva corporum eſt in ratione duplicata inverſa diſtantiarum, quibus ſejunguntur.*

DEMONSTRATIO. Alibi monuimus, gravitatem corporum paulo majorem eſſe ad polos, quam in Gallia, & in Gallia majorem, quam ſub æquatore (251); multo, ac multo majorem in telluris ſuperficie, quam in luna; & oſtendimus hanc gravitatem eo minorem, quo magis a centro gravitationis corpora recedunt, ſequi rationem duplicatam inverſam diſtantiarum ab hoc centro (1272).

Ergo gravitas corporum, quæ eſt ipſa eorum *attractio paſſiva*, ſequitur rationem duplicatam inverſam ſuarum diſtantiarum. Ergo *attractio activa* corporum attrahentium, quæ eſt unica gravitatis cauſa, ſequitur ipſa quoque duplicatam inverſam rationem diſtantiarum: ſunt enim cauſæ effectibus proportionales. Q. E. D.

NOTA, A ſæculo legem hanc omnes aſtronomi admittunt, quicumque ſint, aut tamquam *principium phyſicum*, a quo cæleſtia phænomena deſcendunt; aut tamquam *regulam geometricam* omnino phænomenis conſonam, quin eorum

rum cauſa ſit. Eam nos utraque ratione admittimus.

I. Philoſophi nonnulli, ut vim hanc attractivam rite percipiant, corpus attrahens conſiderant quaſi *materiam attrahentem* radiorum ſpecie perpetuo emitteret. In hac hypotheſi patet, vim attractivam ſequi debere rationem duplicatam inverſam diſtantiarum: corpus enim attractum huic ſphæræ attractionis immerſum a materia attrahente traheretur, cujus denſitas, & actio ſemper eſſent in duplicata ratione inverſa diſtantiarum a centro irradiationis (898).

Etſi hypotheſis fictitia ſit, nec corpus attrahens materiam ullam attrahentem emittat, potuit tamen Deus decernere, attractionem activam, & paſſivam corporum eandem proportionem ſequi, duplicatam ſcilicet inverſam rationem diſtantiarum. Atqui ita eſſe obſervationes in attractionis lege oſtenderunt in corporibus omnibus obſervationi obnoxiis (1273); judicio ergo analogo rectiſſimo illam & in corporibus, quæ obſervari nequeunt, legem valere jure ſupponemus.

II. Philoſophi alii, qui tranſmarina inventa oderunt, quaſi vero veritas ulli regioni extranea eſſet, dicere auſi ſunt, legem attractionis in ratione directa maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum eſſe *hypotheſim arbitrariam*, non ſolide demonſtratam: eam ſtatui recte non poſſe, niſi accurate planetarum a ſole diſtantias cognoſcamus: has vero nondum notas eſſe: harum magis notam eſſe mediam telluris a ſole diſtantiam: in hoc vero aſtronomorum ſententias differre a leucarum vicies centenis millibus ad quinquagies centena millia.

Perperam iſta in Neutonianam attractionem obtruduntur. Primo lex attractionis non eſt arbitraria, quum in corporibus ad centrum terræ gravitantibus demonſtrata ſit ex theoria ſinus ver-

ſi

ſi ſumpti in orbita lunæ (1272) cujus planetæ a tellure diſtantia probe nota eſt (1220). Poſt hæc ſolide demonſtrata, cur optimo jure eandem legem valere in planetis circa ſolem revolutis non ſupponamus, quum ita circa ſolem convertantur, ut circa tellurem luna? Quid in phyſica notum, ac certum erit, ſi judicium analogicum excludamus, cui tota innititur (*Math.* 135)? Deinde quæcumque ſint planetarum a ſole diſtantiæ, duorum aut trium poſtremorum ſæculorum obſervationibus conſtat, planetas ita circa ſolem converti, ut quadrata ſuorum temporum periodicorum ſint ut cubi diſtantiarum: atqui ex hac obſervatione conſtat juxta geometricam motus theoriam, planetas hos ſingulos agi vi centripeta in ſolem in ratione duplicata inverſa radiorum vectorum (1261, 1304): ergo iterum lex attractionis non arbitraria eſt, ſed demonſtrata; ergo ſi qua ſit de planetarum diſtantia incertitudo, non propterea incerta erit hæc lex, quæ ſine accurata hujus diſtantiæ cognitione demonſtratur. Tandem ſi olim media telluris a ſolis diſtantia non ſatis innoteſcebat, a qua ceteræ omnes diſtantiæ mediæ deducuntur (1263); modo accuratiſſime nota eſt; hac ergo inventa ope parallaxos ſecundorum 8, 42‴ (1221), & ea cum diſtantia, & curva planetarum comparata (1273), non amplius criminationes ſubibit lex attractionis, quæ in ipſum criminantem redeunt. (39)

Inania experimenta huic legi objecta, ſeu

1417. OBJECTIO. Attractioni in duplicata ratione inverſa diſtantiarum obſtant experimenta plurima in alpibus capta horologiis duobus accuratiſſimis minuta ſecunda indicantibus, quorum alterum a montis vertice celerius altero ad montis radices ſemper oſcillavit: numerus vero oſcillationum, ſeu ſecundorum ſuperioris ad nu-

numerum ſecundorum ab inferiore indicatorum fuit ferme ut radius terreſtris ad horologium ſuperius pertingens ad eundem radium ad horologium inferius pertingentem (*). Experimentorum horum ſeries omnium conſentientium ſatis oſtendit (attentis tantum hic ipſis horologiis, quorum oſcillationes ſecunda indicabant), gravitatem in ſuperiore pendulo magis a centro terræ diſtante majorem eſſe, quam in inferiore magis centro terræ propinquo (251); & gravitatem non in duplicata ratione inverſa diſtantiarum, ſed eſſe in directa ratione diſtantiarum a centro gravitatis. Præpropere igitur lex illa Neutoniana ſtatuta fuit.

RESPONSIO. Experimenta Alpina, quæ tantas in philoſophia turbas excitarunt, non niſi a *falſis conſequentiis* inde deductis præcipit judicio celebritatem conſequuta ſunt. Si rectæ iſtæ fuiſſent, jam Neutoni, & Hugenii theoria de viribus centralibus, Galilæi de gravium acceleratione, Leges Kepleri, obſervationes, quibus a celeberrimis geometris telluris figura definita fuit, omnia demum prorſus corruiſſent. Si ego experimentorum horum auctor fuiſſem, omnia horologia fallacia ſuſpicari maluiſſem, quam certiſſimis his veritatibus falſitatis notam inurere. At ne horologia criminemur; ea indicarunt, quæ indicanda erant. Accurata fuerunt, & ad amuſſim conſona: quod in montis vertice erat motum magis, quam quod ad radices erat, acceleravit. Num propterea major erit gravitas in montis vertice, quam ad radices & dire-

(*) *Experimenta hac in tribus, aut quatuor alpibus habita, & omnia concordia videri poſſunt in Ephemeridibus artium, & ſcientiarum, olim* Trivultienſibus, *menſis Junii* 1769, *& Decembris* 1721.

directam radiorun vectorum rationem ſequetur? Eſt hæc falſa conſeqntia ab experimento deducta, & inane fundamentum quo inter fabulas celebrem *legem attractionis* nonnulli ablegare voluerunt. Ut hæc inania oſtendamus, & rei hiſtoriam enarrabimus, & falſa ab Alpinis experimentis deducta palam faciemus.

NEUTONI INVENTUM. Nemo ignorat, memorare tamen juvat, quomodo inventa fuerit *lex attractionis in duplicata inverſa ratione diſtantiarum*: pauca inventa tantam laudem humano ingenio pepererunt. Richerius horologium accuratiſſime minuta ſecunda Pariſiis indicans in Cajennam inſulam tranſtulit: hoc, ut illa in Cajenna accurate indicet, pendulum brevius poſtulat (252). Singulare hoc experimentum effecit, ut Pariſiis, & Londino plurima horologia accuratiſſima in auſtrales regiones tranſferentur: ibi hæc horologia omnia pendulum brevius poſtularunt, ut ſecunda indicarent, & eo brevius, quo æquatori propius erant. Subinde compertum eſt, horologia Pariſiis, & Londini exacta pendulo longiore indigere ſub circulo polari, ut ſingulis ſecundis oſcillarent. Ex his Neutonus arguit, quod deinde phyſici omnes edixerunt, & edicent, *gravitatem ſub æquatore minorem eſſe, quam in Gallia*. (251)

Ex his quoque Neutonus terram diurna revolutione corverti perſuaſus, atque hinc eam ad æquatorem elatam eſſe, ad polos depreſſam (1373), arguit, gravitatem in extremis radiis ad æquatorem minorem eſſe, ad extremos radios minores in Gallia majorem: ſeu *corporum gravitatem minui* quum a gravitationis centro recedunt, *augeri* quum ad illud accedunt.

At *in qua ratione* fit iſtud gravitatis augmentum, & decrementum? Hoc Neutonus in ſummis montibus non inveſtigavit: noverat enim hac methodo rem inepte tentari. Itaque mira, & ingenioſiſſima methodo lunæ ipſius gra-

gravitatem inveſtigavit, & detexit (1272); oſtenditque, lunam 60 radiis terreſtribus a terræ centro diſtantem 3600 vicibus minus gravem eſſe, quam ſi unico radio a terræ centro, quod evidenter ſuum gravitatis centrum eſt, diſtaret. Hinc demonſtratione deducitur *lex gravitationis in ratione duplicata inverſa diſtantiarum* (1416, II.). Quantum inter Caiennenſe experimentum, & Neutoni inventum intervallum!

EXPERIMENTA ALPINA. Quid vero ad experimenta Alpina theoriæ huic oppoſita reſponderet Neutonus? fortaſſe nihil: attamen reponere poſſet.

I. Plane ſingulare fore, ut lex evidenter a phyſica, & geometrica theoria motus deſcendens (1304), tum ab utraque lege Kepleri (1260) in cæleſtibus omnibus motibus obſervata (1273) falſa eſſet.

II. Æque ſingulare fore, ut lex ab omnibus aſtronomicis obſervationibus, & ab innumeris ſummorum phyſicorum experimentis confirmata, tum a præclariſſimis geometris a circulo polari ad æquatorem a Peruviæ litoribus ad altiſſioms Andium vertices vera detecta (*) ad Alpium radices, & cacumina falſa deprehenderetur.

III.

(*) *Bouguerius, & Condaminius in Peruvienſi peregrinatione obſervarunt, pendulum oſcillatorium ſecunda indicans brevius eſſe ad maris ſuperficiem ſub æquatore, quam ad maris ſuperficiem in Gallia* (252). *Obſervarunt deinde, illud Quiti hexapedis* 1500 *ſupra maris Peruvienſis ſuperficiem* (1063) *adhuc brevius eſſe quam ad ipſum mare; ergo penduli hujus gravitas minor erat Quiti, quam ad mare. Obſervarunt deinde in lapidoſo Pichincha vertice ſaltem*

III. Magis adhuc fore ſingulare, ſi lex, quæ Neutoni legi obiicitur, vera eſſet. Si enim gravitas eſſet in *ratione directa radiorum*, ſeu diſtantiæ a centro gravitatis, ut ex Alpinis experimentis contendimus; jam primo gravitas lunæ in tellurem non jam eſſet pedum ferme 15 ſingulis minutis, ut ſuæ curvæ natura poſtulat, ſed eſſe deberet ſingulis ſecundis pedum 60 × 15 = 900; & ſingulis minutis pedum 3600 × 900 = 3240000. Deinde gravitas Saturni in ſolem eſſet ad gravitatem Mercurii in ſolem, ut diſtantia Saturni ad diſtantiam Mercurii a ſole; adeoque data orbitæ utriuſque planetæ portione, puta arcu leucarum decem, curvitas immenſum major eſſe deberet in orbita Saturni,

quam

---

tem hexapedas 2434 *ſupra mare perpendiculariter elevato, ſupra quam altitudinem hominibus fortaſſe experimenta, & obſervationes inſtituere non eſt datum* (1063), *idem pendulum aliquanto adhuc brevius eſſe, quam Quiti: ergo penduli hujus gravitas minor erat in Pichincha vertice, quam Quiti. Hæc omnia videſis in Bouguerii opere, cui titulus* Figura telluris, *cui præmittitur Peruvienſis peregrinationis hiſtoria, pag. XL*, 334, 336, 338, 342, *&c. Nemo ignorat, Maupertuiſium, Camuſium, Clairautium eodem tempore obſervaſſe, pendulum quovis ſecundo oſcillans longius eſſe ſub circulo polari, quam in Gallia. Quare obſervationes omnes cæleſtes, & terreſtres in iis confutandis conſentiunt quæ præcipiti nimis judicio ab alpinis experimentis deducta fuerunt. Queritur in eo opere Bouguerius, nonnulla ſua experimenta perperam relata fuiſſe, alia ſibi affićta fuiſſe. Hinc fortaſſe recens auctor dicendi occaſionem arripuit, juxta Bouguerium gravitatem majorem eſſe Quiti, & in ſummo Pichinchæ, quam ad mare.*

quam Mercurii. Quod aperte falſum eſt, & abſurdum.

IV. A patente hoc barathro emergi non poteſt, niſi theoriam Galilæanam accelerationis gravium negando, ſpatia ſcilicet a gravibus percurſa eſſe ut quadrata temporum (371), & aliam omnino oppoſitam rationem ſtatuendo.

At neque minus ſingulare eſt proferri ad Neutonianam legem tollendam experimenta, quæ re ipſa ab hac lege conſequuntur, & pendent; ut facile apparebit. Ne quid enim de experimentorum accuratione dicamus, quæ maximam poſtulant, & quam adhibitam fuiſſe putandum eſt; certum eſt, corporum terreſtrium gravitate ſuppoſita in ratione duplicata inverſa diſtantiarum a centro, pendulum ſuperius dato tempore plures vibrationes facere debere, quam inferius. Oſtendo.

Idem pendulum ſecundis ſingulis oſcillans (251), quod æquales ſemper arcus in ſuis oſcillationibus deſcribat, collocemus primo ad montis radices, dein in vertice. Sit ſtatio ſuperior hexapedis 1000 inferiore altior; ſtatio vero inferior a terræ centro diſtet hexapedis 3269985, quot longus eſt radius terreſtris in Gallia, & ad Alpes (1387). Gravitas, ſeu vis acceleratrix ejuſdem penduli ſi ſupponatur ſemper in duplicata inverſa ratione a ſua a centro diſtantia; gravitas penduli in ſummo vertice erit ad ejuſdem gravitatem ad radices montis; ut quadratum numeri 3269985 ad quadratum numeri 3269985 + 1000. Si quadrata hæc invicem comparentur, invenietur eſſe primum ad alterum, ut $1069 \frac{2801900225}{10000000000}$ eſt ad $1069 \frac{6145885225}{10000000000}$ ſeu ferme ut 3000 ad 3001. Erit ergo gravitas, ſeu vis acceleratrix penduli ſuperioris minor gravitate inferioris parte ter milleſima: hoc eſt, pendulum ſuperius, quod ratione majoris diſtantiæ tantum vis acceleratricis partem

ter

ter milleſimam amittit, deberet in vacuo perfecto, ceteris paribus, oſcillationes conficere 3000, dum inferius in eodem vacuo oſcillationes conficeret 3001.

At pendulum ſuperius oſcillat in aere admodum rariore, quam inferius; ergo primum minorem altero reſiſtentiam patitur. Utramque aeris reſiſtentiam ſimul conferamus; & oſtendamus, pendulum ſuperius, etſi minimum ſua vis acceleratrix imminuta fuerit, celerius oſcillaturum, quam inferius; adeoque ſuperius dato tempore plures oſcillationes confecturum, quam inferius.

Notum eſt, aerem rariorem fieri, quo magis a mari attollitur (738). Columna aerea ad montis radices mercurium ſuſtineat ad pollices 28: columna aerea in ſummo monte hexapedas 1000 alto mercurium ſuſtinebit vix ad pollices 23 (739). Denſitas ergo aeris, in qua pendulum ſuperius oſcillat, eſt ad denſitatem, in qua oſcillat inferius, ferme ut 23 ad 28; hoc eſt: pendulum inferius ab aere reſiſtentiam patitur ut 6, ſuperius ut 5, & paulo minus. Poteſt ergo pendulum ſuperius, qui vim acceleratricem amittit tantum ut $\frac{1}{3000}$, & minorem reſiſtentiam patitur ut $\frac{1}{6}$ ab aere ambiente, majorem ad oſcillandum facilitatem obtinere quam amittat.

Ut experimenta hæc contra Neutonianam gravitationis legem valerent, in vacuo facienda fuiſſent. Neque vero hoc ſatis fore aſſerimus, ſed neceſſarium eſſe aſſeveramus. Experimenta pendulis capta in Cajenna, in Gallia, ſub circulo Polari, ad litus maris in Peruvia, in vacuo, fateor, habita non fuerunt; verum aut ad mare, aut paulo ſupra mare capta fuerunt in aere, in quo ubique mercurius ad 28 pollices ſuſtentatur. Ergo in his omnibus experimentis æqualis ubique aeris reſiſtentia ſupponi poteſt; & ſatis eſt in his pendulorum oſcillationes in di-

diverſis illis regionibus comparare. At quum pendulorum experimenta in diverſis admodum ſupra mare elevationibus capta ſunt, inæqualis medii reſiſtentia attendenda eſt (*); patet ſiquidem, vim, exempli gratia ut 100, cujus partem elideret vis ut 10, prævalere poſſe alteri vi ut 101 ex parte eliſæ a vi ut 13.

V. Omnino non repugnare, ſtante attractione in ratione directa maſſarum, & ratione duplicata inverſa diſtantiarum, veram, & abſolutam gravitatem caſu quodam majorem eſſe in pendulo ſuperiori, quam in inferiori. Si enim inter duo hæc pendula ingens, & denſiſſimus mons jaceat, montis hujus attractio ſolitaria ob maximam denſitatem, & propinquitatem auge-

(*) *NOTA. Conſulendus primus auctor experimentorum, quæ objiciuntur, & profeſſor emeritus phyſicæ Auguſtæ Taurinorum monet, in ſtatione inferiore barometrum prope pendulum ſtetiſſe ad pollices 27, lineas 6; in ſuperiore prope aliud pendulum ſtetiſſe ad pollices 19, lineas 8. Aeris denſitas, & reſiſtentia in hiſce ſtationibus erat ferme ut 4 ad 3; quare in ſtatione ſuperiore pendulum reſiſtentiam ab aere quarta ferme parte minorem ſuſtinebat.*

Bouguerius nullam reſiſtentiæ aeris in ſuis penduli experimentis rationem habet. At ejus pendulum oſcillationes faciebat decreſcentes, quod omnino diſſimile erat a pendulis, quibus experimenta in Alpibus capta fuerunt. In pendulo Bouguerii reſiſtentia aeris tantum arcuum amplitudinem in oſcillationibus mutabat, non oſcillationis tempus, quæ eodem ſemper tempore ſive per majorem, ſive minorem arcum complebatur. In pendulis Alpinis aer denſior quamlibet oſcillationem in arcu ſemper æquali difficiliorem, & longiorem efficere debebat.

gebit ſuperioris penduli gravitatem, inferioris imminuet. In hac hypoteſi, quam veram non putamus, Alambertius breviſſima diſertatione oſtendit, poſita montium ſerie cujuſvis figuræ, cujus extenſio ſit altitudine multo major, gravitatem eandem fore ad montium horum radices, & ad verticem, ſi eorum *denſitas media* ſit tantum tertia parte major denſitate media globi terreſtris: & poſita denſitate media montium, in quibus experimenta Alpina capta fuerunt, ad denſitatem mediam globi terreſtris proxime ut 8 ad 3 pendula ſuperiora præ inferioribus acceleratura quantitate ab experimentis indicata.

CONCLUSIO. Utile eſt nova experimenta tentare, vetera repetere, periculoſum tamen conſectaria temere admittere, quæ eorum auctores præcipiti judicio deducunt novi inventi ſpecie decepti. Recens auctor, qui ab experimentis Alpinis Neutonianam attractionen de medio ſublatam ſe videre viſus eſt, ait, hiſce experimentis complures phyſicæ attractionis defenſores a ſententia receſſiſſe, neque, eos erubeſcere ab attractione ad repulſionem converti. Parænesim addit, quæ aliquando, etſi non hic, opportuna eſſe poterit. „ Quid enim, ait ille, erubeſcant? „ Si prima laus eſt non errare, altera certe eſt „ illico a noto errore recedere. Prima quoque „ hæc laus tempore tantum prima eſt: altera „ duo vincit, errorem, & amorem ſui “. Si qui Neutoni aſſeclæ ad alteram hanc laudem nimium feſtinarunt; ex hac parænesi ad tertiam præcedentibus anteferendam feſtinent, quam ſententiam præpropere deſeruerunt iterum admittendo.

COROLLARIA.

1418. COROLLARIUM I. *Vis attractiva corporis eſt ejus maſſa diviſa per quadratum diſtantiæ a corpere attracto*, IX-

EXPLICATIO. Ex prima, & quarta lege ſuperius demonſtrata corollarium deſcendit. Quare quum duo corpora tertium attrahunt, vires attrahentes comparari poſſunt hac analogia: vis attractiva unius corporis eſt ad vim alterius, ut maſſa primi diviſa per quadratum ſuæ diſtantiæ a corpore attracto, ad maſſam alterius diviſa per quadratum ſuæ diſtantiæ ab eodem corpore. $F : f :: \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}$. Unde ſequitur,

I. Parvum corpus in parva diſtantia majore vi attractiva pollere poſſe, quam corpus maſſa multo majore in maxima diſtantia.

II. Poſitis diſtantiis æqualibus, vires attractivas eſſe ut maſſas.

III. Si maſſæ ſint æquales, vires attrahentes eſſe in duplicata inverſa ratione diſtantiarum a corpore attracto.

1419. COROLLARIUM II. *Poſita cujuſque materiæ elementi attractione activa in ratione duplicata inverſa diſtantiæ, corpuſculum extra ſphæram ad hujus centrum ita attrahetur, ut attraheretur, ſi tota ſphæræ materia in centrum collecta eſſet.* (*Fig.* 48)

EXPLICATIO. I. Sit primo tota ſphæræ attrahentis A B D E materia in centrum C collecta. Corpuſculum P attrahetur in C ab omnium elementorum ſumma, quorum vires omnes attractivæ æquales erunt, ob maſſarum, & diſtantiæ a corpore P æqualitatem.

II. Fiat deinde, ut omnia hæc elementa in C collecta in ſphæram A B D E circa centrum C extendantur: alia ad P accedent, alia a P recedent. Quantum partes anteriores A B D vim attractivam ex majori propinquitate augebunt, tantum poſteriores A E D vim attractivam ex majore diſtantia amittent. Ergo adhuc corpuſculum P a ſphæra attrahetur, ac ſi tota ejus materia in centro C eſſet.

III. Etſi actio conjuncta elementorum *n m*,

AD, *rſ* obliqua ſit corpuſculo attracto P; quum tamen omnia hæc elementa ſint reſpective ad æquales diſtantias à corpuſculo P, & a centro C, attractio PC fiet per infinitas diagonales, quæ omnes cum diametro BCE confundentur; & corpuſculum P quum non magis ad A, quam ad D attrahatur, ad centrum C per diagonalem PC tendet.

IV. Hinc diſtantias duorum globorum ſeſe attrahentium æſtimando, hæ non a ſuperficiebus, ſed a centris ſumendæ ſunt.

1420. COROLLARIUM III. *Si corpus attrahens ſit ſphæroides hinc compreſſus, illinc elatus, corpuſculum extra ſphæroidem inter intumeſcentiam, & depreſſionem poſitum attrahetur ad axis punctum a centro diverſum.* (*Fig.* 50)

EXPLICATIO. Poſita vi attractiva in quovis materiæ elemento in duplicata inverſa ratione diſtantiæ, ſi ſphæroides AB eſſet ſphæra, corpuſculum P ad centrum C gravitaret, ut in corollario præcedente, ex viribus *nn*, *mm* *rr* æque diſtantibus, & æque ad P obliquis.

At partes A, & B extra globum extantes æqualem attractionem in corpus P non exercebunt. Partes enim attrahentes in A ſitæ ſunt a P minus diſtantes, illique magis directæ, quam quæ in B ſunt. Ergo P fortius attrahetur ad A, quam ad B. Ergo ejus gravitatio ex hac activa attractione orta illud non trahet ad centrum C ad æqualem ab A, & B diſtantiam, ſed ad punctum D extra centrum, & ipſi A, quam ipſi B propinquius.

I. Hinc apparet cur *corpora terreſtria ubique ad ipſum terræ centrum non graviteni*, ut alibi monuimus (1374); ob æquatoris intumeſcentiam, & polorum depreſſionem, unde tellus ſphæroides eſt (1373). Directio gravitatis non niſi ſub æquatore, & polis ad ipſum centrum tendet: ubique intra hos terminos gravitas ad axis punctum intra æquatorem, & polum proximum dirigetur.

I. Ex

I. Ex theoria attractionis activæ explicatur *cur gravitas ubique ſit horizonti perpendicularis.*

Sit $v\ x\ y$ minima pars ſuperficiei maris, ad quam gravitet corpus P ſuæ gravitati relictum. Tria elementa aquea $v\ x\ y$ propinqua, & exigua ex attractione activa in illa, & in corpus P a terreſtri ſphæroide exercita in aquæ ſuperficie æquilibrantur ad opportunam a terræ centro diſtantiam, & horizontem ſenſibilem efficiunt puncti x medii in parva hac ſuperficie.

Corpus P eadem attractione affectum, qua elementum x eandem habet ad ſphæroidem terreſtrem tendentiam, quam ipſum x; ergo P tendet in x, & directio ſuæ gravitatis erit perpendicularis horizonti ſenſibili puncti x, ſeu parvæ ſuperficiei planæ, quam elementa ipſi x contigua efficiunt.

1421. COROLLARIUM IV. *Si corpuſculum duabus ſphæris inæqualibus, & homogeneis contiguum ſit, vis, qua a ſphæris attrahetur, erit ut earum radii.* (*Fig.* 54)

EXPLICATIO. Præciſa diſtantia, vires corporum attrahentes ſunt ut maſſæ (1412); at in ſphæris maſſæ ſunt ut cubi radiorum (*Math.* 622). Ergo vires attractivæ harum ſphærarum eſſent ut cubi radiorum.

At in ſphæris A, *a*, ſibi, aut eidem corpuſculo *m* interpoſito contiguis centrum attractionis eſt non ſuperficies, ſed ſphærarum centrum (1419); ergo vires harum ſphærarum corpus *m* attrahentes erunt ut cubi radiorum diviſi per horum radiorum quadrata (1416); adeoque ut ipſi radii. Cubi enim per ſuam ſecundam potentiam diviſi quotiens eſt ipſa radix, quæ hic eſt radius: $\frac{r^3}{r^2} = r$.

Objectiones ſolvendæ.

1422. OBJECTIO I. Si *attractio corporum mutua eſt*, globi duo plano horizontali impoſiti,

Q 2 & con-

& contigui ſeparationi reſiſtere deberent: ſeparati, alter in alterum tendere deberent donec contigui fierent; at neque ſeparationi reſiſtunt, neque contiguitatem ſejuncti vel minimo ſpatio affectant. Ergo attractio in experientia evaneſcit; ergo fabuloſa eſt, & conficta.

RESPONSIO. Attractionem dari jam oſtendimus, eamque in corporibus omnibus mutuam eſſe. Oſtendamus modo, nihil ab allato experimento contra illam inferri. Ex hac objectione a Neutono parvi facta nihil adverſariis ſperandum eſt. (*Fig.* 51)

I. Ex ipſa theoria, quæ impugnatur, ejuſque demonſtrationibus mutua corporum terreſtrium attractio erit minima, & inſenſilis totius terreſtris maſſæ, in eadem corpora attractioni comparata. Concipiamus enim hinc globum terreſtrem T, illinc globum *a* ejuſdem cum tellure denſitatis, diametro unius pedis, & corpuſculum *b* illis contiguum, & ab utroque attractum.

In hac hypotheſi corpus *b* tendet ad centrum globi unius pedis diametrum habentis vi, quæ ad eam, qua ad terræ centrum tendit, erit ut globi radius *ba* ad telluris radium *b*T (1421); hoc eſt ut 1 ad 39239820: a primo quippe numero diameter globi, ab altero media telluris diameter exprimitur (1377). Ergo corporis *b* niſus ad globum *a* eſt minor ejus niſu ad globum terreſtrem vicibus ferme 40000000. Quis jam miretur niſum illum eſſe inſenſilem?

Hinc colliges cur duo globi contigui in plano horizontali ex mutua attractione ſenſibiliter ſeparationi non reſiſtant, nec ſejuncti ad contactum concurrant; quum attractio alia veluti infinita telluris illos ad horizontale planum premit, a quo eorum gravitatis centrum ſuſtinetur.

II. Si globi duo ejuſdem cum tellure denſitatis A, & B diametro unius pedis in ſpatio infinito ſolitarii exiſterent, & tribus tantum lineis diſtarent, calculo inveniemus, menſem ferme poſtulare

lare, ut ex mutua attractione contigui fiant. Facile calculi principia intelliges. Nam vires attrahentes ſphærarum homogenearum ſunt ut earum radii (1421): & totius terreſtris maſſæ attractio activa corpori prope ſuam ſuperficiem gravitatem indit, qua ad terræ centrum accedit percurrens quovis ſecundo temporis pedes ferme 15. (248)

Quare ſi tellus globus eſſet, cujus diameter eſſet ſua duplo minor; attractio paſſiva corporis attracti eſſet duplo minor, ſeu rpedum $7\frac{1}{2}$ quovis ſecundo; ſi ejus diameter eſſet centies millies minor, etiam attractio paſſiva corporis eſſet centies millies minor, ſeu pedum 15 pars centies milleſima; tandem ſi ejus diameter eſſet veræ $\frac{1}{40000000}$, ſive unius pedis, ejus vis attrahens & motus corpori attracto impreſſus eſſet $\frac{15}{40000000}$ quovis ſecundo. (*Fig.* 51)

Motus horum globorum in ſpatio infinito ex minima velocitate inſenſilis eſſet (921), quamvis nihil mutuæ eorum attractioni obſiſteret. At ſi hi globi plano impoſiti ſint, & vi veluti infinita in planum trahantur; vis hæc AT, & BT veluti nullam reddere debet mutuam eorum attractionem AB, qua tandem contigui fieri potuiſſent. Quare patet, nihil ex objecto experimento contra attractionem, a qua ipſa pendet, inferri poſſe.

III. Mutua hæc terreſtrium corporum attractio ſenſilis fiet in corporibus, quorum maſſa aliquam ſenſibilem ad telluris maſſam rationem dicit. Hoc Bouguerius, & Condaminius in Peruvia experti ſunt. Norunt illi, *ingentem montem Chimborazo quadrantis perpendiculum attrahere*; & pluribus ſtellarum obſervationibus ad montis hujus auſtralem, & borealem plagam repetitis deprehenderunt, immanis hujus maſſæ attractione diſtrahi a verticali quadrantis perpendiculum ſecundis octo, & ultra.

1423. NOTA. Hæc obſervatio, cui immanis montis maſſa, & opportuna figura aditum dedit, a peritiſſimis geometris ſumma diligentia habita, cujus narrationem in opere alibi citato (1417) invenies, ſit *nova mutuæ attractionis* omnium naturæ corporum *demonſtratio*. Jam vero phyſice explicatur. (*Fig.* 52)

Sit M immanis mons, cujus maſſa ſenſibilem ad telluris maſſam, rationem dicat: ſit T telluris centrum: A ſtella, ſeu punctum ad obſervatoris zenith, F P filum a perpendiculo P tenſum.

I. Quum pondus P a ſola tellure ſenſibiliter attrahitur, directione F T ad telluris centrum gravitat, ubi tota telluris vis attractiva veluti reſidet (1419). Tunc vero ſtella A in zenith perpendiculi, & obſervatoris poſita in fili F P directione videbitur.

II. At quum perpendiculum P ſimul & a telluris attractione PT, & a montis extantis attractione PM trahitur, gravitare debet directione P V, quæ eſt diagonalis parallelogrammi, cujus latera ſunt vires duæ conſpirantes, quarum vis attractiva in pendulum P ſimul exercetur (345): tunc vero filum P F non ad ſtellam A in zenith poſitam dirigetur, ſed ad aliud cæli punctum B ſeptem aut octo ſecundis a zenith diſtans.

Nihil intereſt cujus figuræ ſit mons M; modo ejus maſſa extra globum extans ſit tanta, ut ſenſibilem ad telluris maſſam rationem dicat. Hujuſmodi eſt Chimborazo, qui inter altiſſimos, & maximos orbis montes eſt recenſendus. (498, 1063, IX.)

1424. OBJECTIO II. Si attractio activa eſt in ratione directa maſſarum, & in duplicata inverſa diſtantiarum, luna ab attractione multo majore ſolis terræ eripi deberet; tunc vero aut in ſolem caderet, aut tellure relicta, circa ſolem periodice converteretur. Sit enim luna in conjunctione inter tellurem, & ſolem, & utriuſque actionem in lunam expendamus. Sit ſol S, tellus T, luna A. (*Fig.* 22) Præ-

Præciſis diſtantiis, attractiones ſunt ut maſſæ (1418). Atqui ex calculis, & obſervationibus aſtronomorum ſol eſt tellure ferme decies centies millies major (1190); ergo vis attrahens ſolis vi telluris eſt ferme decies centies millies major. Si ergo luna æque a tellure, & ſole diſtaret, a ſole attraheretur vi decies centies millies majore, quam a tellure.

At quoniam luna telluri, quam ſoli propinquior eſt, & attractio activa ſemper eſt in ratione duplicata inverſa diſtantiarum, attractio telluris per quadratum diſtantiæ a luna, & attractio ſolis per quadratum ſuæ diſtantiæ a luna dividatur. Ex obſervationibus media telluris a luna diſtantia eſt ferme ſemidiametrorum terreſtrium 60 (1220); & media ſolis a luna diſtantia earundem ſemidiametrorum ferme 20000. (1187).

Diviſa telluris attractione activa $=1$ per quadratum 60, erit attractio telluris in lunam $= \frac{1}{3600}$; diviſa ſolis attractione $= 1000000$ per quadratum 20000, erit attractio ſolis in lunam $= \frac{1000000}{400000000} = \frac{1}{400}$. Si hæ fractiones cumparentur (*Math.* 199), invenies attractionem ſolis, ad attractionem telluris in lunam eſſe ut 9 ad 1. Ergo ex ipſa attractionis theoria ſol telluri ſatellitem auferet; quod quum falſum ſit, falſam quoque Neutonianam ſententiam probat.

RESPONSIO. Objectio duabus falſis ſuppoſitionibus innititur. Harum prima eſt, ſolis maſſam maſſa telluris eſſe decies centies millies majorem: altera lunam nihil habere, quod ſolis attractioni obſiſtat. Has ſuppoſitiones evolvamus & objectio evaneſcet.

I. Sane conſtat, ſolem *volumine* ferme tellure decies centies millies majorem eſſe; non tamen & *maſsa* tanto majorem eſſe conſtat. Veroſimillimum, & pene certum eſt, ſolis materiam telluris materia multo rariorem eſſe.

Non ergo decies centies millies major eſt ſolis attractio telluris attractione ; attractio enim , præciſa diſtantia , non voluminibus , ſed maſſis proportionalis eſt. Maſſa telluri volumine æqualis, & millies rarior attractionem activam haberet millies minorem.

Nihil certum eſt , unde quanto ſol tellure rarior ſit colligi poſſit. At ad difficultatem diluendam ſatis eſt ſcire , ſolem tellure multo rariorem eſſe debere ; adeoque & ejus attractionem multo minorem fore, quam ab adverſariis ſupponatur. (*Fig.* 21)

II. Luna præter motum rotationis circa ſuum axem, & revolutionis, quo circa tellurem convertitur , *tertium motum* habet , quo cum tellure circa ſolem quotannis agitur. Poſtremo hoc motu luna cum tellure ſolis attractioni ſe ſubducit: ubicumque enim ſit in ſua orbita motu projectili ab occidente in orientem agitur , quo circa ſolem anno uno , ut tellus , fertur . Ergo luna, ut & tellus, hoc motu annuo perpetuo nititur a magna ſua curva epicycloidali per infinitas curvæ hujus tangentes, aut ſecantes effugere, per quas omnes a ſole recederet. Ergo, ſi quoque ſol telluris denſitatem obtineret ,luna a ſolis attractione abripi non deberet, quum attractioni huic perpetuo obſiſtat, imo ejus magnam partem elidat vis centrifuga a ſole, quam ex motu projectili obtinet , a quo cum tellure circa ſolem agitur in conſequentia ſignorum , directione TVXZT.

1425. OBJECTIO III. Si vis attractiva ſequitur rationem duplicatam inverſam diſtantiarum , erit hæc veluti infinita quum diſtantia nulla eſt. Ergo ſaxum ſolo impoſitum illi vi veluti infinita adhærere deberet: arena huic ſaxo contigua illi quoque vi veluti infinita adhærere deberet: omnia demum corporum elementa contigua invicem infinitam adhæſionem, adeoque & duritiem habere deberent. Atqui hæc omnia falſa ſunt; ergo & attractionis theoria. RES-

RESPONSIO. Omnia ferme principia perperam intellecta ad abſurda deducunt. Vis attrahens corporum ſane eſt maſſis per quadrata diſtantiarum diviſis proportionalis; non tamen ex principio hoc vero ab adverſario illata conſequuntur. Facile hoc oſtenditur. (*Fig.* 51)

I. Sint globi duo æquales, & homogenei A, & B tribus diametris invicem diſtantes. Utriuſque globi vis attractiva eſt maſſa 1 diviſa per quadratum diſtantiæ 3, ſcilicet $\frac{1}{9}$. Invicem globi accedant ad diſtantiam duarum diametrorum: utriuſque vis attractiva erit maſſa 1 diviſa per quadratum diſtantiæ 2, ſcilicet $\frac{1}{4}$. Tandem globi contigui fiant: eorum vires attractivæ, quarum activitatis centrum eſt globorum centrum, non ſuperficies (1419), adhuc una diametro diſtabunt: erit igitur utriuſque vis attractiva 1 diviſum per quadratum diſtantiæ 1, ſcilicet $\frac{1}{1} =$ 1. Nihil horum vim dicit infinitam.

Idem dicas de ſaxo terræ inſidente, de atomo ſaxum tangente. Semper diſtantia aliqua intercedit inter centra virium activarum, quæ ſemper tantum invicem diſtant, quantum centra maſſarum attrahentium. Nunquam ergo diſtantia nulla eſt; ſemper enim tanta ſaltem eſt quantum ſpatium centris interjacens.

II. Neque dixeris, globos, de quibus modo, majorem proximitatem, quam quæ ex ſuperficierum contactu eſt, obtinere poſſe; & eorum centra attractionis magis, magiſque invicem accedere poſſe, ſuperficiebus compreſſis. Tunc enim globorum materia non amplius commune attractionis centrum haberet; & quævis portio materiæ hujus compreſſæ peculiarem ſuum centrum haberet, ut mox explicabimus.

1426. ASSERTIO. *Maxima videtur duorum globorum vis attrahens quum contigui ſunt.* (*Fig.* 31)

EXPLICATIO. Certum eſt primo, recedentibus invicem globis, eorum actionem attrahentem minui in duplicata inverſa diſtantiarum

ratione (1416). Oſtendamus modo, globos hos invicem penetrari non poſſe, quin eorum attractio minuatur.

I. Globus ferreus N ad maximam intra terras profunditatem D deſcendens partem ſuæ gravitatis amittere debere videtur. Hic globus enim in P attrahitur ad T totius telluris P R M S P attractione; quaſi vero tota globi materia in T collecta eſſet.

At quum globus eſt in D, ad terræ centrum attrahitur tantum a telluris parte R D S M R; & eodem tempore attrahitur in P directione oppoſita a tota telluris parte R D S P R.

Quare ſi hujus globi D augetur attractio paſſiva ad telluris centrum acceſſu; videtur partem ſuæ gravitatis amittere debere, ſeu ſuæ attractionis paſſivæ ex oppoſita attractione, a qua ad telluris ſuperficiem P trahitur. Aſt hæc gravitatis diverſitas non niſi minima eſſe poteſt in experimentis omnibus, quæ capi poſſunt; aliquot enim centenaria pedum telluris radio comparata nulla ſunt.

II. Si ad telluris centrum cavitas ſphærica eſſet diametro nonnullarum hexapedarum: globus hic ferreus in media cavitate T poſitus nullam haberet gravitatem; æque enim quaquaverſum traheretur a ſtratis omnibus concentricis materiæ ambientis; hæ vero attractiones omnes æquales, & oppoſitæ invicem eliderentur. Quamobrem ſi quis in cavitate hac *omno* verſaretur, quaquaverſum in hac concava ſuperficie procedere poſſet, ſicuti nos quaquaverſum in convexa telluris ſuperficie incedimus, hoc tamen diſcrimine, quod nos gravitatem habemus, qua perpetuo ad terræ centrum trahimur: ille nullam neque ad centrum, neque ad terræ ſuperficiem gravitatem haberet.

1427. OBJECTIO IV. Si mutua attractio in directa ratione maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum (1418) eſt generalis lex corpora omnia afficiens; natura ad ſuum ordinem per-

tur-

turbandum perpetuo adigitur, & informis fieri nititur. Remotiſſimæ enim ſtellæ, ultra quas nullum corpus eſt, ad penultimas perpetuo trahi debent; hæ a ſequentibus; atque ita porro. Ergo ſtellæ omnes motu accelerato cum planetis, ac cometis illas circum euntibus ſibi invicem occurrere debent; & cito fient informis maſſa in idem ſpatium collecta, atque commixta; hoc eſt informe chaos, de quo poetæ cecinerunt.

RESPONSIO. Lex attractionis a nobis expoſita nihil tale neque proximum, neque remotum prænunciat. Ut objectionem majori claritate diluamus, ſupponamus in cæleſtibus ſpatiis ſtellas duas tantum exiſtere, ſolem noſtrum A, & Syrium B, circa quos ſingulos planetæ nonnulli convertantur. Dico legem attractionis non poſtulare, ut ſol, & Syrius invicem in unum concurrant. Idem de aliis ſtellis dicetur (*Fig.* 49).

I. Mutua vis attractiva ſolis, & Syrii non niſi minima eſſe poteſt ratione maximæ diſtantiæ, per cujus quadratum eorum attractio activa dividenda eſt (1418). Ut minimam ſolis vim attrahentem in Syrium eſſe oſtendamus, ſolis primo vim hanc in tellurem conſideremus. Gravitas telluris in ſolem metitur attractionem activam ſolis in diſtantia centra ſolis, & telluris ſejungente: hæc ſolis actio in tellurem motum telluri imprimit, quo nititur ad ſolem accedere ferme pedibus 32 uno minuto (1273): eundem vero motum Syrio imprimeret, ſi ſoli æque propinquus eſſet, ac tellus eſt.

Verum ſolis actio attractiva decreſcit in duplicata inverſa ratione diſtantiarum. Quare ſi tellus duplo diſtaret, ejus niſus in ſolem ab hujus attractione ortus eſſet quadruplo minor, adeoque octo pedum ſingulis minutis; ſi tellus millies tantundem diſtaret, ejus niſus in ſolem

eſſet decies centies millies minor, ſeu $\frac{1}{1000000}$ pedum triginta duorum. Tandem ſi tellus eſſet ad diſtantiam Syrii, quæ veluti infinite magna eſt, ejus niſus in ſolem eſſet veluti infinite parvus, ſeu pedum 32 pars veluti infiniteſima quovis minuto temporis; adeoque infinitis ferme minutis exercenda eſſet, ut tellurem per pedes 32 ad ſolem adduceret. Ergo mutua ſolis, & Syrii attractio erit veluti infinite minima, & effectus tantum pariet phyſice nullos.

II. Si tamen quidpiam incommodi ex hac minima attractione adhuc timeatur, facile huic quoque occurremus. Minima enim mutua attractio horum aſtrorum innumeris modis elidi poteſt. Quoniam quinam a Deo ex innumeris ſelectus fuerit ignoramus, unum quemlibet exemplo afferamus.

Sint A, & B ſol, & Syrius, quos tamquam extrema mundi corpora conſiderabimus, intra quos alii ſoles C poſiti ſint. Ex recentiorum placitis centrum ſolis omnino immobile non eſt in centro mundi noſtri planetarii; ſed re ipſa mobile periodice exiguam orbitam *a a a* deſcribit circa quoddam centrum A non procul a centro ſolis, revolutione planetarum revolutioni valde ſimili, quæ attractionis activæ planetarum in ſolem dum circa illum convertuntur veroſimiliter effectus eſt. Ex revolutione *a a a* circa centrum A ſol exiguum motum centrifugum habet per tangentes *a t*; quo ſatis, ſuperque deſtrui poteſt minima illa attractio paſſiva ſolem A ſollicitans in Syrium B.

Faciat Syrius ſimilem revolutionem *b b b* circa centrum B non procul ab ejus centro; hæc vero Syrii revolutio *b b b* ſit ſolis revolutioni *a a a* parallela. In hac hypotheſi non repugnante, imo veroſimili, Syrius quoque vim habebit centrifugam per tangentes *b t*, qua perpetuo nititur

titur a ſole A recedere, quæque ſatis, & ſuper eſt, ut minima attractio paſſiva, qua ad ſolem A trahitur, elidatur. Nihil ergo in extremis his mundi globis erit, quo in hac hypotheſi inter innumeras alias aſſumpta, invicem accedere debeant.

Tertius ſol C ad æqualem inter illos duos diſtantiam æque ad A, & ad B trahetur; nihilque erit, quo dimoveatur. Ergo in hypotheſi Neutoniana ordo primitus in natura a Deo ſtatutus immutabilis perſeverabit, nec in antiquum chaos revertetur.

III. Attractionis theoria obſervationibus mundi noſtri planetarii dumtaxat comprobata eſt. Ex his demonſtratum eſt, attractionem eſſe generalem naturæ legem in corporibus circa ſolem noſtrum revolutis; non tamen demonſtratum eſt & in aliorum ſolium ſyſtemate illam vigere.

Quum mutua corporum attractio non ſit proprietas materiæ intrinſeca, & eſſentialis, ſed tantum liberæ Dei voluntatis effectus, patet, Deum alium rerum ordinem in quovis alius ſolis ſyſtemate ſtatuere potuiſſe. In hac hypotheſi, cui nihil obeſt, activa attractio ſolis in ſtellas nulla eſſet.

IV. Verum, quum præter probabilitatem non ſit, Deum totam rerum univerſitatem eidem attractionis legi ſubjeciſſe; dicendum eſt, ſi attractio & in ſtellas mutuo agit, Deum res ita diſpoſuiſſe, ut minimæ hæ attractiones in iis diſtantiis invicem æquilibrentur, & elidantur; & quantum ab innumeris minimis attractionibus ſtella una directione trahitur, tantundem ab æqualibus minimis attractionibus directione oppoſita trahatur, ut ſupra explicavimus. Hinc naturæ ordo a Deo primitus ſtatutus immutatus perſeverabit.

1428. OBJECTIO V. Plurima ſunt phænomena aſtronomica, quæ attractione non explican-

cantur. Exempli gratia, attractione non explicatur quare planetæ circa proprium axem convertantur; quare ab occidente in orientem potius, quam oppoſitam revolutionem circa ſolem habeant; quare eorum orbitæ omnes zodiaco incluſæ ſub diverſis angulis interſecentur; aliaque hujuſmodi. Ergo tamquam cauſa inſufficiens attractio Neutoniana reiicienda eſt, & ad impulſionem Carteſianam, qua omnia explicantur cæleſtia phænomena, redeundum.

RESPONSIO. Plane cum Neutonianis fatemur, in attractionis principiis nullam phænomenorum cauſam mechanicam aſſignari; & eorum rationem nullam reddi, niſi Dei voluntatem primitus talem rerum ordinem ſtatuentis, & talem potius, quam alium, planetis circa ſuum axem, & circa ſolem motum imprimentis.

Initio temporum ante Dei actionem planetæ, ut materia omnis, inertes erant, nec motum potius, quam quietem poſtulabant; moti fuerunt, & adhuc moventur motu illis primum a Deo indito, quem cauſa nulla in vacuo, in quo moventur, deſtruere poteſt.

Aliam motus hujus cauſam, præter Dei voluntatem poſtulare, abſurdum eſt. Peteretur enim *cauſa mechanica* ubi nulla cauſa mechanica haberi debet.

Pete a Carteſio, qui ubique cauſas mechanicas vult, cur vortex ſolaris ab occidente potius in orientem, quam contra convertatur: reſpondebit, nullam rationem aliam reddi poſſe, niſi quia Deus ita vorticem hunc converti voluit; & quum de primis rerum principiis agitur, abſurdum eſſe aliam rationem, præter Dei voluntatem, poſtulare. Ita reſpondebit Carteſius, ut philoſophum decet: ita & nos reſpondemus.

1429. NOTA I. *Duo* in natura ſunt *phænomenorum genera* diſtinguenda. Alia, ut perſeve-

verent, cauſam perpetuo agentem, & applicatam poſtulant; cujuſmodi ſunt ſuſpenſio mercurii in barometro, penduli oſcillatio, planetæ motus per curvam. Alia, ut perſeverent, obſtacula tantum omnia remota eſſe poſtulant, qua primigenia eorum actio interturbari, aut elidi poſſit: hujuſmodi eſt motus rotationis ſphæræ in vacuo, aut corporis cujuſque ſolitarii in vacuo infinito motus per lineam rectam.

I. *Primi generis phænomena* cauſam perpetuo agentem poſtulantia exigunt, ut phyſicus vires inquirat aptas illa producere, & permanentes, ut perpetuo exiſtant; tum ut modum, quo vires hæ agunt, & actionis quantitatem in diverſis circumſtantiis definiat.

Hoc ipſum immortalis Neutonus præſtitit, planetarum, & cometarum motum ellipticum explicans: hoc enim phænomenon cauſam perpetuo applicatam poſtulat, qua eorum motus projectilis per rectam tendens perpetuo inflectatur, & cauſam perpetuo variabilem, cujus actio duplicatam inverſam diſtantiarum rationem ſequatur. Mira profecto hac in re eſt Neutonianæ philoſophiæ præſtantia. Non tantum Neutonus, ut vorticum aſſertores, phænomena rudi quadam Minerva in eorum cauſis inquirit: ſed incerta reiiciens, cælum totum accurato calculo ſubiicit; & ſublimibus matheſeos principiis ab attractione phænomena omnia cæleſtia, eorumque conſectaria omnia, conditiones, variationes, directionem, vires cuique corpori in quavis poſitione congruas ſumma laude deducit.

II. *Alterius generis phænomena*, quæ ſcilicet obſtacula tantum remota eſſe poſtulant, primigeniam eorum cauſam dumtaxat a phyſico aſſignari petunt; & oſtendi, nullam eſſe in natura cauſam phyſicam, cujus actione deſtrui, aut mutari poſſint. Hoc quoque Neutonus præſti-

tit,

tit. Ille vacua ſpatia cæleſtia demonſtrans obſtacula omnia ſubmovit, quibus motus rotationis, & projectilis a Deo primitus planetis, & cometis impreſſus, extingui poſſet.

Quamobrem ſi a Neutoniano petas, cur planetæ circa axem rotentur motu ſemper ſibi ad ſenſum parallelo, & ab occidente in orientem convertantur in planis ſemper plano eclipticæ æque inclinatis: cur cometæ quavis directione toto ferme cælo moveantur in orbitis, quæ e ſole viſæ ſemper ad eaſdem ſtellas referuntur; reſpondebit, ut philoſophum decet, planetas circa axem motu ſemper uniformi converti ex motu rotationis primitus a Deo illis indito, qui in vacuo a nullo obſtaculo eliditur: in iis planis intra zodiacum moveri, quia Deus initio temporum illis motum projectilem ea directione indidit, non alia; eorum axem ſemper ſibi parallelum perſeverare, quia nihil eſt, quo in dies, aut annos ejus directio ad ſenſum mutetur: eorum revolutiones ſemper ad ſenſum in iiſdem cæli punctis fieri, quia ad ea puncta motus eorum projectilis primitus directus fuerit, nec quidpiam eſt, quo motus hic, licet perpetuo ad ſolem inflexus, a primitivo ſuo plano diſtrahatur (1266). Dicet quoque, cometas alios aliis directionibus quaquaverſum moveri, ſingulos directione motus projectilis a Deo illis primitus impreſſi (1283); quia nihil in cælorum vacuo eſt, quo motus hujus primigenii directio tollatur; qui motus, licet a ſolis attractione perpetuo inflexus, nihil invenit, unde cometa diſtrahatur, ne ejus curva ſemper ad eadem cæli puncta referatur.

Ulterius procedere, aut præter primitivam, & perſeverantem Dei actionem cauſam phyſicam, aut occaſionalem petere abſurdum eſſet, qua motus iſti conſervarentur, quum illa non indigeant. His cauſis opus habent motus, qui

ab

ab obſtaculis perpetuo eliduntur: motus ſemel inditus, & nullo obſtaculo eliſus, nulla cauſa phyſica indiget, qua conſervetur.

1430. NOTA II. In univerſa natura plura ſunt, quorum in quovis ſyſtemate nulla, præter liberam Dei voluntatem, ratio reddi poteſt. Exempli cauſa, quænam in ſyſtemate vorticum reddatur ratio diverſitatum, quæ in planetarum diſtantiis, directionibus, excentricitate, diurnis, & annuis revolutionibus obſervantur?

I. Diſtantiarum diverſitas omnino arbitraria videtur; neque enim aut directam, aut inverſam magnitudinum rationem ſequitur. Mercurius Venere minor eſt, & minus a ſole diſtat: Saturnus Jove minor eſt, & magis diſtat.

II. Diverſa orbitarum ad eclipticam inclinatio tum in planetis, tum in cometis æque arbitraria eſt; neque enim ad magnitudinem, aut ad diſtantiam, aut ad tempus periodicum certam ullam rationem dicit (1180).

III. Diverſitas excentricitatis quoque arbitraria eſt; nullam enim certam rationem ſequitur. Martis orbita, proportione habita, magis excentrica eſt, quam Saturni, aut Jovis, qui magis a ſole diſtant; quam telluris, & Veneris orbita, qui minus a ſole diſtant (1186).

IV. Celeritas revolutionis circa axem in planetis æque arbitraria eſt: nullam enim aut ad magnitudinem, aut ad diſtantias, aut ad tempora periodica certam rationem dicit (1181).

V. Diverſitas temporum periodicorum nullam ipſa quoque certam rationem dicit ad maſſas in planetis, aut cometis (1190).

Quæ quum ita ſint, a ſolo motu libere a Deo primitus hiſce corporibus impreſſo, a directione, qua motus hic libere inditus fuit, a nullo obſtaculo motibus his primigeniis objecto varietates hæ unice repetendæ ſunt. Has diverſitates ita Neutonus explicat; nec aliam illæ explicationem admittunt. 1431.

1431. NOTA III. Etſi plura in natura ſint, quorum ratio nulla, præter liberam Dei voluntatem, ratio reddi poſſit, non propterea illa cæco modo effecta fuiſſe dicendum eſt. Cum Leibnitio tenemus, *nihil ſine ratione ſufficienti in natura fieri* (50), quin tamen cum ipſo dicamus, hinc ullam in Dei actione neceſſitatem haberi (*Mat.* 434, & 436).

Si modo quæras, quænam fuerit *cauſa finalis*, qua Deus tot diverſitates in mundo noſtro planetario ſtatuit, conjecturis tantum in re, quæ conjecturas tantum admittit, reſpondebimus.

Etſi homini Dei arcana penetrare nefas ſit, & cauſas finales ſæpius occultiſſimas detegere; tamen duas hac de re obſervationes proferre non verebimur.

I. Videtur Deus mundum univerſum generalibus, & immutabilibus legibus, etſi ipſi liberis, ſubjeciſſe (1306, 1430); ut hominibus indicaret, mundum, mirum, & immutabile opus eſſe infinitæ potentiæ, & ſapientiæ, a qua, non a caſu, conditus fuit, & conſervatur.

II. Videtur Deus tantam in planetarum, & cometarum maſſis, directionibus, excentricitatibus, diſtantiis diverſitatem poſuiſſe; ſive, ut rerum univerſitas varietate ipſa ditior eſſet; ſive ne homines arbitrarentur, hujus rerum ordinis cauſam eſſe aut intrinſecam aliquam naturæ exigentiam, aut aliquem in naturæ Auctore libertatis defectum.

At omiſſis de cauſis finalibus conjecturis, certum eſſe, nullam eſſe theoriam, in qua magis, quam in Neutoniana, rerum univerſitas a Deo pendeat, quæ ſane theoria in omnibus & phyſicæ, & religionis principiis apprime conſentit.

§. III.

§. III.

ATTRACTIONIS INFLUXUS.

1232. OBSERVATIO. ATtractionis imperium nullis, niſi ipſius naturæ, quam ubique regit, ſaltem in mundo noſtro planetario, limitibus coercetur. Ejus modo influxum in corporum gravitate, in motu curvilineo planetarum, & in maris æſtu perpendemus.

CAPUT PRIMUM.

GRAVITAS CORPORUM.

1433. MAximum naturæ phænomenon eſt *corporum gravitas*. Quænam eſt ejus cauſa? Problema hoc, quod omnium phyſicorum ingenia exercuit, ab immortali Neutono tantum apte ſolutum fuit.

Syſtemata hac in re excogitata exponentes, obſoletam ſententiam negligemus eorum, qui gravitatem dicebant qualitatem occultam materiæ: hi effectum ſupponebant nulla, aut tantum inani cauſa aſſignata. Hæc jam a ſana phyſica exularunt.

Sententia Gaſſendi.

1434. SENTENTIA I. Gaſſendus effluvium corpuſculorum uncinatorum excogitavit, quæ a tellure undique in radii producti directione erumperent. Quum hæc corpuſcula in aliquod cor-

corpus incurrunt, illi motum imprimunt ſuo oppoſitum. Hinc corporis hujus gravitas, quod natura non magis per radium aſcendere, quam deſcendere, aut per hunc magis, quam per tangentem moveri nitebatur (*Fig.* 51).

CONFUTATIO. Hujus hypotheſis, ut, & hypotheſis vorticum, primum vitium eſt inveriſimilitudo. At hæc corpuſcula, & qui ex illis effectus haberi deberet expendamus.

I. Corpuſcula hæc e terra erumpentia directione radiorum T A, T B, T N, in corporum ſuperficiem telluri obverſam incurrere neceſſario debent. At vero vel in partes ſolidas incurrent; & tunc illis proprium motum communicabunt, quo non ad centrum terræ adducentur corpora, ſed inde repellentur; aut in interſtitia incurrent, & tunc procedent nullo motu communicato corpori, quod nullo obſtaculo traiiciunt.

II. Quum corpuſcula hæc tantam vim habeant, ut tantum gravitatis motum communicent corporibus, in quæ incurrunt, maſſam profecto ingentem habere debent; ceterum, quæcumque ſit eorum velocitas, eorum impulſus, ut lucis impulſus, inſenſilis eſſet, nec corpora dimoveret. Quo pergit igitur tanta materiæ copia perpetuo e tellure erumpens? Abit ne non reditura? Tellus tunc brevi exauſta eſſet. Ad tellurem ne redit? illi ad hoc gravitate opus eſt. A Gaſſendo petendum modo eſt, unde gravitas materiæ gravitatem producenti adveniat.

Sententia Carteſii.

1435. SENTENTIA II. Per Carteſium ejuſque ſectatores, gravitas non inſidet niſi materiæ ſtriatæ; ejus vero cauſa eſt materia ætherea (1384), quæ gravitate caret. Ut hæc cum Carteſianis concipiamus, (*Fig.* 53)

Sit S centrum ingentis vorticis, puta ſolaris: P planeta abreptus directione M N a vortice:

aa,

aa, *cc*, *rr*, *nn* innumeri vorticilli planetæ contigui.

I. Dum totus vortex circa centrum S convertitur, inquiunt Carteſiani, vorticilli magis remoti *aa*, *cc* majori pollent velocitate, & vi centrifuga, quam minus diſtantes *rr*, *nn*; ergo vorticilli ſuperiores *aa*, *cc* majore vi nituntur a centro S recedere, quam inferiores *rr*, *nn*.

II. Vorticilli ſuperiores *aa*, *cc* niti nequeunt a centro S recedere, quin nitantur ſeſe aſſequi, & planetam P ad centrum S totius vorticis propellere. Pari modo vorticilli inferiores *rr*, *nn* niti nequeunt motu centrifugo a centro S vorticis recedere, quin nitantur ſeſe aſſequi, & planetam P a vorticis centro S repellere. Quare ſi vorticillorum *aa*, *rr* vires æquales eſſent, planeta inter vires æquales, & oppoſitas neque ad vorticis centrum S accedere, neque ab eo recedere niteretur.

III. At quum vis centrifuga major ſit in vorticillis ſuperioribus *aa*, quam in inferioribus *rr*, Planeta P neque de ſe ad centrum S accedere exigens, neque ab eo recedere, perpetuo ad centrum propelletur ab exceſſu virium vorticillorum ſuperiorum *aa* ſupra inferiores *rr*. Ex hoc virium exceſſu in *aa* ſupra *rr* planeta ſemper vorticillis involutus ſemper a ſuperioribus premetur majore vi directione PS, quam ab inferioribus directione oppoſita SP. Hinc per Carteſianos gravitatio, ſeu ejus niſus ad centrum S, cujus cauſa unica eſt impulſus vorticillorum continguorum, qui majorem actionem exercent in *aa*, quam *rr*.

1436. CONFUTATIO. Etſi jam vorticum fabulam profligaverimus (1399), ſupponamus modo illos exiſtere; & oſtendamus non aptius gravitatis phænomenis explicandis inſervire, quam cæleſtibus motibus planetarum, & cometarum.

I. Evi-

I. Evidens eſt, nec Carteſiani inficiari poſſunt, globum P materiæ æthereæ immerſum ſive elaſticæ, ſive non elaſticæ neceſſario velocitate materiæ, qua vehitur, moveri debere. Habet ergo globus iſte in ſuperiori, & in inferiori ſuperficie vim centrifugam ipſi vi vorticillorum contiguorum prorſus æqualem. Ergo habet globus in ſuperiori parte, quo obſiſtat exceſſui vis centrifugæ vorticillorum ſuperiorum *aa* ſupra inferiores *rr*. Ergo ſi globus gravitate de ſe caret, nullo pacto ad centrum S magni vorticis propelletur ab hoc vorticillorum *aa* exceſſu ſupra inferiores *rr* minus diſtantes: globus enim ſive in *aa*, ſive in *rr* vim centrifugam habet omnino æqualem ipſi vi vorticillorum, quibus premitur.

Vim demonſtrationis ſenſerunt Carteſiani. Quare ut ſe tuerentur, vorticillis globo P contiguis vim centrifugam tribuerunt ab ea diverſam, quæ a magno vortice oritur; & *cujuſque vorticilli propriam* ortam a celeri rotatione cujuſque vorticilli circa ſuum axem *a*, *c*, *r*, *n*. Hi vorticilli ſive ex majore maſſa, ſive ex celeriore rotatione eo majorem vim centrifugam propriam habent, quo magis a magni vorticis centro S diſtant. Quare globus P, qui ubique vi centrifuga pollet illi æquali, quam habent ſtrata magni vorticis, in quo locatur, propelletur ad S ab exceſſu vis centrifugæ propriæ vorticillorum ſuperiorum *a a* ſupra inferiores *rr*; globus P ſiquidem quum ſola vi centrifuga donatus ſit toti magno vortici communi, nihil habet, quo ſe ſubducat preſſioni vis centrifugæ propriæ vorticillorum *aa*, *rr*, a quibus urgetur. At quæſo, hi vorticilli aliis minoribus farti vorticillis melius ne gravitatis phænomena explicant? nequaquam ſane; omiſſa enim nulla eorum exiſtentiæ veriſimilitudine,

II. Quoquo modo ſuperiores vorticilli *aa* planetam ad S propellant ſive exceſſu vis centri-

fugæ

fugæ communis, ſive peculiaris; planeta debet motu perpetuo accelerato aut ad axem, aut ad centrum magni vorticis deferri, quin quidpiam hunc lapſum P S impediat; nequit enim majorem vim centrifugam communem planeta habere, quam ſtratum magni vorticis a quo trahitur; & ſemper urgetur ab exceſſu vis centrifugæ ſuperiorum vorticillorum *a a* ſupra inferiores *r r*. Quare planetæ, & cometæ omnes juxta theoriam Carteſianam brevi in ſolem labi deberent.

III. Quoquo modo impulſus fiat, quo corpora cadunt, ſive a communi vi centrifuga oriatur, ſive a peculiari; corpora omnia labentia non ad vorticis centrum ferri deberent, ſed ad axis punctum reſpondens eorum diſtantiæ a vorticis æquatore; in revolutione enim ſphæræ ſupra ſuum axem ſtrata omnia æquatori parallela circulos ſuos peculiares deſcribunt, quorum centra in axe ſunt; & vires centrifugæ ſemper centripetis ſunt e diametro oppoſitæ. Ita lapis libere cadens in latitudine graduum 43 dirigi deberet non ad terræ centrum, ſed ad punctum axis terreſtris æque, & a terræ centro, & a proximo polo diſtans.

Experientia theoriæ conſentit. Si enim celeriter circa axem globus vitreus convertatur aqua plenus, cui commixtæ ſint aliquot olei guttæ, ceræ fruſta, aut aliud corpus aqua levius; in globi revolutione aqua exceſſu ſuæ vis centrifugæ ad peripheriam ubique fertur, & leviora corpora ad deſcenſum cogit non ad globi centrum, ſed ad axem in ea latitudine, quam ante lapſum obtinebant. Fruſtra enim hypotheſes & ratiocinia confinguntur, ut quæ experientiæ ſunt oppoſita ſtatuantur. Globus, de quo agimus, Carteſianum machinamentum ſatis exhibet; atqui in hoc globo corpora minore vi centrifuga donata non ad centrum feruntur, ſed ad diverſa axis puncta; ergo id ipſum corporibus continget a telluris vortice delatis, puta lapi-

lapidi e tecto labenti. Hic itaque in Gallia non ad terræ centrum tendere deberet, ſed ad axis punctum ferme & a centro terræ, & a polo boreali æquæ diſtans: quod profecto phænomeno gravitatis terreſtris contrarium eſt.

IV. Quoquo modo vorticum impulſus corpora ad deſcenſum adigeret, corpora gravia gravitatem habere deberent non maſſis, ſed ſuperficiebus proportionalem: corpora enim a vorticibus propulſa eo majorem impulſuum numerum ſubire debent, quo majorem ſuperficiem vi communi, aut peculiari centrifugæ vorticum impellentium obiiciunt. Atqui gravitas non ſuperficiebus, ſed maſſis proportionalis eſt; ergo gravitatis cauſa non eſt vorticum impulſus.

V. Quoquo modo vorticum impulſus corpora ad deſcenſum adigat, corpora motum accelerare non deberent juxta numeros impares (366). Qua ratione enim motus acceleratur, eadem corpora ex parte ſubducit a vorticum impulſu, qui perpetuo debilior effectus minorem effectum parere debet quam qui a numeris imparibus exprimatur; effectus enim ab his numeris expreſſus vim acceleratricem conſtantem, & uniformem poſtulat. Ergo theoria vorticum gravitatis phænomenis non eſt conformis.

VI. Certum eſt, materiam æthercam Carteſianorum, ſi datur, & ipſam gravem eſſe, ut cetera corpora: ergo gravitatis cauſa non eſt hujus materiæ impulſus. Probo antecedens. In quavis vorticum hypotheſi ſemper materiæ æthereæ motus curvilineus tribuitur; atqui hoc probat in materia ætherea gravitatem ab impulſu non productam. Motus enim quivis curvilineus duo neceſſario poſtulat, vim projectilem, & vim centripetam, ſeu niſum in directione tangentis, & alium in directione radii. Ergo Deus initio temporum materiæ æthereæ, ſi datur, utrumque motum, alterum ab altero non pendentem, indidit; ſi enim initio mate-

ria

ria ætherea motum tantum projectilem per tangentem habuiſſet, motum in directione radii inflectere nequiviſſet. Atqui in natura res primigeniis cauſis perſeverant, & primigenias leges perpetuo ſervant; quum ergo gravitatio in materia ætherea ſine impulſu cœperit (nullus enim impulſus hoc primo, de quo agimus, anterior ſupponi poteſt); jam gravitatio in materia ætherea ſine impulſu perſeverat. Ergo hæc ſi datur, gravitatem habet, cujus cauſa quærenda eſt. Ergo nullo modo hypotheſis Carteſiana corporum gravitatem explicat.

1437. OBJECTIO. Rationes allatæ ad ætheris Carteſiani gravitatem probandam ſolidæ non videntur. Cœperit enim motus projectilis materiæ ætheriæ in cavitate ſphærica, at elliptica: motus hic ab hac cavitate coercitus perpetuo inflectetur ſine vi centrali ab impulſu non pendente. Atqui talem Carteſiani vorticum motum in pleno ſupponunt, in quo ſtratum quodvis a ſuperiori ſtrato coercetur: ergo vortices inflecti potuerunt ſine propria gravitate.

RESPONSIO. I. In metaphyſica oſtendimus, mundum eſſe non poſſe extenſione infinitum: extra mundi fines ſpatium eſſe increatum, & infinitum omni materia vacuum, in quo in infinitum nova materia locari poteſt (*Math.*442) Nulla ergo ultra poſtrema vorticum Carteſianorum ſtrata cavitas eſt ſphærica, aut elliptica, qua motus projectilis extremorum ſtratorum coerceatur.

Ergo juxta certas motus leges, qui natura lineam rectam affectat, & hanc re ipſa ſequitur, niſi ab aliqua cauſa, aut ab aliquo obſtaculo inflectatur (309); poſtrema ſtrata, dein penultima, tum ſequentia ſucceſſive in infinitum moveri debent per lineam rectam, tangentem ſequi, & per infinitum vacuum diſpergi, niſi gravitate, aut vi centripeta perpetuo inflectantur, & circa commune vorti-

cis centrum coerceantur. Ergo ſolide demonſtratum eſt, materiam ætheream, ſi datur, vetam habere gravitatem ab impulſu non procedentem: ſicuti habet flamma, fumus, aer, corpora omnia ſolida, liquida, fluida nobis nota. (243)

II. Etſi Carteſianis concederetur, nullum eſſe vacuum ultra extrema vorticum ſtrata, non propterea ſtaret eorum hypotheſis. Præter enim abſurda ea omnia, quæ in illa jam deteximus, immanem affrictum machina hæc ubique pateretur. Quare ex hoc affrictu, & ex reſiſtentia, quam cujuſque vorticis extremum ſtratum perferret in cavitate illa ſphærica, aut elliptica, & qua ſucceſſive inferiora ſtrata afficerentur, totus vortex magnam primigenii motus partem perpetuo amitteret, & cito iners fieret. Demonſtratum eſt enim, motum in omnibus corporibus reſiſtentia extingui (310). Hæc falſarum hypotheſium conditio eſt, ut abyſſum non evitent, quin in aliam incidant. *Incidit in Syllam cupiens vitare Charybdin*.

Radiatio Leibnitii.

1438. SENTENTIA III. Acer vorticum aſſertor celebris Leibnitius aperte novit, a vi quavis centrifuga vorticum gravitatem oriri non poſſe. Ut itaque gravitatem theoriæ vorticum conciliaret, ætheri Carteſiano (ejus motu revolutionis communis, & peculiaris perſeverante) *novum motum* tribuit, niſum ſcilicet a vorticis centro ad peripheriam.

Ex hoc novo motu, quem Leibnitius *radiationem* vocat, Vilmontius ab *ebullitione* totius vorticis oriri vult, uterque corporum gravitatem inferre contendit; ſi enim utrumque audias, nequeunt vorticilli undequaque a magni vor-

vorticis centro ad peripheriam tendere per innumeros radios, quin corpora obvia ad commune vorticis centrum propellant.

CONFUTATIO, I. *Radiatio* hæc, & *ebullitio* hypotheſim vorticum efficit compoſitam magis, ac complicatam, adeoque minus ſemper admittendam. (*Fig.* 53)

II. Patet, radiationem hanc magna ex parte confutatæ jam Gaſſendi hypotheſi ſimilem eſſe. Si quid ipſa efficere poſſet, corpora potius ad vorticis peripheriam, quam ad centrum propelleret. (1434)

III. Hujuſmodi vortex eſſet veluti fluidum undequaque concluſum, & undequaque a centro ad peripheriam impulſum. Atqui hoc fluidum, ut illuſtris Joannes Bernullius oſtendit, juxta leges æquilibrii ubique quieſcere debet: ergo corpus illi innatans undequaque æqualiter preſſum quieſcere & ipſum debet, nec ullam ad centrum fluidi gravitationem habere. Ergo nullo modo gravitas corporum a vorticum impulſu oriri poteſt, quoquo modo hos vortices agi fingatur.

Attractio Neutoni.

1439. SENTENTIA IV. Per Neutonum gravitas corporum eſt effectus generalis attractionis legis in ratione directa maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum ſive in vacuo, ſive extra vacuum; & gravitas cujusque omnino materiæ propria eſt; quævis enim materia ſubeſt actioni corporis illam trahentis vi, quæ ſemper & ubique eſt productum ſuæ maſſæ diviſum per quadratum diſtantiæ a corpore attracto, quæcumque corporis attracti maſſa, & natura ſit. (1418)

PROPOSITIO.

1440. *Gravitas corporum eſt effectus non impulſionis, ſed attractionis.*

DEMONSTRATIO. Patet, gravitatem eſſe effectum generalem in natura, in qua corpora omnia ad quædam centra gravitare videmus. Porro hic effectus a generali cauſa produci debet. Atqui duæ generales cauſæ in natura ſunt impulſio, & attractio; ab alterutra igitur produci debet, niſi ab ambabus ſimul producatur.

I. Certum eſt corporum gravitatem ab impulſione non produci; primo, quia gravitas in planetis eſt, & agit, ut & in cometis, in vacuo, ubi nihil materiæ impellentis eſt, & ubi gravitas a nulla cauſa impellente produci poteſt (1399): deinde quia in quavis impulſionis hypotheſi nunquam gravitas, ut in natura exiſtit, ab earum ulla progigni poteſt. (1436)

II. Certum eſt, gravitatem eſſe omnibus omnino corporibus, nullo excepto, nobis notis proprietatem communem (243). Certum quoque eſt corpora omnino omnia nobis nota invicem gravitare, lunam, & terreſtria corpora in tellurem, cometas, & planetas primarios in ſolem, planetas ſecundarios in primarios, in ſpatiis quoque, ubi nulla materia eſt apta illis impulſionem, & gravitatem indere. Certum eſt, materiam omnium, quæ excogitari potuerint, tenuiſſimam gravitatem propriam habere, qua perpetuo, ſi datur, motus ejus inflectitur (1436, 1437). Ergo gravitas, ſaltem in noſtro mundo planetario, eſt proprietas corporibus omnibus communis.

III. At vero, ſi hujus proprietatis phænomena theoriæ impulſionis conciliari nequeunt (1436);

(1436); æque certum eſt, gravitatis phenomena, ut ubique apparent, optime theoriæ mutuæ attractionis congruere; data ſiquidem mutuæ attractionis lege in directa ratione maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum in omnibus mundi noſtri planetarii corporibus (1416), ex hac lege ſequentur omnia gravitatis phænomena ut ab experientia, & obſervatione exhibentur. Exempli cauſa,

Primo ex hac lege ſequitur, in corpora omnia *globum terreſtrem* componentia, ſeu ad illum prope, aut procul pertinentia ad ejus centrum gravitare debere (1419): ſi tellus non ſit perfecte ſphærica, gravitationem ubique ad ipſum centrum tendere non debere (1420); gravitationem corporis remotioris a centro telluris minorem eſſe debere gravitatione propioris (251): gravitationem vero ubique, & ſemper eſſe in duplicata ratione inverſa diſtantiarum (1272): in eodem ſpatio vacuo, & non reſiſtente plumam, & plumbum eadem velocitate ad terræ centrum tendere debere (245), quum utrumque corpus ab eadem vi acceleratrice, telluris ſcilicet attractione, moveatur (1415): ex hac vi corpora in vacuo motum accelerare debere juxta numeros impares (366), modo ſpatia non admodum longa ſint: ſi vero deſcenſus fieret in longiſſimo ſpatio, & diutius perduraret, motum acceleratum auctum iri in majori ratione, quam quæ eſt numerorum imparium; tunc enim vis acceleratrix non eſſet amplius ad ſenſum uniformis, & augeretur reſpectu corporis attracti.

Ex hac lege deinde requiritur, tellurem in lunam, atque hanc in illam mutuo gravitare debere (1411): Saturni, & Jovis ſatellites in ſuum planetam primarium: hunc in ſolem, ut luna in tellurem: planetas duos propinquos, puta Saturnum, & Jovem, in conjunctione alterum in alterum agere debere, & curvæ ſuæ,

ac motus ordinem perturbare, ut re ipſa contingit (1445): in planetis magis a ſole remotis gravitationem in illum minorem eſſe, quam in piopinquioribus; & gravitates reſpectivas ſemper, & ubique eſſe debere, ut re ipſa ſunt, in duplicata inverſa ratione diſtantiarum (1273): in cometis, qui modo ſoli proximi ſunt, modo ab illo remotiſſimi, gravitatem fore maxime variam, ut eſſe re ipſa conſtat: atque alia hujuſmodi.

IV. Cuinam perſuades, tantam, tamque conſtantem, & univerſalem phænomenorum gravitatis cum univerſalis attractionis lege concordiam haberi poſſe, quin ex hac lege illa deſcendant? cuinam contra perſuadeas, phænomena iſta poſſe adeo theoriæ impulſionis opponi, & adhuc eſſe ejus effectus? Certum ergo, ac demonſtratum eſt ex ipſis phænomenis, gravitatis corporum cauſam eſſe non impulſionem, quoquo modo illa confingatur, ſed univerſalem, & mutuam attractionem in ratione directa maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum. Q. E. D.

CAPUT SECUNDUM.

MOTUS CURVILINEUS PLANETARUM, ET COMETARUM.

PROPOSITIO I.

1441. *Phænomena omnia motus curvilinei planetarum, & cometarum a mutua illorum, & ſolis attractionis generali lege deſcendunt.*

EXPLICATIO. Ante Neutonum Keplerus obſervatione deprehenderat, planetas omnes primarios cieri a vi centrifuga ſemper, & ubique in duplicata inverſa ratione diſtantiæ a ſole; atque vim hanc modo majorem, modo minorem in quovis planeta modo magis, modo minus motum projectilem in quovis orbitæ puncto inflectere. Hoc Kepleri inventum totius aſtronomiæ baſis eſt.

Neutonus vis hujus centralis cauſam in natura inveſtigavit, quæ vis perpetuo variabilis ſemper eſt in duplicata inverſa ratione diſtantiæ a ſole; poſtquam vero oſtendit, cauſam hanc impulſionem eſſe non poſſe, oſtendit vis hujus centralis cauſam phyſicam eſſe mutuam, & univerſalem corporum omnium attractionem tum in vacuo, tum extra vacuum.

Obſervavit Neutonus, ex eadem lege virium centralium in ratione duplicata inverſa diſtantiarum inflecti motum projectilem planetarum ſecundariorum circa primarios, & cometarum circa ſolem; oſtenditque vis hujus in cometis cauſam phyſicam eſſe activam ſolis attractionem in planetis vero ſecundariis activam primarii attractionem.

Oſtendit deinde Neutonus, data lege mutua inter omnia naturæ corpora attractionis in ratione directa maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum (1412, 1416), omnia in cælo viſum iri phænomena, quæ re ipſa obſervamus, & iis omnibus conditionibus conveſtita, eademque conſectaria deduci, eaſdemque anomalias haberi debere, quæ obſervatione deteguntur. Porro obſervationes aſtronomicæ poſt Neutonum toto orbe habitæ ſummi hujus viri theoriam naturæ ipſius theoriam eſſe comprobarunt.

DEMONSTRATIO. Data lege mutuæ, & univerſalis attractionis in ratione directa maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum, ſequentia phænomena deſcendunt, quæ ſunt ipſa Kepleri theoria a Neutono explicata, ab omnibus aſtronomis jam admiſſa, & accuratiſſimis obſervationibus prorſus confirmata.

I. Planetæ, & cometæ in curva circa quædam centra movebuntur: eorum enim motus projectilis per tangentem perpetuo a vi centrali inflectetur ab activa corporis illos attrahentis attractione orta; exempli gratia, immanis ſolis maſſæ, cujus volumen eſt ferme decies centies millies tellure majus.

II. Planetæ, & cometæ curvas deſcribent inæqualiter excentricas quaquaverſum; juxta diverſam virium projectilis, & centralis compoſitionem eo inſtante, quo in vacuo eorum revolutio cœpit (1285).

III. Curva cujuſque planetæ, aut cometæ ſemper, ſaltem diuturno tempore, per eadem cæli puncta deſcribetur: motus enim projectilis aſtri etſi perpetuo ad centrum a vi attractiva centri huju ſinflexus nihil habet, quo a primitivo ſui motus plano removeatur (1266).

IV. Radius planetæ, aut cometæ vector ſemper æqualibus temporibus æquales areas, & inæqualibus temporibus areas his proportionales deſcribet; aſtrum enim ſemper agitur a vi cen-

centrali his effectibus producendis opportuna (1279).

V. Motus ejuſdem planetæ, aut cometæ in ſua curva elliptica alternis accelerabitur, & retardabitur pro diverſa a centro attrahente diſtantia (1275): ejus velocitas abſoluta ſemper inverſam radii vectoris rationem ſequetur (1281): ejus vero velocitas angularis erit in ratione duplicata inverſa radiorum vectorum (1282).

VI. Axis cujuſque planetæ, circa quem rotatur, ſemper, ſaltem tempore maxime diuturno, ſibi ad ſenſum parallelus permanebit; centrum enim, cui vis attractiva inſidet, puta centrum ſolis, ſemper ad ſenſum æque diſtat ab extremis axis planetæ, nec majorem in alterutrum extremum vim exercet in periodica planetæ circa axem rotatione (1327, I.).

Poterit tamen axis tandem ſenſibiliter inflecti; at hoc fiet aut a ſolis, aut a proximi planetæ attractione: ſicuti contingit & in axe lunæ, qui exiguam librationem habet; & in axe telluris, cui ex æquatoris intumeſcentia oritur motus revolutionis conicæ circa polos eclipticæ (1328).

VII. Velocitates mediæ planetarum erunt in ratione ſubduplicata inverſa diſtantiarum mediarum a centro attractionis (1303): quadrata temporum periodicorum erunt in triplicata ratione diſtantiarum mediarum ab hoc ipſo attractionis centro; unde in ipſis oritur vis centralis ſemper, & ubique in ratione duplicata inverſa radii vectoris, ſeu diſtantiæ a ſuo attractionis, & gravitationis centro; atque ita de reliquis in univerſa Kepleri theoria. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1442. *Anomalia motus lunæ, revolutio retrograda æquatoris terreſtris, motus inæqualitates Saturni, & Jovis, exigua ſolis revolutio circa centrum parum a ſuo centro diſtans ab unica univerſali attractione procedunt.*

1443. EXPLICATIO I. Obſervatione conſtat, lunam circa tellurem orbitam deſcribere ellipticam AMBNA, *ambna* (*Fig.* 14): orbitam hanc modo aliquanto magis, modo minus eſſe ad eclipticæ planum MRN, PXY inclinatam: eam aliquantum modo extendi, modo conſtringi: orbitæ hujus abſides, ſeu puncta magis a centro diſtantia motum habere revolutionis periodicæ ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum: nodos M, N hujus orbitæ motum habere revolutionis periodicæ ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum. Porro phænomena hæc omnia a mutua attractionis lege inter tellurem, & ſolem deſcendunt. Ab activa enim telluris, & ſolis in lunam attractione oritur vis compoſita, quam *perturbatricem* nuncupavimus, & a qua anomaliæ omnes procedunt, quæ in luna conſpiciuntur (1235). Exempli cauſa:

I. *Attractio activa ſolis perpetuo lunæ velocitatem, ſeu motum projectilem interturbare debet*; vis hæc enim illum imminuit in primo, & tertio ſuæ revolutionis quadrante, auget in ſecundo, & quarto (1237, III.).

II. *Attractio activa ſolis perpetuo lunæ gravitationem, ſeu vim centralem in tellurem perturbare debet*; vis hæc enim ſolis gravitatem in hanc auget parte ferme $\frac{1}{178}$ in quadraturis, imminuit ferme $\frac{1}{89}$ in ſyzigiis: eam diutius imminuit, quam augeat (1237, II, VII.).

III. *Attractio activa ſolis lunæ nodos retrogrados reddere debet*; quo magis enim luna ab ecli-

eclipticæ plano, in quo ſemper ſol eſt, recedit; hujus vis attractiva gravitatem in luna ad ſolem efficit, quà ejus motus projectilis ad eclipticæ planum inflecti debet, eaque in eclipticæ punctum magis occidentale transferri in tranſitu a nodo ad alium, ut alibi explicavimus (1239).

IV. *Attractio activa ſolis revolutionem directam parere debet in linea abſidum, ſeu in axe primo orbitæ lunaris*. Si enim ſol in lunam non amplius ageret, lunæ gravitas, ſeu vis centralis in tellurem a nulla cauſa perturbata ipſam duplicatam inverſam diſtantiarum rationem in tota orbita ſequeretur juxta Kepleri legem, & juxta communem omnium corporum curvas in ſe redeuntes deſcribentium legem; tunc vero in punctis omnibus a telluris centro æque diſtantibus vis hæc centralis motum lunæ projectilem æqualiter inflecteret; atque hic motus ſemper in tota orbita æque inflexus curvam ſemper conſtantem AMBNA deſcriberet, cujus axis primus ATB ſemper eadem cæli puncta reſpiceret (*Fig.* 14).

At actio attractiva ſolis lunæ gravitatem, ſeu vim centralem auget in quadraturis, minuit in ſyzigiis: minus auget in quadraturis, quam minuat in ſyzigiis (1237): quare, penſatis penſandis, vis centralis lunæ in tellurem in quavis integra revolutione minuitur. Itaque (*Fig.* 55.):

Poſita tellure in S foco orbitæ lunaris LAML: ſuppoſito quoque, poſtremum apogeum contigiſſe in M: dum luna a perigeo ad novum apogeum tranſit, ejus motus projectilis minore vi inflectitur, quàm quæ ſit in duplicata inverſa ratione diſtantiarum. Motus hic projectilis minus inflexus minus a tangente ſingulis inſtantibus recedit; hinc patet ſerius, & remotius, & in puncto magis orientali *m* ad eum inflexionis gradum pertingere debere, qui an-

gulum rectum cum radio vectore efficiat. Atqui unicus anguli recti *m* locus eſt lunæ apogeum: ergo hoc perpetuo magis orientale fieri debet, & motum habere in conſequentia ſignorum P Q R T V X P. Quare ſi axis primus lunæ modo ſit L S M, hic in ſequenti revolutione erit *r* S *m*, ut alibi expoſuimus (1241).

1444. EXPLICATIO II. Obſervatione conſtat, totum firmamentum re, aut ſpecie moveri ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum circa polos eclipticæ annis 25740 (1131). Theoria veri mundi ſyſtematis conſtat, motum hunc firmamenti tantum apparentem eſſe; atque oriri a vero telluris motu ab oriente in occidentem in antecedentia ſignorum circa terreſtrem axem axi eclipticæ parallelum (1327).

Motus hujus telluris retrogradi cauſæ phyſicæ ſunt & attractio ſolis in extantem armillam æquatoris terreſtris eclipticæ plano obliqui: & attractio lunæ in eandem armillam, quæ quoque plano orbitæ lunaris obliqua eſt; ut alibi explicavimus (1329).

A duplici hac ſolis, & lunæ attractione in partem extantem terreſtris æquatoris oritur in tellure motus retrogradus partium ſuarum omnium circa axem terreſtrem axi eclipticæ parallelum; atque ex hoc telluris motu retrogrado exurgit motus apparens directione oppoſita in toto firmamento, & phænomenon præceſſionis æquinoctiorum.

1445. EXPLICATIO III. Obſervatione conſtat, planetarum orbitas ad ſenſum fixas eſſe, & immobiles, & earum aphelia eadem cæli puncta diuturno tempore reſpicere: hæc tamen aphelia in planetarum orbitis inter ſolem & Saturnum ſitis exiguum motum habere in conſequentia ſignorum, qui poſt quemdam revolutionum numerum fit ſenſibilis: lentum hunc

aphe-

apheliorum progreſſum majorem eſſe in Jove quum in conjunctione eſt cum Saturno, minorem quum eſt in oppoſitione. Hæc quoque phænomena a generali mutuæ attractionis lege deſcendunt omnium corporum mundi noſtri planetarii, atque illam ſumma certitudine confirmant.

I. Orbitæ planetarum in principiis Neutonianis eſſe debent, ut re ipſa ſunt, diuturno tempore fixæ, & immobiles ad ſenſum. Quivis enim planeta ab aphelio ad perihelium tranſiens ſemper eandem ſemitam percurrere, ſemper eandem curvam deſcribere, aphelia, & perihelia in iiſdem cæli punctis habere debet; ſi in punctis omnibus ab aphelio æque diſtantibus exempli gratia, agatur ſemper & ab eadem vi projectili per tangentem tendente, & ab eadem vi centrali, qua per radium trahatur. Atqui in quovis puncto ab aphelio utrinque æque diſtante quivis planeta ſive aſcendens, ſive deſcendens & ab eadem vi projectili agitur, & ab eadem vi centrali a ſolis attractione orta; neque ulla alia cauſa in ipſum in cælorum vacuo agere poteſt. Ergo motus ejus projectilis, & centralis a nulla extranea cauſa turbatus illum ſemper per eandem ſemitam, & per eandem curvam vehet; nec ulla mutatio diuturno tempore percipietur.

II. Planetarum inter ſolem, & Saturnum poſitorum aphelia debent tamen exiguum motum directum habere in conſequentia ſignorum, qui poſt plurimas revolutiones ſenſibilis fieri poterit. Mutua enim omnium corporum attractione, dum tellus Jovi, & ſoli interjacet, hinc a ſole, illinc a Jove attrahi debet: unde ejus in ſolem gravitatio paululum imminuitur: idem dicas de ceteris planetis. Quare, etſi attractio activa ſolis ſit cujuſque ſolitarii planetæ, imo & omnium ſimul attractione multo major; hæc tamen mutua planetarum inter ſe activa attra-

ctio

ctio aliquid poteſt; ſemper enim eſt productum maſſæ diviſum per quadratum diſtantiæ a corpore attracto. Ergo hæc activa planetarum attractio verum effectum parere debet: hic vero eſt lentus apheliorum, & periheliorum progreſſus; ut explicare pergimus (*Fig.* 55.).

Sit ſol S: Jupiter A: Saturnus B in conjunctione cum Jove, & ambo ſint e ſole viſi. M aphelium præcedens Jovis: N aphelium præcedens Saturni. Ex demonſtrata attractionis theoria Jupiter in R a Saturno attrahitur; & hæc Saturni in Jovem attractio Jovis in ſolem gravitationem minuit: & hæc attractio Jovis in Saturnum, Saturni in ſolem gravitationem auget. Ex mutua hac attractione Saturnus infra orbitam ſuam B N deſcendere debet; Jupiter ſupra ſuam A M attolli. Siquidem,

Primo, ſi vis centralis Jovis nihil a Saturni actione mutaretur, Jupiter arcum A M percurreret, nec a ſua curva recederet: ejus motus projectilis inflexionem in M habuiſſet, ut in præcedente revolutione, quæ angulum cum radio vectore rectum efficit: eſſet ergo in aphelio; & hoc aphelium M e ſole viſum ad V referretur. At quum vis centralis Jovis ab attractione Saturni ſuperius, & prope illum poſiti imminuatur, motus projectilis Jovis minus perpetuo inflectitur a vi centrali debilitata; motus hic vero projectilis diuturnior eſſe debet, plures attractiones ſubire, arcum majorem percurrere ut eam inflexionem obtineat, quæ angulum rectum, & aphelium in *m* efficiet: hoc aphelium *m*, quod ſemper punctum eſt, ad quod motus projectilis radio vectori maximo perpendicularis eſt, e ſole viſum referretur ad X in cæli puncto magis orientali, & magis producto in conſequentia ſignorum P Q R T V X P.

Facile intelliges, ſimiles effectus produci debere a Jove in Marte, ab ambobus in tellure, ab hac in Venere, & ab hac in Mercurio,

pro-

progreſſionem ſcilicet directam magis minuſque lentam in apheliis, adeoque & in orbitarum apheliis.

Deinde oppoſita ratione Saturnus non arcum B N, ſed tantum arcum B *n* percurret, ut ad ſuum aphelium *n* perveniat, quod videbitur in T. Hoc ideo eſt, quia motus projectilis Saturni, qui ſemper majore vi inflectitur a conjuncta actione ſolis, & Jovis, minori tempore indiget, ac paucioribus attractibus, ut inflexionem obtineat, qua habebitur & apheliam, & angulus rectus cum radio vectore in *n*: quare ejus aphelium non progredietur, ut in Jove, ſed regredietur.

Si poſito Jove in A Saturnus eſſet in D, eorum mutua attractio imminuta in ratione duplicata inverſa diſtantiæ nimis infirma eſſet ad perturbationem in illis faciendam ab aſtronomis obſervatam, & a nobis explicatam.

1446. OBJECTIO. Quoniam ex Jovis attractione Saturni aphelium regreditur, eadem ratione telluris attractio Martis aphelium retrogradum redderet, & Mercurii attractio aphelium Veneris. Ergo, remotiorum planetarum attractione a propinquiorum attractione æquilibrata, aphelia eorum immota eſſe deberent.

RESPONSIO. Si omnes activæ planetarum attractiones æquales eſſent, earum actiones invicem eliderentur, nec expoſitos apheliorum lentos progreſſus parerent. At inæquales ſunt; ſunt enim productum duarum maſſarum inæqualium per quadratum duarum æqualium diſtantiarum diviſum (1418): memoratum ergo effectum re ipſa parere debent. Exempli cauſa: Jupiter major magis Saturnum attrahit, quam ab illo minore trahatur: Mars magis a Jove trahitur, quam trahatur a tellure multo minore: tellus magis a Jove, & a Marte trahitur, quam a Venere, & Mercurio: Venus magis a tellure, quam a Mercurio. Hinc lentus aphe-

lio-

liorum, & periheliorum progreſſus, qui tandem in planetis ſoli, & Saturno interpoſitis poſt multas periodicas revolutiones ſenſilis fit.

1447. EXPLICATIO IV. Poſita mutua attractionis lege inter omnia corpora mundi noſtri planetarii, *planetæ ad ſe ſolem attrahere debent*, ſicuti ſol illos ad ſe trahit. Hinc motus revolutionis centri ſolis circa aliud centrum, ſeu alium focum non multo ab aſtri centro remotum.

I. Quum ſol immenſum tellure major ſit, & multo major planetis omnibus ſimul ſumptis (1190), ejus vis attractiva in planetas maſſæ attrahenti proportionalis multo ac multo major eſt vi attractiva planetarum in ſolem; adeoque vis planetarum dum circa ſolem convertuntur non niſi minimum a ſuo centro hoc aſtrum removere poteſt.

II. Ex Neutoni ſupputatione, etſi planetæ omnes eſſent in recta per eorum centra ad ſolis centrum ducta, vires eorum omnes attractivæ ſimul collectæ ſolem non traherent quantitate æquali uni ejus ſemidiametro leucarum ferme 150000 (1190). Verum quum planetæ in eorum revolutione fere ſemper in cæli punctis omnino diverſis ſint, alter in ariete, alter in libra, alter in cancro, alter in capricorno; atque ita de ceteris; patet eorum vim in ſolem fere ſemper mutuo elidi; adeoque multo minus ſolem removere poſſe à foco, circa quem exiguam ſuam revolutionem periodicam perficit (*Fig.* 4, & 30).

III. Quum planetæ omnes procedant ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum, & eorum attractio in ſolem eorum motum neceſſario ſequatur; centrum hoc ſolis, ad quod omnes planetarum attractiones concurrunt, revolutionem facere, & curvam deſcribere probabiliter debet admodum irregularem ab occidente in orientem in conſequentia ſignorum.

C A-

CAPUT TERTIUM.

MARIS ÆSTUS.

1448. DEFINITIO. *Maris æſtus* eſt alterna maris elevatio, & depreſſio in eodem loco per horas ſex. *Affluxus* dicitur aquarum elevatio, *refluxus* depreſſio. Exempli cauſa (*Fig.* 56),

Sit A B C D R globus terraqueus: B, & D ſcopuli duo ad mediam maris altitudinem elevati, & invicem diſtantes gradibus 180: L luna in ſcopulorum B, D meridiano; quos aut ſub æquatore, aut non procul in amplo mari ſitos ſupponemus.

Tribus ferme horis poſtquam luna per ſcopulorum B, D meridianum tranſiit ab oriente in occidentem procedens, ſive ab L in N; aquæ maris aſſurgent ad pedes quinque, aut ſex ſupra ſcopulos B, D. Sex ferme horis poſtquam ita aquæ elevatæ ſunt (malaciam in mari ſupponimus), ſive horis novem poſt lunæ tranſitum per meridianum loci B, aquæ maris placidi deſcendent pedibus quinque, aut ſex infra ſcopulos B, & D. Sex ferme horis poſt hunc deſcenſum aquarum, ſive horis tribus poſt lunæ tranſitum per meridianum loci D, eædem aquæ iterum attollentur ſupra ſcopulos D, & B pedibus quinque, aut ſex, ut iterum poſt ſex horas æquali ſpatio infra eoſdem ſcopulos deſcendant; atque ita porro poſt quemvis lunæ tranſitum per meridianum ſcopulorum B, & D.

Hic

Hic maris æſtus, & alternus aquarum aſcenſus, & deſcenſus a locis, ubi hoc phænomenon vehementius eſt, in maris altitudine diverſitatem efficit ſexta quoque hora pedum decem, aut duodecim: hinc mare attollitur veluti promontorium obliquum ad lunam vergens; & figuram induit ferme ſphæroidis oblongi *a b c d a*, cujus magnus axis *d* T *b* ſemper lunæ N curſum ſequitur in diurna, & apparente ejus revolutione L N ab oriente in occidentem, ſive in vera N L K ab occidente in orientem.

Præcipua æſtus maris cauſa.

1449. OBSERVATIO. Maris æſtus ita lunæ motui connexus eſt, ut philoſophi omnes ſemper illum lunæ effectum eſſe cenſuerint. Quare certum eſt, lunæ actione in tellurem maris æſtum produci, non minus, ac certum ſit, ab athmoſphæræ preſſione mercurii ſuſpenſionem in tubis effici; maris enim æſtus non minus lunæ, actioni & motui adnexus eſt, ac mercurii ſuſpenſio in tubis aeris actioni adnexa ſit, cujus variationes in ſuis elevationibus, & depreſſionibus omnino ſequitur (738).

Et ſane *maris æſtus*, ſive ejus alterna elevatio, & depreſſio in eodem loco eo major eſt, quo luna telluri propinquior eſt; eo minor, quo luna remotior eſt. Serius quotidie contingit in eodem loco, quanto ſerius contingit lunæ tranſitus per loci meridianum, minutis ſcilicet ferme 50; & ſemper tribus horis poſt hunc lunæ tranſitum ſummus æſtus contingit. Quare diei lunaris decurſu, qui die naturali, aut ſolari longior eſt minutis ferme 50, aquæ maris alternatim bis ubique terrarum attolluntur, & deprimuntur, demptis polorum viciniis, & ul-

& ultra utriuſque latitudinis gradus 65, ubi æſtus inſenſilis eſt, & actio lunæ nulla eſſe debet, ut quamprimum oſtendemus. Quare certum eſt, *lunam eſſe præcipuam maris æſtus cauſam*. Quamobrem tantum qua ratione hæc actio fiat ſupereſt definiendum.

Per Carteſianos luna hoc phænomenon *preſſione* in pleno efficit; per Neutonum luna, & ſol phænomenon *attractione* in vacuo efficiunt, ita tamen, ut luna ejus cauſa præcipua ſit. Poſt confutatam jam vorticum, & pleni fabulam, reliquum eſt, ut oſtendamus quam facile Neutonus a ſuis principiis omnes hujus phænomeni proprietates, & anomalias deducat. Lunæ vis attractive aquarum maris rem efficit; actio attractiva ſolis lunæ actioni conjuncta rem auget, aut minuit, & præcipuas anomalias parit.

Lunaris influxus origo, & fabula.

1450. OBSERVATIO. Valde veroſimile eſt, ex hac vera, & ſenſibili lunæ actione in mare, quæcumque ejus cauſa, & natura ſit, ortam eſſe antiquam, & abſonam opinionem lunæ influxuum ſalutarium, aut noxiorum in res omnes animales, aut vegetabiles orbis noſtri. Lunam viderunt certo in aquas maris agere modo fortius, modo lenius; hæc vero actio dari cognita, natura ignota, & phyſico agendi modo, opinionem in vulgus credulum, ſemper parum philoſophum, & ſemper vana præjudicia mordicus tenere paratum, invexit, lunam re ipſa phyſice modo nocendo, modo juvando influere pro diverſis ejus aſpectibus in univerſam orbis noſtri animalem, & vegetabilem, fortaſſe etiam moralem œconomiam.

I. Experimenta pluribus in locis habita poſtre-

ſtremis his ſæculis de lunæ influxibus tandem homines non hebeti ingenio donatos certos effecerunt, planetæ hujus actionem in tellurem nihil influere in celeriorem germinum explicationem, in promptiorem plantarum vegetationem, in lignorum ſectionem, in animantium vitam, in inanimatorum conſervationem. Compertum eſt, ſemina, quæ dato anni tempore in dato climate terræ committenda ſunt, puta vere, æque germinare, modo opportuno tempore, & apto ſolo ſerantur, tum in utraque ſyzigia, tum in utraque quadratura: luna ſiquidem tempore verno phaſes has omnes diverſis annis habet. Innotuit, lignorum ſectionem nihil a luna pendere: lignum, quod in data regione dato tempore cædendum eſt, æque probatum inveniri, ſive cæſum fuerit in alterutra ſyzigia, ſive in alterutra quadratura, modo cæſum fuerit opportuno anni tempore, quo omnes lunæ phaſes diverſis annis habentur. Idem dicas de aliis omnibus effectibus, qui populari præjudicio lunæ phaſibus tribuuntur. Experientia docuit, effectus hos omnes, nullo excepto, fabuloſos eſſe; nec a lunæ actione magis, quam a cometis, aut planetis ceteris phyſicum, & moralem rerum ordinem in tellure mutari (1103).

II. Phyſica ſemper hiſce obſervationibus optime conſentit; docet enim, lunæ actionem in tellurem, ſive preſſione, ſive attractione fiat, tantum aliquam exiguam varietatem parere in corporum gravitate ad telluris centrum, quæ profecto varietas nihil valetudinem, augmentum, aut interitum animantium, aut corporum inanimatorum viciſſitudines afficere poteſt. Hic unicus eſt lunæ influxus, quem præjudicia fabuloſa vi ditaverant, & quem ſana philoſophia tandem propriis limitibus circumſcripſit; nempe ſolam illi vim tribuens aquas maris ad lunæ orientem poſitas pedibus aliquot at-

attollendi, ut explicare pergimus, poſtquam generalia, & peculiaria maris æſtus phænomena expoſuevimus.

Generalia maris æſtus phænomena.

1451. OBSERVATIO I. Maris æſtus phænomena exhibet propria cujuſque telluris rotationis circa ſuum axem, cujuſque lunæ circa tellurem revolutionis, & cujuſque telluris circa ſolem revolutionis (*Fig.* 56).

I. Prima, ſeu *phænomena diurna*, hæc ſunt: Horis 24, & minutis ferme 50 (quod tempus eſt intercedens inter tranſitum dati meridsani ſupra tunam, & reditum ejuſdem meridiani ſupra lunam jam in conſequentia ſignorum progreſſam) aquæ maris bis attolluntur, & deprimuntur in iiſdem locis e diametro oppoſitis, puta B, & D; ita ut ſumma elevatio in B contingat tribus ferme horis poſt tranſitum lunæ per loci meridianum, & ſumma aquarum depreſſio in C contingat horis ferme novem poſt lunæ tranſitum per eundem meridianum.

Æſtus matutinus dicitur qui contingit tribus horis poſt lunæ tranſitum per meridianum infra horizontem; & *veſpertinus*, qui contingit tribus horis poſt lunæ tranſitum per meridianum ſupra horizontem. Æſtus hi ſemper invicem diſtant horis ferme 12, & minutis 25: idem dicas de refluo maris æſtu matutino, & veſpertino.

II. Altera phænomena, *menſtrua* ſcilicet, hæc ſunt: ceteris paribus maris æſtus major eſt, aquæ magis attolluntur, & deprimuntur in lunæ ſyzigiis, quam in quadraturis; ita tamen, ut majores æſtus non contingant, niſi altero, vel

vel tertio die poſt ſyzigias; minores altero, vel tertio die poſt quadraturas.

III. Tertia phænomena, *annua* ſcilicet, hæc ſunt: ceteris paribus majores æſtus contingunt in æquinoctiis, minores in ſolſtitiis.

Horum phænomenorum varietates.

1452. OBSERVATIO II. Pluribus obſervationibus longa annorum ſerie habitis innotuit, allata phænomena periodicis variationibus obnoxia eſſe, quas noſcere, & quarum cauſam indicare oportet. Itaque, ceteris paribus,

I. Majores æſtus contingunt, luna exiſtente in perigeo, quam in apogeo.

II. Adhuc majores æſtus contingunt, luna exiſtente in æquatore, quam in tropicis.

III. In ſyzigiis ſolſtitii æſtivi æſtus diurnus major eſt, quam nocturnus: in ſyzigiis ſolſtitii hyberni oppoſitum contingit.

IV. Ceteris paribus, maris æſtus major eſt ad litora orientalia, quam ad occidentalia etiam in eadem latitudine; exempli cauſa, ad Braſiliæ, quam ad Peruviæ litora.

PROPOSITIO.

1453. *Omnia maris æſtus phænomena, proprietates, anomaliæ a generali attractionis lege procedunt: eorumque cauſa eſt conjuncta lunæ, & ſolis actio in aquas maris.*

DEMONSTRATIO. Statuetur propoſitio, ſi oſtendatur, nullum ex expoſitis phænomenis ex generali attractionis lege non deſcendere, ſive omnia a lunæ, aut ſolis, aut utriuſque ſimul actio-

actione in maris aquas effici. Atqui rem ita eſſe in ſequentibus apparebit.

Ad rei claritatem primo ſolam lunæ attractionem, quæ præcipua phænomeni cauſa eſt, deinde ſolis actionem, quæ lunæ actioni conjuncta varietates efficit, expendemus.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

ATTRACTIO LUNÆ.

1454. OBSERVATIO. LUnæ tantum attractione hic primum conſiderata, patet, quamlibet aquæ guttam ſua ſumma mobilitate in immenſo mari ita ferme a luna attrahi, ut luna ipſa, cum circa tellurem convertitur, a ſole attrahitur, qui ejus velocitatem modo accelerat, modo retardat, modo ejus gravitatem ad terræ centrum auget, modo minuit. (1237)

Quare quælibet aquæ gutta ſolitaria conſiderari poteſt tamquam exigua luna libere in vacuo circa tellurem revoluta ab occidente in orientem horis 24 ſemper lunæ attractioni obnoxia. (*Fig.* 56)

Hæc aquæ gutta *a*, quælibet aquæ gutta *b*, vel *d* in ſua diurna revolutione *a b c d a* circa tellurem T perpetuo lunæ L attractioni obſequetur, quæ ejus velocitatem modo accelerabit, & ejus gravitationem ad telluris centrum modo augebit, modo minuet; ſicuti gutta quævis *a* e telluris centro viſa erit cum luna L in ſua orbita mobili aut in conjunctione, aut in quadratura. Exempli cauſa: poſita luna in L, gutta *a* erit in conjunctione in *b*: poſt horas duodecim in oppoſitione in *d*: ſex ferme horis poſt conjunctionem, & oppoſitionem in quadratura in *a*, & in *c*.

1455. PHÆNOMENON I. *Ex vi lunæ attractiva aquæ maris utrinque ſub luna promontorii, aut ſphæroidis oblongati inſtar attolli debent.* (*Fig.* 56)

EXPLICATIO. Sit primo luna in L, tellus in T, utraque immobilis: in ſequenti explicatione quid horum orbium motus efficiat, dignoſcemus.

I. Patet, actionem attractivam lunæ ſemper in duplicata inverſa ratione diſtantiarum fortius attrahere aquas B minus diſtantes, quam aquas A, & C magis remotas. Patet, aquas A, & C poſitas ad graduum 90 diſtantiam BA, & B C ab immediate lunæ ſubjectis, oblique ab illa attrahi debere, dum aquæ B directe attrahuntur. Actio hæc obliqua LA, vel LC in duas dividitur, quarum altera AL, vel CL earum gravitationem minuit ad centrum terræ; altera AT, vel CT earum gravitationem ad idem centrum auget; ut alibi de obliqua ſolis in orbitam lunarem actione agentes explicavimus. (1236)

Actio itaque attractiva lunæ in hemiſphærium aqueum illi obverſum tota inſumitur, & tota ſua vi in aquis B ad illam attollendis: unde earum gravitas, ſeu niſus ad terræ centrum T admodum minuitur. Eadem actio attractiva lunæ jam aliquanto in A, & C debilior, quam in B partim inſumitur in minuenda, & partim in augenda aquarum A, & C gravitate: aquæ hæ A, & C igitur magis gravitant ad terræ centrum, quam aquæ B. Ergo ut perſiſtat æquilibrium inter aquas B minus graves, & A, & C graviores, aquæ minus graves B magis attolli debent, & aſſurgere in *b*; aquæ vero graviores A, & C humiliores fieri debent in *a*, & *c*. (502, IV.

II. Idem contingere debet in hemiſphærio aqueo ADC inferiore, & lunæ I. oppoſito. Aquæ D magis a luna, quam terræ centrum

T re-

T remotæ minori vi ad lunam attrahuntur, quam centrum T; hæc vero minor attractio in aquis D fit in ipſis minor gravitas, ſeu niſus ad terræ centrum, quod magis illis ad lunam L accedit. Quare aquæ D leviores, ſeu minus graves effectæ aquis A, & C, & aquis G, & H cogentur attolli, & in majori altitudine T *d* perſiſtere, ut æquilibrium inter omnes columnas aqueas TA, TG, T*d*, TH, TC habeatur. Hinc exurget promontorium aqueum *a d c* promontorio *a b c* oppoſitum.

III. Luna adhuc, & tellure omnino immobilibus ſuppoſitis; ex hac lunæ attractione in aquas maxime mobiles inæqualiter diſtante, & directione varia ſequitur, aquas immediate ſub luna ſitas in B, & D magis ceteris attolli debere: *aquas collaterales magis magiſque deprimi debere uſque ad gradum* 90 *a punctis* B, *&* D, ubi lunæ actio eſt maxime obliqua aquis terram obtegentibus, quæ e telluris centro conſpici ſupponuntur.

Hic apparet, cur maria ſub polis, aut prope polos ſenſibilem æſtum non patiantur, & ſemper depreſſa ſint. Semper enim reſpectu lunæ, quæ zodiacum non tranſgreditur, poſitionem obtinent aquarum *a*, & *c*, in qua luna L aquas deprimit dum illas elevat in *b*, & *d*.

1456. PHÆNOMENON II. *Axis primus ſphæroidis, ſeu duplicis promontorii aquei dirigi debet non ad ipſam lunam, ſed ferme gradibus* 45 *ad orientem lunæ ferme in plano ſui circuli diurni.*

EXPLICATIO. Si tellus, & luna eſſent omnino immobiles, duplex promontorium aqueum *a b c d a* ſemper ad lunam, & ad locum illi oppoſitum dirigeretur; ut modo explicavimus: & axis primus ſpæroidis aquei productus ſemper per telluris, & lunæ centra tranſiret, & ea-

dem ſemper cæli puncta reſpiceret. At quum tellus, & luna re ipſa, ab occidente in orientem moveantur; patet, ſphæroidem duplici hoc motu affici debere.

Ad majorem claritatem hic a motu annuo telluris, & lunæ circa ſolem præſcindamus; & tantum telluris circa ſuum axem motum diurnum, & lunæ circa tellurem menſtruum conſideremus. Quum lunæ revolutio circa tellurem ſatis lenta ſit diurnæ telluris circa axem revolutioni comparata, lunam ut immobilem in L die uno conſideremus, dum tellus integram circa axem ſuum revolutionem complet directione ABCDA.

I. Quum tellus circa ſuum axem convertitur, loca B, & D duorum promontoriorum aqueorum tranſibunt a B in C, & a D in A horis ſex ſucceſſive magis magiſque a lunæ meridiano LTO recedendo.

II. Aquæ *b*, & *d* ſub luna intumeſcentes locorum, in quibus jacent, motum concipient: ergo horis ſex nitentur ferri a *b* in *c*, a *d* in *a*. Verum ob maximam earum mobilitatem in immenſo mari, in hoc tranſitu lunæ actioni obſequentur; & earum intumeſcentia minus a lunæ meridiano recedet, qui ad occidentem pergit, aut pergere videtur, quam loca ipſa, in quibus jacent.

Aquæ enim *bc*, lunæ inſtar a conjunctione ad quadraturam procedentis (1237, III.) a lunæ actione retardabuntur; & paululum ad lunam refluere cogentur, ſub qua ſemper axis primus ſphæroidis aquei ſeſe ſtatuere nititur. Hoc ipſo tempore motus aquarum *a b*, quæ a ſecunda quadratura veniunt, eſt acceleratus. Pari ratione aquæ *d a* retardantur, & aquæ *c d* accelerantur.

III. Itaque inter conjunctionem B, & primam quadraturam C: inter oppoſitionem D, & ſe-

ſecundam quadraturam A duo dantur motus contrarii in aquis maris lunæ attractionem ſentientibus, eo ferme pacto, quo a luna ſolis attractionem ſentiri vidimus: hinc duo promontoria a lunæ attractione erecta admodum augeri debent ita, ut ſumma eorum altitudo fiat non ſub ipſa luna, ſed ferme in octantibus, ſeu gradibus 45 ad orientem meridiani, in quo luna eſt.

Quare quum luna motu ſuo diurno, & apparente eſt in L, ſumma aquarum elevatio eſt in R, & in G: quum luna horis tribus poſt jam tranſiit in N, ſumma elevatio eſt in *b*, & *d*: quum luna tribus aliis horis poſt tranſiit ſuper A, ſumma aquarum elevatio eſt in X, & H; atque ita deinceps. Promontorium aqueum igitur *b*, & *d* ſemper a lunæ meridiano gradibus ferme 45 ad orientem diſtans lunam perpetuo ſequitur, dum illa quotidie circa tellurem ab oriente in occidentem converti videtur.

Hic apparet qua ratione duplex promontorium aqueum *b*, & *d* quotidie circa tellurem ab oriente in occidentem converſum lunam ſequens altius extolli debeat ad litora orientem reſpicientia ad quæ motu directo, & nullo obſtaculo fertur, quam ad litora occidentem reſpicientia, ad quæ motu tantum fertur indirecto, & reflexo maria propinqua attollens & ſecus litora refluens.

IV. Si luna ſemper eſſet immobilis in N in eodem meridiano, duplex promontorium aqueum *b*, & *d* ſemper ad lunæ octantes directum diurnas ſuas revolutiones circa tellurem faceret ab oriente in occidentem eo ipſo tempore, quo tellus ſuas circa axem facit oppoſitas ab occidente in orientem; & duplex promontorium aqueum eſſet in B, & in D; in D, & in B bis horis 24.

At quum hoc temporis intervallo luna per-

petuo in ſua orbita progrediatur ab occidente in orientem, ab N in M gradibus ferme 12; duplex hoc promontorium aqueum quotidie eo ſerius pervenire debet in B, & in D, quo ſerius luna ad utriuſque meridianum appellit; minutis ſcilicet ferme 50 ſerius; quivis enim locus terreſtris B duodecim ferme gradus percurrit directione BR minutis 50. Hinc diurna, & periodica æſtus maris in eodem terreſtri loco B, aut D in dies retardatio. (1451)

§. II.

ATTRACTIO SOLIS.

1457. OBSERVATIO. Quælibet aquæ gutta ob ſummam ſuam in immenſo mari mobilitatem a ſole attrahitur eo ferme pacto, quo luna in immenſo vacuo a ſole ipſo attrahitur. Itaque ſicuti actio attractiva ſolis in lunam dum circa tellurem convertitur, ejus motum in orbita modo accelerat, modo retardat, ejuſque gravitationem in tellurem modo auget, modo minuit (1237); ita actio attractiva ſolis in quamvis aquæ guttam dum diurna revolutione circa tellurem convertitur, ejus motum circa tellurem modo accelerare debet, modo retardare, ejuſque gravitationem ad terræ centrum modo augere, modo minuere. Hinc in ſole vis attractiva modo cum vi attractiva lunæ in eandem fluidi partem conſpirans, modo illi oppoſita.

I. *Etſi actio attractiva ſolis actione attractiva lunæ in tellurem major ſit; adhuc tamen luna erit præcipua maris æſtus cauſa*. Agitatio enim periodica aquarum maris in earum elevatione, & de-

& depreſſione ,non a magnitudine virium procedit illas ad lunam, aut ad ſolem attrahentium; ſed *ab inæqualitatibus, quas vires attractivæ ſubeunt* reſpectu poſitionis diverſæ diverſarum aquæ guttarum. Exempli gratia,

Si omnes telluris, & maris partes ſimul a viribus æqalibus, & parallelis traherentur directione qualibet, puta ad Syrium; motus hic communis nihil maris figuram mutaret; omnes enim terræ, & maris partes æqualiter, & uniformiter viribus attrahentibus obtemperarent, & eandem reſpectivam poſitionem inter ſe ſervarent in quovis puncto ſpatii, ad quod a viribus æqualibus, & parallelis deferrentur. Tunc itaque mare ſphæricum eſſe perſeveraret, ſi antea ſphæricum fuiſſet.

Verum ſi harum virium aliæ parallelæ perſeverent, aliæ obliquæ fiant; guttæ aqueæ *a viribus parallelis*, nec infirmatis attractæ magis a terræ centro recedent: guttæ *a viribus obliquis*, & debilitatis attractæ minus a terræ centro recedent; tunc vero mare figuram induet hinc oblongatam, illinc depreſſam.

II. Quæ quum ita ſint, *aqua maris in duplex promontorium non aſſurgunt inter lunæ, & ſolis vires attractivas, niſi quia harum virium aliæ directe, aliæ oblique aquas attrahunt aut ad lunam, aut ad ſolem*. Atqui ob immenſam ſolis a tellure diſtantiam diverſæ directiones, quibus ipſe aquæ guttas attrahit, parum a paralleliſmo recedunt; at directiones, quibus luna multo terræ proxima eaſdem guttas attrahit, multo, ac multo magis a paralleliſmo recedunt.

Itaque multo magna directionum diverſitas in lunæ actionibus aquæ guttas attrahentibus magnam in earum ad lunam tendentia diverſitatem parere debet: contra vero minima directionis diverſitas in ſolis actionibus eaſdem a.

quæ guttas attrahentibus, minimam quoque in earum ad ſolem tendentia diverſitatem pariet. Hinc multum agit luna, parum ſol in maris æſtu; qui unice procedit aut ab inæquali tendentia in lunam, aut ab inæquali guttarum maris tendentia in ſolem, quibus potior terreſtris ſuperficiei pars obtegitur. Ex hac theoria ſequentia duo corollaria deſcendunt.

1454. COROLLARIUM I. *Luna, non obſtante magna vi attractiva ſolis in tellurem, multo magis ſole in maris æſtum agere debet.*

EXPLICATIO. Aquæ maris in duplex promontorium aſſurgunt aſtrum verſus, a quo attrahuntur, quia in hemiſphærio ad aſtrum converſo magis attrahuntur ipſæ, qam terræ centrum; in hæmiſpherio autem oppoſito minus, quam terræ centrum, attrahuntur.

Atqui quum telluris radius ſolis diſtantiæ comparatus ferme nullus ſit, quum ſit tantum hujus diſtantiæ $\frac{1}{20000}$ (1186); jam aquæ in hemiſphærio ſoli obverſo poſitæ non magis ipſo terræ centro attrahi debent: & aquæ in oppoſito hemiſphærio ſitæ nihil fere minus ipſo centro attrahi debent: hæ ſiquidem ſolis attractiones inter ſe ſunt ut quadrata numerorum 20000, 20000 — 1, 20000 + 1, quorum differentiæ minimæ ſunt.

Contra vero quum telluris radius non levem ad lunæ diſtantiam rationem dicat, cum ſit ejus pars ſexageſima; jam luna aquas maris ſibi ſubjectas fortius, quam terræ centrum attrahere debet; & hoc ipſum centrum fortius attrahere, quam aquas hemiſphærii oppoſiti. Hæ ſiquidem lunæ attractiones ſunt ut quadrata numerorum 60, 60 — 1, 60 + 1: numerorum vero quadrata, quorum differentia eſt unitas, eo magis differunt, quo numeri minores ſunt: 2, & 3 quadrata ſunt 4, & 9, qui plus di-
mi-

midio inter ſe differunt : 100, & 101 quadrata ſunt 10000, & 10100, quæ parte ferme centeſima tantum differunt.

Ergo luna in aquis ipſi hinc inde ſubjectis intumeſcentiam pariet, & depreſſionem in aquis, quæ e telluris centro viſæ cum luna in quadratura ſunt; hæc vero intumeſcentia, & depreſſio major erit, quam quæ in iiſdem aquis a minus inæquali ſolis actione produceretur.

1459. COROLLARIUM II. *Actiones attractiva ſolis, & luna ſimul diverſis modis compoſita varietates omnes periodicas parere debent, qua in maris æſtu contingunt.*

EXPLICATIO I. Quamvis actio ſolis in mare minor ſit actione lunæ, nunquam tamen nulla, aut prorſus extincta eſt; ſemper igitur verum effectum pariet lunæ actioni, quæ præcipua eſt, favendo, aut obſiſtendo.

II. Ut rei veritatem oſtendamus, præcipuas maris æſtus proprietates (1452) expendemus; eaſque ex compoſitis ſolis & lunæ attractionibus procedere oſtendemus.

1460. PHÆNOMENON III. *Æſtus majores eſſe debent in luna ſyzigiis, quam in quadraturis.* (*Fig.* 56)

EXPLICATIO. In *ſyzigiis* luna N, vel P, & ſol S, vel T eadem directione agunt, earumdem aquarum velocitatem, & gravitatem augent, vel minuunt (1457); ſimul concurrunt in maxima depreſſione producenda in *a*, & *c*; & maxima elevatione in *b*, & *d*.

At *in quadraturis*, quum ſole exiſtente in S luna eſt in I, aut in K, luna aquas elevat, quas ſol deprimit; luna aquas retardat, quas ſol accelerat. Itaque in ſyzigiis æſtus duarum virium ſummæ, in quadraturis differantiæ eſt proportionalis.

1461. PHÆNOMENON IV. *Summus maris æſtus tamen non continget in ipſo ſyzigiarum die, ſed altero, aut tertio die poſt.*

EXPLICATIO. Quum aqua inertia donata ſit, motum illico non acquirit, aut amittit; quum ergo a quadratura ad conjunctionem magis magiſque attolli cogatur: etiam poſt conjunctionem, ex his attractionibus aliquandiu elevabitur.

Exempli cauſa: ſi attractio lunæ N, & ſolis S illico ceſſaret; aquæ intumeſcentes, & in *b*, & *d* accumulatæ motu accelerato ſuper depreſſiores aquas *a*, & *c* ferrentur. Illuc, veluti in confluentem fluvium aggregarentur, & cumulum efficerent, unde deprimerentur, & iterum ad B, & D pergerent, ut iterum vi ſemper decreſcente refluerent ad A, & C; atque ita uſque ad extinctum motum proſequerentur.

Ergo quamvis poſt ſyzigias minus quam in ſyzigiis ſolis, & lunæ vires conſpirantes ſint; aquæ ab ipſis ſimul agentibus magis magiſque per dies ſeptem, aut octo elevatæ, adhuc diebus aliquot attolli pergent ex iteratis, & aggregatis impreſſionibus, quas in tranſitu a quadraturis ad ſyzigias pertulerunt. Ergo maxima maris elevatio non ipso ſyzigiarum die continget, ſed duobus, aut tribus poſt. Simili admodum ratione ſummum frigus in ipſo hyemali ſolſtitio non ſentitur, ſed aliquanto poſt; ut & maximus diei calor non habetur meridie, ſed altera, aut tertia hora pomeridiana.

1462. NOTA. Eadem ratione minores maris æſtus non contingunt ipſo quadraturarum inſtante, ſed duobus diebus poſt. Quare, ſole exiſtente in V, & luna in N, aut in P, minimus æſtus habebitur in B, & D duobus ferme diebus poſtquam luna quadraturas ingreſſa fuerit. Minores æſtus minus a quadraturis diſtant, quam majores a ſyzigiis; quum enim in his major, quam in illis aquarum agitatio ſit, diutius hæ motum ſervant.

1463. PHÆNOMENON V. *Ceteris paribus major haberi debet maris æſtus luna exiſtente in perigeo, quam in apogeo.*

EX-

EXPLICATIO. Luna præcipua maris æſtus cauſa eſt (1457); hæc vero cauſa eo majore vi pollet ad aquas attollendas, aut deprimendas ad earum motum accelerandum, aut retardandum, quo ipſis propinquior eſt (1416): hoc vero contingit quum luna eſt perigea.

1464. PHÆNOMENON VI. *Major eſſe debet maris æſtus in ſyzigiis ad æquinoctia, quam ad ſolſtitia* (*Fig.* 57).

EXPLICATIO. Duæ phænomeni cauſæ ſunt ſeorſim expendendæ: poſtrema præcipua eſt.

Sit P S P axis mundi; X S L æquator cæleſtis: D tellus in ſolſtitio hyberno: C tellus in ſolſtitio æſtivo: H L luna in ſyzigiis ad æquinoctium: R V eadem in ſyzigiis ad ſolſtitium hybernum: M N eadem in ſyzigiis ad ſolſtitium æſtivum. Promontorium aqueum in diverſis his terræ poſitionibus ſemper dirigitur ad aſtra illa duo, a quibus attollitur.

I. Prima phænomeni cauſa hæc eſt. In æquinoctiis quum tellus ſit in T, duplex promontorium aqueum A B in ſyzigiis eſt in plano æquatoris terreſtris, ubi aquæ ſunt minus graves (251). Atqui quo minus aquæ gravitant, minus conſpiranti ſolis, & lunæ attractioni reſiſtent; adeoque magis utrinque ad hæc duo aſtra attolli debent.

Idem non continget, quum tellus ſolſtitiorum tempore erit in C, aut in D; tunc enim ſphæroides aqueus in ſyzigiis erit æquatori terreſtri A B obliquus, & aſſurget in aquis telluris polis propinquioribus, adeoque gravioribus, magiſque aptis conſpiranti ſolis, & lunæ attractioni reſiſtere, a qua minus attollentur, quam minus graves, minuſque reſiſtentes æquatoris terreſtris A B aquæ attollerentur.

II. Altera, & præcipua phænomeni cauſa

hæc eſt. In ſyzigiis ſolſtitiorom ſol & luna ad polos admodum declinant; & vis attractiva qua ſol, & luna aquas attollunt eo minor fit, quo magis ab æquatore recedit.

Evidens enim eſt, ut notat Neutonus, ſi ſol, & luna aut ſub eodem polo, aut ſub polis P eſſent, tunc axem *p* Z *p* ſphæroidis aquæ congruere debere axi revolutionum diurnarum; & ſectiones omnes A Z B, *a b a*, *m n m* ſphæroidis æquatori parallelas fore ſemper circulares, ubi nullus æſtus haberetur.

At ſi luna, & ſol a polo ad æquatorem X S H accedunt, ut ſiti ſunt, quum tellus eſt in T, vel in D, vel in C, jam alterni maris æſtus haberi incipient: in diurna ſiquidem telluris circa axem revolutione, eadem terreſtria puncta modo ſunt intra, modo extra prominentem ſphæroidis aquei portionem.

Quare ſicuti luna, & ſole ad polos ſitis nullus maris æſtus haberetur; haberi vero inciperet, & creſceret quo magis aſtra hæc a polis recederent; jam ſequitur, eo *majorem* fore maris æſtum, quo magis hæc aſtra a polis diſtabunt; quod contingit in æquinoctiorum ſyzigiis, quum tellus eſt in T; eo *minorem*, quo hæc aſtra polis propinquiora ſunt; quod contingit in ſyzigiis ſolſtitiorum, quum tellus in D, aut in C verſatur.

1465. PHÆNOMENON VII. *In ſyzigiis æquinoctiorum æſtus matutinus in eadem regione veſpertino æqualis eſt* (*Fig.* 57).

EXPLICATIO. Poſita tellure in T, ſole in S, luna in L, aut in H, ſphæroides aqueus axem ſuum primum habet in plano æquatoris terreſtris A B, ad quem dirigitur. Patet vero, tunc puncta quævis *a*, A, *m* æque prominenti ſphæroidis aquei parti immerſa eſſe tum in *a*, & in

& in *m* in æſtu veſpertino, tum in *b*, & in *n* in æſtu matutino. Quum tellus erit in D, aut in C hoc non continget.

Æſtus veſpertinus eſt, qui contingit horis ferme tribus poſt lunæ tranſitum per meridianum H ſupra horizontem: matutinus, qui contingit horis ferme tribus poſt lunæ tranſitum per meridianum L infra horizontem, ſeu per meridianum gradus 180 diſtantem a meridiano loci, in quo æſtus habetur.

1466. PHÆNOMENON VIII. *In ſyzigiis ſolſtitii æſtivi maris æſtus diurnus circa æquatorem major eſt nocturno.*

EXPLICATIO. In ſolſtitio æſtivo tellus eſt in C in capricorno: luna in ſyzigiis eſt in M, aut in N; tunc ſphæroidis aquei directio eſt *v* C *m*: hujus axis tropicos reſpicit: in diurna telluris C revolutione punctum *m* in conjunctione cum luna M percurrit tropicum cancri; & punctum *v* in conjunctione cum luna N percurrit tropicum capricorni.

I. Si luna eſt in M, ſupra horizontem cum ſole eſt in diurna telluris revolutione. Tunc punctum terreſtre *a* diurnam revolutionem *a b a* faciens altius immerſum eſt ſphæroidi aqueo in *a m*, quam in *b n*: atqui æſtus *a m* eſt diurnus, qui contingit hora ferme tertia poſt lunæ M tranſitum per meridianum ſupra horizontem; ſicuti æſtus *b n* eſt nocturnus, qui contingit hora ferme tertia poſt lunæ M tranſitum per meridianum infra horizontem.

Patet jam, æſtum *a m* diurnum majorem eſſe nocturno *b n* in puncto *a* citra æquatorem ad boream. Oppoſitum in *e* contingit ultra æquatorem ad auſtrum. In revolutione diurna *e d e* puncti *e* æſtus veſpertinus *d u* matutino *e t* major eſt.

II. Si luna eſt in N, infra horizontem eſt quum ſol ſupra eſt. Tunc terreſtre punctum *a*

dus 90 ab oriente in occidentem extenduntur. (*Fig.* 56).

EXPLICATIO. Phænomeni ratio eſt, quia actio lunæ L extenditur per totum arcum B X A, ut aquas deprimat in *a*, & elevet in *b*. At ſi mare extenſionem habeat tantum B X, actio lunæ fruſtranea eſt in toto arcu X A: in A X aquæ non ſunt, quæ ſua depreſſione X *a* concurrant ad aquarum elevationem X *b*: quare aquæ multo minus in *b* aſſurgent.

Ceterum, quum actio lunæ, ut actio quævis mechanica, ſucceſſiva ſit, debent aquæ diutius lunæ vim attractivam perpeti, ut ſucceſſive, & paulatim ex repetitis his attractionibus eum motus accelerati gradum acquirant, quo hinc deprimantur, illinc attollantur; hoc vero ſatis, & ſenſibiliter contingere nequit in exiguo freto centum, aut paulo plures leucas lato, neque in mari nimis polis propinquo, ubi aquæ conſtantem uniformis compreſſionis ſtatum obtinebunt (1455, III).

Quæ quum ita ſint, maximi æſtus habebuntur in immenſo mari Pacifico, inter occidentale Americæ litus, & orientale Aſiæ. In mari Atlantico inter Africam, & Americam æſtus minores eſſe debent ſub zona torrida, ubi mare minus latum eſt, majores ſub temperatis, ubi mare, ad auſtrum præſertim, latius eſt. Hæc vero conſectaria experientia comprobat.

Ad inſulas quaſdam oceani non procul a litore æſtus maris aquas non niſi ad tres, aut quatuor pedes attollit, quum obſiſtant litora, ſyrtes, ſcopuli, quibus aquæ retardantur, & alio divertuntur. Ad litora terrarum ampliſſimarum, quo libere affluunt, triplo, aut quadruplo altius attolluntur.

1469. NOTA. Maris æſtus magna ex parte

pendet a marium poſitione reſpectu æquatoris, a litorum directione, a fundi figura, ab innumeris peculiaribus cauſis, quæ aquarum intumeſcentiam, & depreſſionem augere, aut minuere poſſunt pro locorum diverſitate. Quare ne ubique expoſitos effectus expectes, ſicuti ſemper contingerent, ſi maris cavitas ubique æqualis, æque profunda, æquatori, & tropicis parallela eſſet. Nonnulla hic ſubiiciam, quæ peculiaribus caſibus accommodari poterunt.

I. Putei, lacus, ſtagna, flumina, fluvii, aquæ omnes oceano non communicantes æſtu carent; neque enim ſatis extenſæ ſunt, ut a ſolis, & lunæ actione hinc deprimantur, illinc attollantur. Vires in has aquas ſive ad medium, ſive ad extrema agentes, ſunt omnes ad ſenſum æquales, & parallelæ; nullam ergo in exiguis aquæ portionibus, quas afficiunt, gravitatis inæqualitatem parere debent; ut alibi explicavimus (1457).

II. Freta oceano communicantia ſemper ejus æſtum ſentire deberent: aquæ enim ſolis, & lunæ actione in oceano alternis elevatæ, & depreſſæ, modo ab oceano in freta refluere, modo ab his in oceanum affluere deberent. Verum plures cauſæ huic æſtus communioni inter oceanum & freta obſtare poſſunt. Exempli cauſa,

Mare Balticum æſtu caret; ſive quia ſitum ſit in latitudine gradum 55, ubi jam æſtus minimus eſſe debet (1455; ſive quia fretum, quo Oceano communicat adeo arctum, tortuoſum, ſyrtibus interſeptum eſt, ut in æſtu aquæ ubique impeditæ, & innumeris modis repulſæ attolli nequeant, aut deprimi, quum minima propterea aquæ quantitas illinc effluere, aut illuc ab oceano affluere poſſit.

In *Mediterraneo* maris æſtus minimus eſt, ſaltem ad plæraque ejus litora; primo quia ma-

re

re hoc pluribus, & magnis inſulis conſertum, a quibus veluti in totidem ſtagna dividitur, nequit magis æſtum pati, quam lacus, aut ſtagna ſuperius memorata. Deinde quia fretum Gaditanum, quo Oceano communicat, quodque quatuor tantum, aut quinque leucas latum eſt, nimis arctum eſt, ut æſtus tempore aquæ volumen illi addat, aut demat, unde ejus altitudo minuatur per longitudinem leucarum ferme 900, & latitudinem mediam leucarum ferme 130.

In *Erithræo* maximus eſt maris æſtus; hoc enim mare ſatis rectum Oceano Indico oſtiis amplis ad orientem communicans aptiſſimum eſt, ut libere ſuperfluentes Oceani aquas excipiat, eaſque refluas in Oceanum remittat.

In *Adriatico* habetur æſtus major, quam in reliquo mediterraneo; hoc enim mare ita maximæ mediterranei amplitudini communicat, ferme ut Erithræum oceano; adeoque facile aquas a luna elevatas, & ab Africæ, Siciliæ, Calabriæ ulterioris, Peloponneſi, Epyri litoribus repulſas admittit.

Objectiones diluendæ.

1470. OBJECTIO I. Si actio ſolis, & lunæ aquarum gravitatem auget in quadraturis, minuit in ſyzigiis; eædem cauſæ ceterorum corporum gravitatem alternis augere, & minuere deberent ſexta quaque hora; hæc vero alterna gravitatis mutatio percipi deberet, præſertim tempore ſummorum maris æſtuum in pendulorum oſcillationibus, quæ a gravitate pendent, & quum gravitas varia eſt ipſæ quoque variæ ſunt (251). Atqui nulla in penduli oſcillationibus diſtinguitur mutatio; etſi & illud,

lud, ut aquæ maris, modo cum ſole, & luna in quadraturis ſit, modo in ſyzigiis: ergo luna, & ſol nullam in pendulo gravitatis variationem pariunt; ergo neque in aquis maris; ergo falſa eſt Neutoni de maris æſtu theoria.

RESPONSIO. Libenter cum Neutono fatemur, ſolis & lunæ attractionem alternis ſexta quaque hora cum aliquot minutis augere, & minuere corporum omnium terreſtrium gravitatem in zona torrida, & in temperatis fere cunctis: globum bellicum, pendulum oſcillatorium in lunæ ſyzigiis aliquanto minus (a) ſub luna poſitum gravitare, quam ſex, aut duodeviginti horis poſt, quum erunt cum hiſce aſtris in quadratura.

Num propterea celeriores fient penduli vibrationes in ſyzigiis ſub hiſce aſtris, lentiores quum illa a pendulo gradibus 90 diſtabunt? Ita eſſet, ſi gravitatis quantitas ab hiſce aſtris pendulo addita, aut adempta cauſa eſſet, ut ſenſibilem effectum pareret ad penduli oſcillationes accelerandas, aut retardandas.

Verum experientia conſtat, ſi accuratiſſimæ bilancis lancibus utrinque imponantur grana 4000, æquilibrium habitum iri: & addito uni lanci grano uno, ſeu $\frac{1}{4000}$ totius ponderis, adhuc æquilibrium haberi, nullo additi ponderis ſenſibili effectu. Unde ſequitur, augmentum ponderis in corpore non percipi niſi ponderis totius corporis partem quater milleſimam excedat.

Atqui ex Neutoni calculis, gravitatis quantitas, quam conjuncta ſolis & lunæ attractio in ſyzigiis, & qua-

---

(a) *In autographo eſt* magis. *Error, fortaſſe typographi*. Interpres.

& quadraturis minuit, & auget reſpective corporum terreſtrium gravitatem, eſt ad naturalem eorum gravitatem ut 1 ad 2032890. Ergo $\frac{1}{2032890}$ gravitatis, quum minus ſit quantitate $\frac{1}{4000}$ in bilance addita, ſive addatur, ſive dematur, etſi vera ſit, nullum ſenſibilem effectum in pendulo parere poteſt.

Qui plura hac de re cupit, Neutoni ipſius opera conſulat, aut docti, & acuti Abbatis Sigorgnii Inſtitutiones Neutonianas.

1471. OBJECTIO II. Scopulum vitantes alteri illidimur. Qua ergo ratione tam minima gravitatis mutatio a luna in ſyzigiis, & in quadraturis effecta maris aquas ad duodecim pedes, & ultra attollere poterit?

RESPONSIO. Vis viva (278), etſi minima actionem ſuam attractivam infinitis attractionibus multiplicando in aquæ moleculas maxime mobiles poteſt dato tempore effectum maxime ſenſibilem in illis parere. Oſtendamus, vim a Neutono definitam $=\frac{1}{2032890}$ aquas maris ſub luna ad pedes 10, aut 12 attollere poſſe.

I. Notum eſt, corporum omnium, adeoque & aquarum maris gravitatem majorem eſſe ad polos quam ad æquatorem; & corporis gravitatem ad polos eſſe ad ejuſdem gravitatem ad æquatorem, proxime ut 202 ad 201 (252): ergo differentia gravitatis ad polos, & ad æquatorem eſt $\frac{1}{202}$.

II. Notum eſt, tellurem ad æquatorem elatam eſſe, ad polos depreſſam, & maris aquas ad æquatorem altiores eſſe, quam ad polos leucis ſex, aut ſeptem (1375). Ergo imminutio gravitatis $=\frac{1}{202}$ in his aquis ſub æquatore elevationem parit leucarum ferme ſex, quæ pedes continent 82332.

III. Quæratur modo per regulam auream mutatio, quam in media aquarum altitudine pa-

rere

rere debet augmentum gravitatis $=\frac{1}{2032890}$, hac analogia: $\frac{1}{202}:\frac{1}{2032890}::\frac{82332}{1}:x$. Invenietur quartus terminus (*Math.* 212), ferme 8; qui exprimet numerum pedum, quibus aquæ maris ſupra naturalem altitudinem attolli debent, quum earum gravitas imminuitur quantitate $=\frac{1}{2032890}$.

Hac porro quantitate ſemper aquæ maris attollerentur in lunæ, & ſolis ſyzigiis ex horum aſtrorum attractione, ſi ſemper vis hæc nullo obſtaculo in aquas ageret. Eadem quoque quantitate infra naturalem altitudinem deprimerentur ſex ferme horis poſt, ſi actio deprimens attollenti æqualis eſſet; aſt illa hujus ferme dimidia tantum eſt (1237, II.). Hinc in majoribus æſtibus habetur differentia elevationis pedum ferme 12 inter ſummam altitudinem, & infimam aquarum depreſſionem. Si quando mare ad litora altius aſſurgit, ex violento in litus incurſu altius ita attolli cogitur.

IV. Ceterum hoc phænomenon, cujus cauſa veluti infinite parva videtur, magis aliis quamplurimis, quæ non miramur, mirum eſſe non debet. Nonne ſæpius maris aquas vehementer in ipſa malacia agitari videmus? Hoc a maxima aquarum mobilitate procedit, quæ minimi zephiri impulſu agitantur, & ex inertia velocitatem conceptam ſervantes, tandem non exiguo motu cientur; etſi hujus cauſa in ſe minima ſit.

1472. OBJECTIO III. Certum eſt, doctis omnibus fatentibus, maris æſtus cauſam præcipuam eſſe lunæ actionem in aquas maris. Verum hæc actio quidni preſſio ſit, non attractio? Hujuſmodi actio facilius concipi poſſe videtur.

RESPONSIO. Non quæ facilius concipiuntur in phyſicis ſunt admittenda. Specioſa hæc ſæpe ſunt, non tamen vera. Nulla itaque præ-

ter

ter attractionem phænomeni hujus cauſa admitti poteſt. Evidens vero eſt, maris æſtum non procedere a lunæ in aquas preſſione a ſua attractione in vacuo diſtincta.

I. Nequit luna preſſione in maris aquas agere, niſi inter mare, & lunam materia ſit comprimibilis ſatis denſa, ut lunæ preſſioni valide reſiſtat, & ſatis reagens, ut valide, & citiſſime lunæ preſſionem ad maris aquas tranſmittat, materia tandem Carteſianis vorticibus conſimilis, quorum inanitatem pluribus demonſtravimus. Atqui evidenter ex tota motus, & cauſarum phyſicarum theoria conſtat, hanc materiam inter tellurem, & lunam non haberi (1398); nequit ergo lunæ preſſionem mari communicare.

II. Si inter tellurem, & lunam exiſteret materia comprimibilis apta mari lunæ preſſionem communicare; patet, hanc materiam a luna compreſſam debere præcipue aquas illas premere, & deprimere, quæ cum luna in conjunctione ſunt, & in oppoſitione; eas procul repellere, & undequaque attollere ad partes terreſtres, quæ cum luna ſunt in quadratura, ad polos ſcilicet, & ad puncta omnia peripheriæ terreſtris; cujus radius lunæ vector axis eſſet: quod ſane toti maris æſtus theoriæ, & obſervationi adverſatur.

Evidens ergo eſt, maris æſtus cauſam non eſſe lunæ preſſionem, neque ex theoria pleni, & vorticum felicius maris æſtum, quam planetarum, & cometarum motus explicari (1399).

§. III.

§. III.

MARIS ÆSTUS CONSECTARIA.

1473. OBSERVATIO. Quæcumque ſit maris æſtus cauſa phyſica, *certum eſt, ſphæroidem aqueum ſemper ad lunam præcipue directum perpetuo planeta hujus motum diurnum ſeu verum, ſive apparentem ſequi*, revolutionem quotidie utrinque faciendo circa tellurem ab oriente in occidentem, eaſdem aquas ſucceſſive elevando, & deprimendo tum in hemiſphærio lunæ obverſo, tum in oppoſito. Quum luna eſt in plano æquatoris, ſphæroides aqueus revolutionem ſuam diurnam efficit in plano æquatoris. Quum luna extra æquatoris planum eſt, duplex apex oppoſitus ſphæroidis aquei hinc inde ab æquatore duplicem peripheriam deſcribit ad ſenſum parallelam circulo diurno, quem luna eodem tempore deſcribit, aut deſcribeie videtur. Hac in re nonnulla non levis momenti adnotanda ſunt (*Fig.* 56).

I. Quum axis ſphæroidis aquei eſt in plano æquatoris, ſphæroidis apex *b* horis 24, & minutis ferme 50 revolutionem perficit *b a d c b*, ſemper extans, ut in *b*, ſemper a luna diſtans gradibus ferme 45 ad orientem, ſemper poſt lunam aquas attollens, primo in B, dein in X, in A, in G, in D, in H, in C, in R, & iterum in A.

At non propterea inferas, aquas ipſas *b* diurnum lunæ motum ſequi, ſicut illum pars eminens

nens aquei promontorii ſequitur. Aquæ hæ ipſæ individuæ *b* alternis a B in *b* elevatæ, & a *b* in B depreſſæ ſemper ad ſenſum eodem in loco permanent; ſemper in eadem maris parte ferme perſiſtunt: ſemper, ſaltem in malacia, eidem terreſtri radio vectori T B inſident; neque ex B in X lunam motu progreſſivo ſequentes tranſeunt. Ratio hujus eſt, quia ſi modo luna in N eas attrahit directione B X; poſt horas 18 luna in K eas attrahet directione opposita B R; atque ita porro. Attractiones hæ æquales, & oppoſitæ invicem eliduntur; & aquæ *b* neque hac, neque illac ad ſenſum trahuntur. Itaque *attractio lunæ aquis, quas alternatim attollit, ac deprimit, motum non indit neque ab oriente in occidentem, neque ab occidente in orientem*. Idem de ſolis attractione dicas.

II. Quoniam pars eminens ſphæroidis aquei ſemper lunæ obverſa eſt; hæc vero alternis ab æquatoe ad tropicos, & hinc illuc tranſit; *pars eminens ſphæroidis aquei modo per maria æquinoctialia procedere debet, modo utrinque ad tropicos accedere.*

Quum pars hæc eminens ſphæroidis aquei erit utrinque in plano æquatoris; maria ſub tropicis ſita ad æquatorem confluent ad duplex promontorium aqueum efformandum, aut augendum. Quum deinde pars hæc eminens ſphæroidis erit utrinque ſub tropicis; maria æquinoctialia ad tropicos fluere cogentur, ut ibi utrinque duplex promontorium aqueum efficiant, aut augeant. *Hinc alterna, & periodica loci mutatio in ingenti aquarum copia*; a qua loci mutatione plura in mari magna phænomena oriri debent; inter quæ ſolos marinæ aquæ curſus conſiderabimus.

III. Neque dixeris, eminentem ſphæroidis aquei partem quid minimum eſſe immenſis ma-

ris

ris aquis comparatam. Facile oſtendam, *partem hanc eminentem maximum aquæ volumen eſſe*. Conſtat enim utrinque circa tellurem, & ſub luna duplici cumulo aqueo, cujus craſſities in ſumma altitudine pedum 10, aut 12 ſenſim minuitur undequaque protenſa ad gradus 54, & minuta 44 (1237, VII.) ſcilicet per leucas ultra 1350 undequaque circa ſummam aquarum, quibus conſtat, altitudinem. Tantum aquæ volumen qui alternis ab æquatore ad tropicos, & hinc illuc feratur, quin magnos effectus pariat in diverſis maris partibus, per quas perpetuo, & periodice evolvitur?

Marini aquarum curſus.

1474. DEFINITIO. *Marini aquarum curſus* vocantur torrentes quidem conſtantes, aut temporarii, magis, minuſve celeres, magis, minuſve vaſti, qui in mari ſeu placido, ſive agitato motum habent progreſſivum, inſtar torrentum, & fluminum per terras fluentium; hoc tamen diſcrimine, quod torrentes, & fluvii in terris ſemper eadem directione fluunt; at marini aquarum curſus ſæpius in mari oppoſitis directionibus feruntur. Inter hos aquarum curſus in mari diverſis in locis obſervatos,

I. Aliqui conſtantes ſunt, qui ſemper eadem directione feruntur. Hujuſmodi eſt qui perpetuo a ponto Euxino in mediterraneum per fretum Conſtantinopolitanum fluit. Item qui, ut ferunt, ab Africæ litoribus ad Americæ litora perpetuo feruntur.

II. Alii temporarii ſunt; ab illius maris agitatione orti, & cum cauſa illos producente ceſſant, aut mutantur.

III. Alii duplices ſunt; & alius ſupra alium op-

oppoſitis directionibus excurrunt: ſicuti nubes duas videmus, alteram a borea in auſtrum, alteram ab auſtro in boream ferri a duobus ventis actas, aliam ſupra, aliam infra. Hujuſmodi ſunt, teſtibus nonnullis obſervatoribus, duo curſus oppoſiti in freto Gaditano, ubi curſus ſuperior in mediterraneum prorumpit, dum inferior erumpit. Curſus hi permanentes eſſe nequeunt.

1475. ASSERTIO. *Marini aquarum curſus aut a fluviorum aquis maria quædam attollentibus, aut a ventis aquas ad quædam litora coacervantibus, aut a ſolis, & lunæ attractione ingens aquæ volumen ab æquatore ad tropicos, & hinc illuc transferente repetendi eſſe videntur.*

EXPLICATIO. I. Aliquorum ex his curſibus cauſa unica conſtans eſſe videntur ſuper effluentes fluviorum aquæ in quædam freta influentium. Hujuſmodi eſt curſus in freto Conſtantinopolitano. Pontus Euxinus parum latus perpetuo immenſam aquarum copiam excipit a pluribus magnis fluviis, Danubio, Boryſthene, Tyra, Tanai. Sola evaporatione tanta aquarum copia non abſumitur; quare Euxinus hinc mediterraneo altior effectus eas in hoc exonerare perpetuo cogitur.

II. Aliorum cauſa unica eſſe videntur venti. Neque enim apparent, niſi mari procellis agitato, quæ aquas modo ad hoc, modo ad oppoſitum litus coacervantes, illas diverſis directionibus ferri cogunt juxta ventorum impulſum, & litoris repellentis poſitionem.

III. Alii ſunt, quorum cauſa phyſica prima, & præcipua videtur eſſe actio illa conſtans, qua maris æſtus efficitur, & ad diverſas maris partes traducitur (1473, II.). Maris enim aquæ primo ab æquatore ad tropicos refluentes, inde mox utrinque ad æquatorem confluentes, neceſſario

in earum curſu detineri, aut alio diverti debent modo a magnis inſulis, modo a continentibus terris, modo ab inæquali maris fundo. Debent ergo juxta fluidorum impulſus, & reactionis leges pluribus in locis aquarum curſus efficere, quorum cauſa generalis, & primigenia erit ipſa maris æſtus cauſa; quorum vero directio, vis, diuturnitas, extenſio a pluribus peculiaribus cauſis procedent; quæ aliquando ſtatim patefient, aliquando acutiſſimam obſervatoris cujuſque ſagacitatem deludent.

Exempli cauſa, explicari poſſunt hoc pacto aquarum curſus ab Africæ oris ad Americæ oras directi. Concipiatur ſub æquatore terreſtri longa montium ſeries in imo mari delitеſcentium. Quum duplex promontorium aqueum ab æquatore ad tropicos feretur, aquæ ab æquatore ad tropicum refluentes, & in hos montes incurrentes, obſtaculo parallelæ fluent ab Africano litore, quo coacervatæ, & detentæ fuerant, ad Braſiliæ litora, & ad fretum Mexicanum, ubi maria latiora ſunt. Quum vero duplex promontorium aqueum a tropicis ad æquatorem verget, aquæ a tropicis ad æquatorem affluentes, poſtquam ad Africæ litora, quibus coercentur, intumuerint, cogentur ſecus illam montium ſeriem ad Americam refluere, ubi liberius extendi poſſunt.

Æſtus in athmoſphæra.

1476. ASSERTIO. *Atmoſphæra terreſtris æſtum marino ſimilem ſubire debet.*

EXPLICATIO. I. Veroſimillimum, imo certum eſt, athmoſphæram terreſtrem eidem ſubeſſe cauſæ phyſicæ, a qua maris æſtus producitur; hujus enim cauſæ actio omnia omnino corpora afficit; athmoſphæra vero terreſtris partibus conſtat gravibus, ſeorſim mobilibus, circa tellurem diurna revolutione actis ut aquæ maris. Itaque,

II. Athmoſphæræ terreſtris pars, quæ a terræ centro viſa eſt cum luna in conjunctione, aut oppoſitione, partem ſuæ gravitatis, ut pars maris, cui ipſa imminet, amittere debet; nitetur igitur utrinque attolli in duplex promontorium aereum ſupra ipſum promontorium aqueum. Contra vero omnes athmoſphæræ partes, quæ a terræ centro viſæ in quadratura cum luna erunt, gravitatis augmentum acquirent, ut aquæ, quibus incumbunt; ergo undequaque deprimentur ad terræ centrum, & partem depreſſam ſphæroidis aerei efficient ſupra ipſam ſphæroidis aquei partem depreſſam.

III. Sphæroides hic aereus axe ſuo primo ſemper ad lunam converſo, & gradus ferme 45 a luna ad orientem diſtans, ejus motus ſequetur ab æquatore ad tropicos, & viciſſim; ut ſphæroides aqueus; ab eadem enim cauſa omnino procedit.

IV. Sphæroidis aerei elevatio ſphæroidis aquei elevatione major erit; ſive quod athmoſphæra, quum lunæ propior, quam mare ſit, magis lunæ attractionem ſentiat (1416); ſive quod, quum athmoſphæræ diameter maris diamo-

metro major ſit, ubique in quadraturis majori attractionis obliquitati obnoxia ſit; quo fit, ut multo major lunaris attractionis pars inſumatur in ea ad terræ centrum deprimenda. (1457)

V. Quum eminens ſphæroidis aerei pars in barometrum gravitat, mercurium altius non attollet: etſi enim columna hæc aerea altior ſit, quam quæ gradus 90 diſtat, minus tamen, proportione habita, gravis eſt; adeoque inter utramque æquilibrium perſeverat.

VI. Quum pars eminens ſphæroidis aerei hinc inde ab æquatore alternis feratur, & viciſſim; patet perpetuum hunc tranſitum ſine perpetuo aliquo motu partium aerearum fieri non poſſe: hæ vero periodice ab auſtro in boream, & viciſſim refluentes partem aliquam in ventorum origine habere debent.

2477. NOTA. Quum dimidia terreſtris athmoſphæra ſemper ſoli obverſa ſit, atque hæc ſemper magis altera calefiat, & dilatetur; jam diurna, ſeu vera, ſeu apparens, ſolis revolutio perpetuam in athmoſphæra agitationem parere debet, quam ſucceſſive totam calefacit, & rarefacit ab oriente in occidentem. Hinc quoque in athmoſphæræ particulis oriri poterit exiguus motus ab oriente in occidentem ſemper partem verſus magis calefactam, ac rarefactam, quæ motu hoc ab oriente in occidentem donata eſt.

Perpetuus hic exiguus athmoſphæræ motus ab oriente in occidentem ſolem ſequens facile cauſa erit ventorum quorumdam leviſſimorum, ſed conſtantium, qui in mari præſertim Pacifico perflant; quibus, ut nautæ dicunt, facilius ab oriente in occidentem, quam contra, navigatur.

CON-

CONCLUSIO.

1478. *Omnia itaque in natura attractionem Neutonianam teſtantur*; omnia ſiquidem ipſam dari, & agere comprobant. Generalis hæc attractionis lex in directa ratione maſſarum, & duplicata inverſa diſtantiarum innoteſcit in corporum gravitate, in ellipticis planetarum, & cometarum motibus, in miro maris æſtus phænomeno, in natura univerſa, cujus ipſa arcanum machinamentum eſt, & mobile præcipuum.

Ante Neutonum natura in ſuis effectibus noſci cœperat; omnia tamen in illa perturbata videbantur, quod cauſa præcipua ignoraretur. Neutonus docta manu tenebras diſſipavit, in quibus magna rerum omnium cauſa motrix delitеſcebat; tunc vero omnia ea, quæ in natura perturbata videbantur, uti lunæ anomaliæ, motus telluris retrogradus circa axem axi eclipticæ parallelum, inæquales planetarum velocitates in curvis inæqualiter excentricis, & in ſe redeuntibus, detecta ſunt eſſe conſectaria, & effectus cauſæ ſinplicis ſimul, & fœcundæ, cujus theoria ſpeculativa æque certe ad cæleſtium motuum cognitionem adducit, ac accuratiſſimæ obſervationes. Quo magis enim cælum cognoſcitur, eo magis obſervationes Neutonianæ attractionis theoriæ conſentiunt.

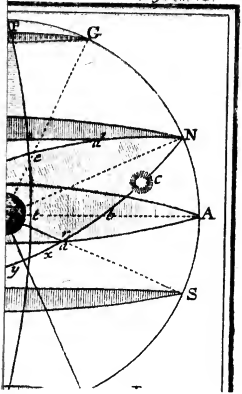
Quæ quum ita ſint, quis jam in dubitationem venire poſſit, principium ſimplex adeo, & fœcundum, toti naturæ theoriæ apprime conſentiens, phyſicis, & aſtronomicis phænomenis, eorumque conditionibus, proprietatibus, variationibus mirabili modo conſentaneum, fictitium eſſe, & re ipſa non exiſtere? Præter omnem

omnem rationem ſane eſſet iſta ſuſpicari. Qui ita Pyrrhonicorum more ſentiret, jam de cauſis omnibus phyſicis ſuſpicari deberet, quæ tantum ex effectibus innoteſcunt, & quarum nulla tam dilucide, tamque univerſim ſe, & vires ſuas oſtentat, quam attractio a Neutono detecta, & explicata.

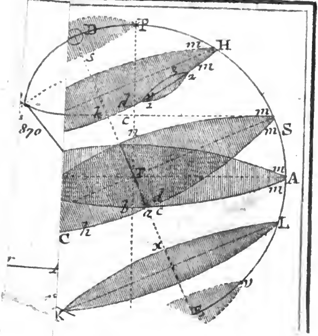
Itaque attractio cum impulſione in tellure, ab impulſione ſejuncta in cælis præcipua eſt *cauſa phyſica* phænomenorum, quæ in univerſa natura videmus; in *magna hac rerum univerſitate* ſcilicet, in qua ubique Dei creatoris ſumma ſapientia, potentia, & permanens actio elucet, & cujus divitias, ac machinamentum hactenus expoſuimus in hoc opere, quod ſingillatim omnes Phyſicæ partes complectitur, nec ullis, niſi ipſius naturæ terminis, limitatur.

F I N I S.

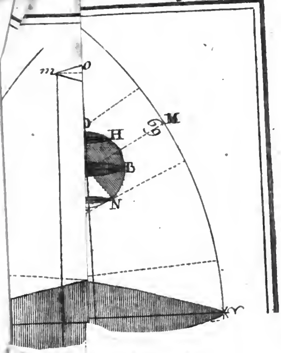
A01 1653140

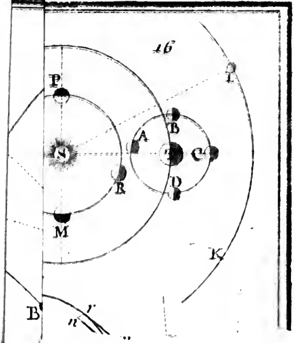

G
N
c
A
S
d
e
t
b
a
x
y

Digitized by Google

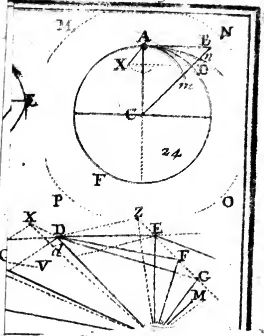

D
P
H
S
A
L
C
K
E
T
870

Digitized by Google


m
o
D
H
M
B
N

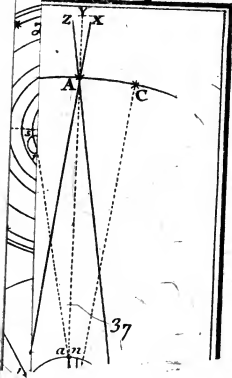

16
P
S
A
B
C
D
I
R
M
K
B
r
n

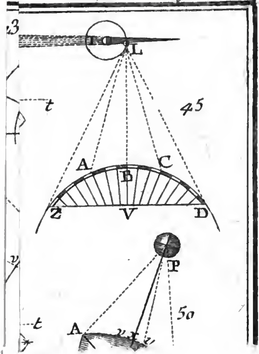
Digitized by Google

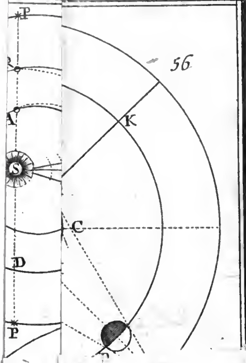


Digitized by Google

Digitized by Google


Z
Y
X
A
C
37
a
n


3
L
t
45
A
B
C
Z
V
D
P
50
t
A


56
P
A
K
S
C
D
P

Digitized by Google

Digitized by Google

[illegible] oogl[illegible]